

Министерство образования и науки, молодежи и спорта Украины
Государственное высшее учебное заведение
«Национальный горный университет»

Методические указания

к лабораторной работе

№ 1.15

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ КРЕСТООБРАЗНОГО МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

г. Днепропетровск
2013

Методические указания к лабораторной работе № 1.15 “ Определение момента инерции крестообразного маятника Обербека ” по разделу «*Физические основы механики*» курса физики для студентов всех специальностей.

Сост.: И.П. Гаркуша, В.П.Куриной, Л.Ф.Мостипан.

Днепропетровск: ГВУЗ «НГУ», 2013 г.

Лабораторная работа № 1.15

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ КРЕСТООБРАЗНОГО МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

Принадлежности: 1) крестообразный маятник Обербека (с набором грузов), 2) масштабная линейка, 3) электронный секундомер (вмонтирован в прибор).

Целью работы является определение момента инерции маятника динамическим методом.

Описание прибора и теория.

Рассмотрим твердое тело, которое может вращаться вокруг неподвижной оси. На рис.1 ось вращения OZ перпендикулярна чертежу и проходит через точку O .

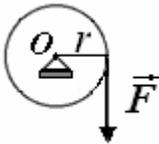


Рис. 1.

Вращение может быть вызвано только силой \vec{F} , лежащей в плоскости, перпендикулярной к оси вращения и направленной по касательной к окружности, которую описывает точка приложения силы.

Моментом M_z вращающей силы относительно неподвижной оси OZ называется скалярная величина, равная произведению модуля силы на ее плечо, т.е. на длину перпендикуляра, проведенного от оси до прямой, вдоль которой действует сила,

$$M_z = Fr. \quad (1)$$

Основное уравнение динамики тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, имеет вид

$$M_z = J_z \varepsilon_z, \quad (2)$$

где J_z – момент инерции тела относительно оси OZ ,

ε_z – проекция вектора углового ускорения ε на ось вращения.

Моментом инерции тела относительно оси вращения называется величина, равная сумме произведений элементарных масс m_i всех частиц тела на квадраты их расстояний r_i от той же оси:

$$J_z = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2.$$

Прибор (крестообразный маятник), применяемый в настоящей работе, изображен схематически на рис.2.

Он состоит из четырех стержней и двух шкивов различного радиуса, укрепленных на одной горизонтальной оси. Стержни, на которых нанесены деления, размещены взаимно перпендикулярно, образуя крестовину. По стержням могут перемещаться и закрепляться в нужном положении четыре (по одному на каждом стержне) груза-насадки одинаковой массы m_0 .

Перемещая насадки вдоль стержней, можно изменять момент инерции маятника. При помощи грузов различной массы m , прикрепляемых к концу намотанной на тот или иной шкив нити, маятник может приводиться во вращение.

На груз массы m , подвешенный на нити, действуют две силы: mg – сила тяжести и T – сила натяжения нити. Под действием этих сил груз совершает поступательное движение с ускорением a . В проекциях на вертикаль

$$mg - T = ma \quad (3)$$

По третьему закону Ньютона сила, равная по модулю силе натяжения, но направленная противоположно ей, приложена ко второму из взаимодействующих тел – к шкиву (по касательной). Она обозначена на рисунке $-T$.

Эта сила и создает вращающий момент M

$$M = Tr \quad (4)$$

(для удобства индексы в дальнейших формулах опущены).

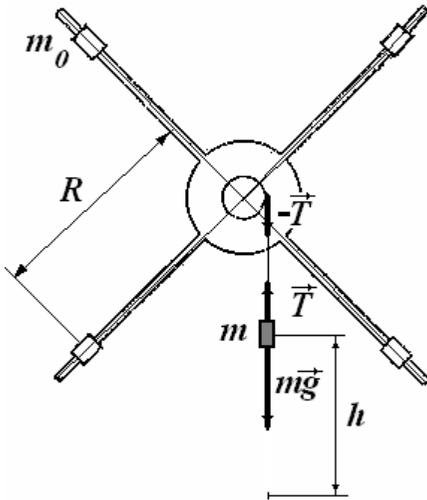


Рис. 2.

Ускорение a может быть найдено из формулы пути при равноускоренном движении. Если h – расстояние, пройденное грузом за время t , то

$$a = \frac{2h}{t^2}, \quad (5)$$

Учитывая связь линейного a и углового ε ускорения $a = \varepsilon r$, получим

$$\varepsilon = \frac{2h}{rt^2}. \quad (6)$$

Из уравнений (3),(4) и (5) находим значение вращающего момента M

$$M = mr\left(g - \frac{2h}{t^2}\right). \quad (7)$$

Подставляя в формулу (2) значения момента силы (7) и углового ускорения (6), получим формулу для расчета момента инерции маятника:

$$m_k r_k^2 \left(\frac{gt_i^2}{2h} - 1\right) = J, \quad (8)$$

где m_k – массы грузов,
 r_k – радиусы шкивов.

Этот метод измерения момента инерции называют **динамическим**.

Измерения.

1. Определяют высоту h опускания груза на нити.
2. Укрепляют насадки на стержнях маятника на некотором одинаковом расстоянии R от оси вращения и записывают его значение. При этом прибор должен быть сбалансирован (находиться в безразличном равновесии).
3. На конец нити прикрепляют груз m_1 .
4. Измеряют 3 раза время t (нить намотана на шкив радиуса r_1 , радиусы шкивов указаны на приборе) опускания груза m_1 на высоту h .
5. Повторяют то же с грузом m_2 .
6. Нить перебрасывают на другой шкив (радиуса r_2), на конец привязывают груз m_1 и так же 3 раза определяют время t опускания груза на высоту h .
7. Повторяют то же с грузом m_2 .
8. По формуле (8) рассчитывают момент инерции маятника. Результаты измерений и расчетов записывают в таблицу.

Затем найденное значение J сравнивают с его теоретическим значением.

Согласно теории, момент инерции J маятника равен сумме моментов инерции крестовины и четырех насадок, масса которых m_0 .

$$J = J_{\text{кр}} + 4m_0R^2, \quad (9)$$

R – расстояние от оси вращения до центра масс насадок.

Момент инерции $J_{\text{кр}}$ крестовины маятника - это момент инерции двух больших взаимно перпендикулярных стержней, образующих крест, относительно оси, проходящей через их середину

$$J_{\text{кр}} = 2 \cdot \frac{1}{12} m_{\text{ст}} l^2, \quad (10)$$

где $m_{\text{ст}}$ = масса большого стержня, l = его длина.

Теоретическое значение момента инерции вычисляют по формуле

$$J = \frac{1}{6} m_{\text{ст}} l^2 + 4m_0R^2. \quad (11)$$

Контрольные вопросы.

1. Что называется моментом инерции тела относительно данной оси?
2. Сравните $J \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{M}$ и $m \mathbf{a} = \mathbf{F}$. В чем состоит аналогия между этими выражениями?
3. В чем суть динамического метода определения момента инерции?

Литература.

1. И. М. Кучерук та ін. Загальний курс фізики. Т.1. К. 1999.
2. Т. И. Трофимова. Краткий курс физики. М. 2000.

№ п/п	1.	2.	3.	4.	5.	6.	Ответ:	
	$h_3, \text{м}$							
	$m, \text{кг}$							
	$r, \text{м}$							
	$t, \text{с}$							
	$J, \text{кг}\cdot\text{м}^2$							
$\langle J \rangle, \text{кг}\cdot\text{м}^2$								
$\Delta J, \text{кг}\cdot\text{м}^2$								
$S_{\langle J \rangle}, \text{кг}\cdot\text{м}^2$								
$t_{\text{ан}}$								
$\Delta J, \text{кг}\cdot\text{м}^2$								
$E, \%$								

Результат записывается в виде:

$$J = (\langle J \rangle + \Delta J), \text{кг}\cdot\text{м}^2 \text{ при } \alpha =$$