Лабораторная работа № 1. 10

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПОЛЁТА ПУЛИ С ПОМОЩЬЮ КРУТИЛЬНОГО БАЛЛИСТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель работы: изучить законы вращательного движения и определить скорость полета пули с помощью крутильного баллистического маятника.

Описание установки и теория метода

Схема эксперимента изображена на рис. 1. Пуля массой m, выпущенная из пружинного пистолета, попадает в мишень, укрепленную на горизонтальном стержне, которая вместе с проволокой OO' образует крутильный маятник.

По стержню могут перемещаться два металлических цилиндра B.

На концах стержня закрепляются металлические чашечки C, заполненные пластилином. Маятник укреплен на кронштейне при помощи проволоки, деформация которой создает момент упругих сил. После попадания пули в маятник он начинает вращаться вокруг своей вертикальной оси. Пуля застревает в чашке с пластилином, т.е. происходит неупругий удар пули и маятника.

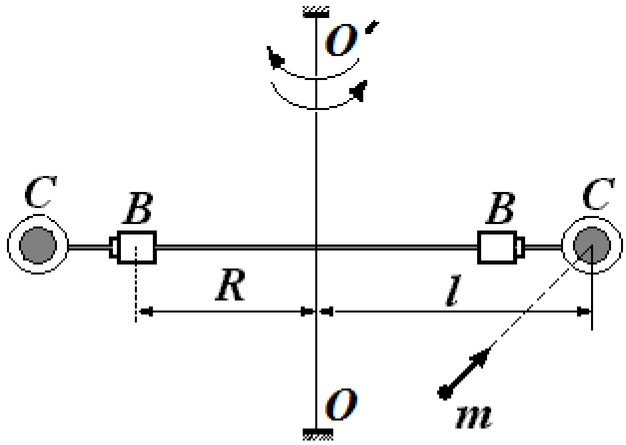

Рис. 1.

Если пренебречь моментом сил трения, то для описания движения можно воспользоваться двумя законами сохранения.

1. Согласно уравнению моментов относительно некоторой оси z

$$\frac{d}{dt}L_z = \sum M_z^{внеш},$$

производная по времени от момента импульса системы относительно оси равна сумме моментов относительно той же оси внешних сил, действующих на систему.

В случае крутильного маятника внешними силами являются силы тяжести стержня, цилиндров, пули и сила реакции в точке подвеса стержня. Нетрудно видеть, что проекция M_z момента каждой из этих сил на вертикальную ось z (в данном случае ось OO') равна нулю. Например, момент силы тяжести стержня равен нулю из-за того, что плечо этой силы равно нулю.

Момент силы тяжести каждого из цилиндров B перпендикулярен вертикальной оси, и его проекция на эту ось, естественно, также равна нулю.

Равенство нулю проекций моментов остальных сил доказывается аналогично.

Тогда должен выполняться **закон сохранения момента импульса относительно оси**

$$L_z^{до \cdot удара} = L_z^{послеудара}.$$

До удара в системе моментом импульса относительно оси вращения обладает только пуля, которая движется вдоль прямолинейной траектории, маятник пока неподвижен. Момент импульса пули относительно вертикальной оси равен

$$L_z^{до\ удара} = L_z^{пули} = mvl,$$

где m – масса пули, v – модуль ее скорости, l – расстояние от оси вращения маятника OO' до точки удара пули (рис. 1).

После попадания пули в маятник и начала его вращения момент импульса L_z системы относительно оси можно записать как произведение момента инерции системы на угловую скорость вращения ω**:**

$$L_z = I\omega.$$

Момент инерции системы I состоит из момента инерции крутильного маятника I_1 и момента инерции пули ml^2 (как материальной точки). Тогда момент импульса системы

$$L_z = (I_1 + ml^2)\,\omega.$$

По закону сохранения момента импульса относительно оси

$$mvl = (I_1 + ml^2)\,\omega. \qquad (1)$$

2. Поскольку удар пули неупругий, механическая энергия пули и маятника не сохраняется, часть ее переходит во внутреннюю энергию.

Однако можно использовать **закон сохранения механической энергии при упругом закручивании проволоки**. Приравняем начальную кинетическую энергию маятника ($\frac{I\omega^2}{2}$) его потенциальной энергии ($\frac{D\varphi^2}{2}$) при закручивании проволоки на некоторый угол φ.

$$\frac{1}{2}(I_1 + ml^2)\omega^2 = \frac{1}{2}D\varphi^2, \qquad (2)$$

где φ – максимальный угол поворота маятника, D – модуль кручения проволоки.

Из уравнений (1) и (2) получаем

$$v^2 = \frac{D\varphi^2}{m^2 l^2}\left(I_1 + ml^2\right). \qquad (3)$$

Так как момент инерции пули ml^2 во много раз меньше, чем I_1, то уравнение (3) может быть записано в приближенном виде

$$v^2 = \frac{D\varphi^2 I_1}{m^2 l^2}. \qquad (4)$$

Для исключения неизвестной величины D поступим следующим образом. Известно, что период крутильных колебаний

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{D}}. \qquad (5)$$

Если изменить расстояние между грузами, то изменится и момент инерции маятника. Его новое значение равно I_2, а период колебаний, соответственно, T_2.

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_2}{D}}. \tag{6}$$

Из уравнений (5) и (6) можно получить

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2}. \tag{7}$$

Если обозначить

$$I_1 - I_2 = \Delta I, \tag{8}$$

то с учетом (7) можно записать

$$I_1 = \frac{T_1^2}{T_1^2 - T_2^2}\Delta I. \tag{9}$$

Уравнения (4), (5) и (9) дают

$$v = \frac{2\pi\varphi}{ml}\frac{T_1}{T_1^2 - T_2^2}\Delta I. \tag{10}$$

Величину ΔI можно определить, пользуясь теоремой Штейнера. Из этой теоремы следует что

$$I_1 = I_0 + 2m_{\text{гр}}R_1^2, \tag{11}$$

$$I_2 = I_0 + 2m_{\text{гр}}R_2^2, \tag{12}$$

где I_0 – момент инерции маятника без грузов (пустого стержня); I_1 – момент инерции, когда оба груза находятся на расстоянии R_1 от оси вращения; I_2 – момент инерции, когда оба груза находятся на расстоянии R_2 от оси вращения $m_{\text{гр}}$ – масса одного груза.

Пусть $R_1 > R_2$, тогда из уравнений (10) и (11) получаем

$$I_1 - I_2 = \Delta I = 2m_{\text{гр}}(R_1^2 - R_2^2). \tag{13}$$

Уравнения (10) и (13) окончательно дают **рабочую формулу**

$$v = \frac{4\pi\varphi \cdot m_{\text{гр}}}{ml}\frac{T_1}{T_1^2 - T_2^2}\left(R_1^2 - R_2^2\right). \tag{14}$$

Измерения

1. Оба цилиндра *B* максимально раздвигают вдоль стержня. Измеряют величину R_1, т.е. расстояние между осью маятника и серединой одного из цилиндров. (На стержне нанесены сантиметровые деления).
2. Готовят пружинный пистолет к выстрелу, ось ствола пистолета должна быть перпендикулярна к оси горизонтального стержня маятника. Включают прибор в сеть, затем нажимают клавиши "СЕТЬ" и "СБРОС".
3. Выстреливают из пистолета и измеряют по шкале максимальный угол φ отклонения маятника.

4. Для измерения периода колебаний T_1, не останавливая маятника, отсчитывают по секундомеру десять полных колебаний и определяют среднее значение величины периода.
5. Измеряют расстояние l от оси вращения маятника до места попадания пули в мишень.
6. Уменьшив момент инерции маятника (максимально сблизив цилиндры), измеряют R_2 – расстояние между осью маятника и серединой одного из цилиндров.
7. Для измерения периода колебаний T_2 маятник отклоняют вручную примерно на такой же угол и отпускают. При этом угол по шкале измерять не следует. Определение величины периода T_2 производится так же, как и величины T_1.
8. По формуле (14) определяют скорость пули. Масса цилиндров $m_{гр}$ = 0,2 кг. Масса пули m = _______ кг.

Ответ записывают в виде:

$$v = (\langle v \rangle \pm \Delta v)\ \text{м/с} \ \text{при} \quad \alpha = \ldots$$

Контрольные вопросы

1. Что называется моментом инерции частицы и тела?
2. Что называется моментом импульса частицы относительно оси? Чему равен момент импульса тела относительно оси? Чему равна кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси?
3. Сформулируйте закон сохранения момента импульса. При каких условиях он выполняется?
4. Почему закон сохранения механической энергии применяется к крутильному маятнику только после удара?

Таблица

№ *п/п*	R_1, м	R_2, м	T_1, с	T_2, с	φ, рад	l, *м*	v_i, м/с	$\langle v \rangle$, м/с	Δv_i, м/с	Δv_i^2, $(м/с)^2$	$S_{\langle v \rangle}$	Δv, м/с	E, %
1													
2													
3													