Лабораторная работа № **1.11**

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА ДИНАМИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Цель работы: проверить выполнение основного закона вращательного движения с помощью маятника Максвелла, сравнив теоретически и экспериментально полученные значения моментов инерции маятника. .

Приборы и материалы:1) прибор для определения момента инерции маятника Максвелла; 2) набор съемных утяжеляющих колец.

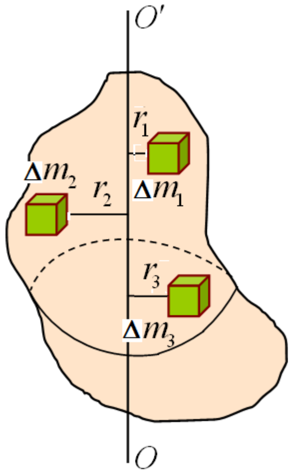
О моменте инерции

При поступательном движении тела, которое можно считать материальной точкой, мерой инертности является его масса. При вращательном движении абсолютно твердого тела мерой инерции является момент инерции.

Моментом инерции *материальной точки* массой m, находящейся на расстоянии r от оси вращения, называется величина, численно равная произведению массы этой точки на квадрат расстояния от оси вращения т.е.

$$I = mr^2.$$

Момент инерции *тела* относительно некоторой оси равен сумме произведений элементарных масс Δm_i, на которые мысленно разбиваем тело, и квадратов расстояний каждой элементарной массы от оси вращения



$$I = \sum \Delta m_i r_i^2,$$

где r_{i} - расстояние i - й материальной точки тела до оси вращения.

В случае непрерывного распределения масс по объему тела эта сумма сводится к интегралу

$$I = \int r^2 dm,$$

где интегрирование производится по всему объему тела.

Величина r в этом случае есть функция положения точки относительно оси вращения с координатами x, y, z .

Таким образом, момент инерции – мера инертности тела при вращательном движении, зависящая не только от массы тела, но и того, как эта масса распределена по объему тела.

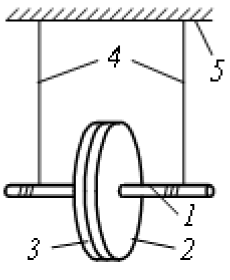


Рис.1.

Теория метода измерений

Маятник Максвелла представляет собой небольшой диск *2*, туго насаженный на цилиндрическую ось *1* (рис.1). Концы двух нитей одинаковой длины 4 закреплены на опорной площадке 5.

Принцип действия прибора основан на законе сохранения энергии. В начальном состоянии обе нити намотаны на ось, маятник поднят к опорной площадке и удерживается около нее. Закрутив нити**,** мы сообщаем маятнику запас потенциальной энергии.

Под действием силы тяжести и силы натяжения нитей маятник начинает вращаться и опускаться вниз. При этом потенциальная энергия маятника переходит в кинетическую энергию вращательного движения и кинетическую энергию поступательного движения центра масс маятника. Опустившись в крайнее нижнее положение, маятник будет по инерции вращаться в том же направлении, нити намотаются на ось, и маятник поднимется. Так происходят колебания маятника.

Запишем сначала уравнение для поступательного движения маятника. В лабораторной системе отсчета на маятник действуют сила тяжести $m\mathbf{g}$ и две силы натяжения нити $\boldsymbol{T}$ (рис. 2).

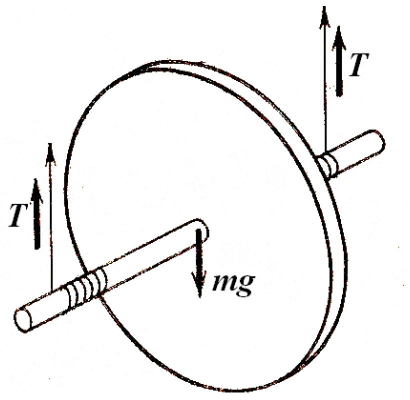


Рис. 2.

Согласно ***второму закону Ньютона*** векторная сумма этих сил равна произведению массы маятника на ускорение $\boldsymbol{a}$ центра масс:

$$m\mathbf{g} + \boldsymbol{T} + \boldsymbol{T} = m\boldsymbol{a}. \qquad (1)$$

Спроектировав это уравнение на вертикальную ось, будем иметь:

$$mg - 2T = ma. \qquad (2)$$

Теперь запишем уравнение для вращательного движения. Основной закон ***вращательного движения тела вокруг неподвижной оси*** имеет вид:

$$\sum M_{внещ,z} = I_z \varepsilon, \qquad (3)$$

где $\Sigma M_{внеш,z}$ – суммарный момент внешних сил относительно оси, I_z – момент инерции тела относительно оси вращения, ε – угловое ускорение.

Определим суммарный момент внешних сил относительно оси. Момент силы натяжения M равен произведению силы натяжения T нити на радиус r оси (рис. 3):

$$M = T\,r.$$

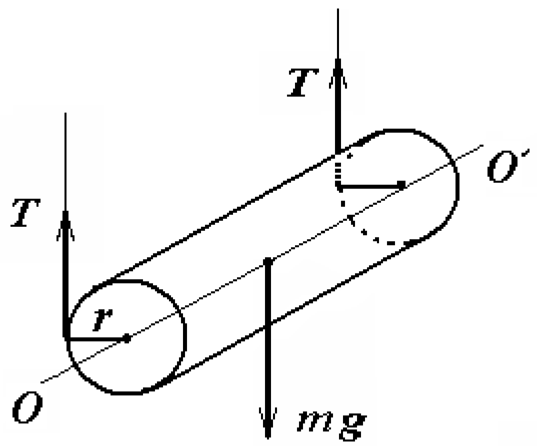


Рис. 3.

Момент силы тяжести $m\boldsymbol{g}$ равен нулю, т.к. плечо этой силы равно нулю. Тогда второй закон Ньютона для вращательного движения (3) с учетом того, что нити две запишется:

$$2Tr = I\varepsilon. \qquad (4)$$

Если высота падения h, время падения t, ускорение центра масс a, то для ускоренного движения

$$h = \frac{at^2}{2}, \quad a = \frac{2h}{t^2}.$$

Учитывая связь линейного ускорения с угловым

$$a = \varepsilon\, r,$$

находим

$$\varepsilon = \frac{2h}{rt^2}. \qquad (5)$$

Решая совместно уравнения (2), (4) и (5), получим выражение для момента инерции

$$I = mr^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right). \qquad (4)$$

Описание экспериментальной установки.

Экспериментальная установка представлена на рис. 4. На основании 2 закреплена вертикальная стойка 3, к которой прикреплены два кронштейна 4 и 6. На верхнем кронштейне находится электромагнит 5, первый фотоэлектрический датчик 8. Нижний кронштейн вместе с прикрепленным к нему вторым фотоэлектрическим датчиком 11 можно перемещать вдоль стойки и фиксировать в произвольно выбранном положении. Маятник 9 закреплен на бифилярных подвесах. Сменные кольца 10, надеваемые на диск, изменяют момент инерции системы. Маятник удерживается в верхнем положении электромагнитом. Длина маятника определяется по миллиметровой шкале на стойке прибора. Фотоэлектрические датчики соединены с миллисекундомером 12.

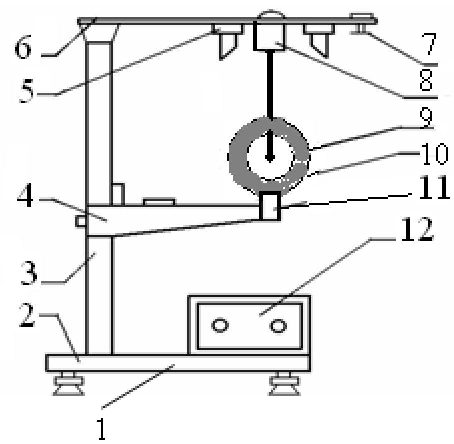


Рис. 4.

Порядок выполнения работы

1. Подключить установку к сети (220 В) и нажать клавишу «СЕТЬ».
2. Нижний кронштейн прибора передвинуть и зафиксировать в крайнем нижнем положении.
3. На диск маятника надеть произвольно выбранное кольцо, прижимая его до упора.
4. По шкале определить высоту h подъема маятника.
5. Равномерно, виток к витку, намотать нить на ось маятника. Закрепить маятник с помощью электромагнита. Нажать клавишу «СБРОС».

6. Нажать клавишу «ПУСК». Маятник придет в движение. Определить по цифровому индикатору время t падения маятника. Опыт повторить еще два раза для одной и той же высоты h.

7. Повторить пункты 4-6 ***для двух других высот*** опускания маятника. Данные занести в таблицу.

8. Вычислить **момент инерции маятника по формуле** (4). Масса маятника m равна сумме масс валика-стержня $m_с$, диска $m_д$, и кольца $m_к$:

$$m = m_с + m_д + m_к.$$

Значения масс: $m_с$ =33·г; $m_д$ = 129,9·г; массы съемных колец: $m_{к1}$ = 256·г; $m_{к2}$ = 516·г; $m_{к3}$ = 580·г.

9. Затем рассчитать **теоретическое значение момента инерции** $J_{теор.}$ Момент инерции тела относительно некоторой оси равен сумме моментов инерции частей тела относительно той же оси. Поэтому

$$I_{теор} = I_с + I_д + I_к, \qquad (5)$$

где $I_с$,$I_д$, $I_к$ – соответственно моменты инерции стержня, диска и кольца, надетого на диск. Значения моментов инерции отдельных элементов маятника, как тел правильной формы, можно рассчитать по формулам:

$$I_c = \frac{1}{2} m_c r_c^2, \qquad I_д = \frac{1}{2} m_д r_д^2, \qquad I_к = \frac{1}{2} m_к (r_д^2 + r_к^2),$$

где радиусы стержня, диска и кольца соответственно равны $r_с$ = 0,5 см; $r_д$ = 4,3·см; внешний радиус кольца $r_к$ = 5,25·см.

10. Сравнить теоретическое и экспериментальное значения момента инерции маятника Максвелла. Оценить **расхождение значений**

$$\sigma = \frac{|< I > - I_{теор}|}{I_{теор}} \cdot 100\%.$$

№ п/п	h, м	t, с	m, кг	I_i, кг·м^2	$<I>$, кг·м^2	$I_{теор}$

Контрольные вопросы

1. Каково устройство и принцип работы маятника Максвелла?
2. Какие силы действуют на маятник?
3. Напишите II закон Ньютона для поступательного движения маятника.
4. Напишите II закон Ньютона для поступательного движения маятника в проекциях на вертикаль.
5. Напишите уравнение вращательного движения маятника.
6. Что такое момент силы? Моменты каких сил заставляют маятник вращаться?
7. Чему равен момент инерции тела?
8. Как рассчитать теоретическое значение момента инерции маятника с насадками?