

ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА ДИНАМІЧНИМ МЕТОДОМ

Мета роботи: перевірити виконання основного закону обертального руху за допомогою маятника Максвелла, порівнявши теоретично і експериментально отримані значення моментів інерції маятника.

Прилади й матеріали: 1) прилад для визначення моменту інерції маятника Максвелла; 2) набір знімних кілець

Теоретичний вступ

При *поступальному* русі тіла, мірою *інертності* є його маса. Тіло з більшою масою є більш інертним, сильніше «чинить опір» спробам змінити його швидкість. Наприклад, тілу з великою масою, що покоїться, важче надати швидкість, або, навпаки, масивне тіло, що рухається важче зупинити.

При *обертальному* русі твердого тіла *інертність* (тобто здатність зберігати кутову швидкість обертання) визначається не тільки величиною його маси, а й тим, як розподіляється ця маса відносно осі обертання.

Моментом інерції матеріальної точки масою m , що міститься на відстані r від осі обертання, називається величина, що дорівнює добутку маси цієї точки на квадрат відстані її від осі обертання, тобто

$$I = mr^2.$$

Момент інерції тіла відносно деякої осі z дорівнює сумі моментів інерції матеріальних точок, з яких складається тіло, тобто сумі добутків елементарних мас m_i , на які подумки розбиваємо тіло, на квадрати відстаней r_i кожної елементарної маси від осі обертання (див. рис. 1)

$$I_z = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots + m_n r_n^2 = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2.$$

Тут Σ - прийнятий в математиці для короткого запису знак додавання величин тих змінних, які знаходяться праворуч від цього знака. Одиниця вимірювання моменту інерції в СІ $\text{кг}\cdot\text{м}^2$.

З формули для моменту інерції видно, що точки, які лежать далі від осі обертання, вносять в суму значно більший внесок, ніж близькі точки.

Таким чином, момент інерції - міра інертності тіла при обертальному русі - залежить не тільки від маси тіла, а й того, як ця маса розподілена за об'ємом тіла.

У разі безперервного розподілу мас за об'ємом тіла ця сума зводиться до інтеграла

$$I = \int r^2 dm = \int r^2 \rho dV,$$

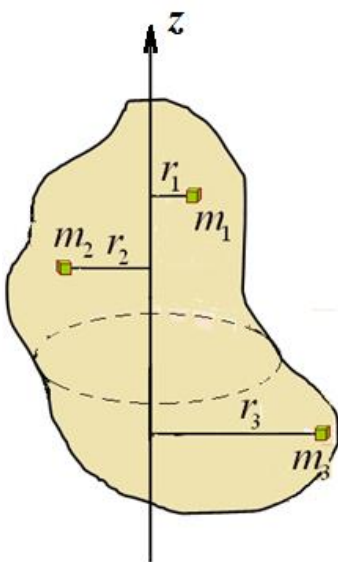


Рис. 1

де інтегрування проводиться по всьому об'єму тіла, ρ - густина матеріалу; dV - елементарний об'єм; $dm = \rho dV$ - елементарна маса; $r = r(x, y, z)$ - функція положення точки з координатами x, y, z .

Опис установки і виведення розрахункової формули

Маятник Максвелла (див. фото) являє собою невеликий диск 2, туго насаджений на циліндричну вісь 1 (рис. 2), на обидва кінці якої намотані нитки 4. Верхні кінці ниток закріплені на одному горизонтальному рівні опорному майданчику 5.

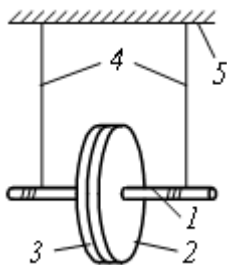


Рис. 2

Принцип дії приладу заснований на законі збереження енергії. У початковому стані обидві нитки намотані на вісь, маятник піднятий до опорного майданчику і утримується біля нього. Закрутивши нитки і піднявши маятник, ми надаємо йому запас потенціальної енергії.

Якщо відпустити маятник, він почне рух. Його центр мас рухається *поступально*, крім того, диск з віссю під дією сили тяжіння і сил натягнення ниток починає *обертатися* навколо осі симетрії диска.

При цьому потенціальна енергія маятника переходить в кінетичну енергію *обертального* руху і кінетичну енергію *поступального* руху центра мас маятника. Опустившись в крайнє нижнє положення, маятник буде за інерцією обертатися в тому ж напрямку, нитки намотаються на вісь, і маятник підніметься. Так відбуваються коливання маятника.

Запишемо спочатку рівняння для поступального руху маятника. У лабораторній системі відліку на маятник діють сила тяжіння mg і дві сили натягу нитки T (рис. 3).

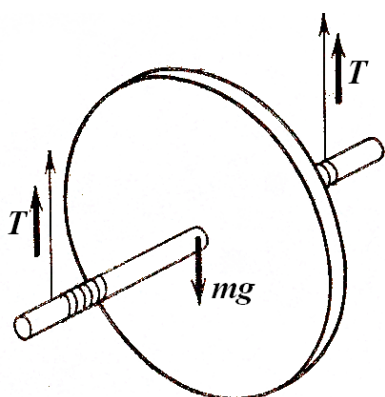


Рис. 3.

Згідно з **другим законом Ньютона** векторна сума цих сил дорівнює добутку маси маятника на прискорення a центра мас:

$$mg + \mathbf{T} + \mathbf{T} = ma. \quad (1)$$

Спроектувавши це рівняння на вертикальний напрямок, матимемо:

$$mg - 2T = ma. \quad (2)$$

Тепер запишемо рівняння для обертального руху. Основний **закон обертального руху тіла навколо нерухомої осі** має вигляд:

$$\sum M_{\text{зовн},z} = I_z \varepsilon, \quad (3)$$

де $\sum M_{\text{зовн},z}$ - сумарний момент зовнішніх сил відносно осі, I_z - момент інерції тіла відносно осі обертання, ε - кутове прискорення.

Визначимо сумарний момент зовнішніх сил відносно осі OO' . Момент M сили натягу T нитки дорівнює добутку сили натягу на радіус r циліндричного стержня маятника (рис. 4):

$$M = Tr.$$

Момент сили тяжіння mg дорівнює нулю, тому що плече цієї сили дорівнює нулю. Тоді другий закон Ньютона для обертального руху (3) з урахуванням того, що нитки дві, запишеться:

$$2Tr = I\varepsilon. \quad (4)$$

Якщо висота опускання маятника h , час його опускання t , прискорення центра мас a , то для прискореного руху

$$h = \frac{at^2}{2}, \quad a = \frac{2h}{t^2}. \quad (5)$$

Враховуючи зв'язок лінійного прискорення з кутовим

$$a = \varepsilon r,$$

знаходимо

$$\varepsilon = \frac{2h}{rt^2}. \quad (6)$$

Вирішуючи спільно рівняння (2), (4), (5) і (6), отримаємо **робочу формулу** для визначення моменту інерції маятника

$$I = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (7)$$

Експериментальна установка представлена на фото.

На верхньому кронштейні міститься електромагніт, який утримує маятник в верхньому положенні, і перший фотоелектричний датчик.

Нижній кронштейн разом з прикріпленим до нього другим фотоелектричним датчиком можна переміщати уздовж стійки і фіксувати в довільно обраному положенні. Фотоелектричні датчики з'єднані з секундоміром.

Довжина маятника h визначається за міліметровою шкалою на стійці приладу.

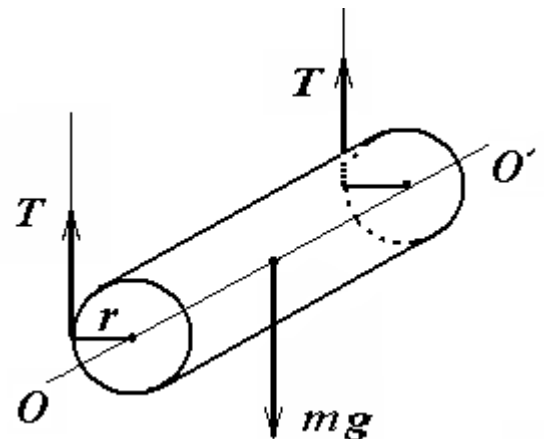


Рис. 4.

Порядок виконання роботи

1. Підключити установку до мережі (220 В) і натиснути клавішу «СЕТЬ» – вимикач мережі (позначення на приладі виконані російською мовою). Кнопка «ПУСК» має бути виключена (відтиснута).

2. Нижній кронштейн приладу пересунути і зафіксувати в крайньому нижньому положенні.

3. На диск маятника **надіти** довільно вибране **кільце**, притискаючи його до упору.

4. За шкалою на стійці визначити висоту h підйому маятника.

5. Рівномірно, виток до витка, намотати нитки на вісь маятника. Закріпити маятник за допомогою електромагніту. Натиснути клавішу «СБРОС» (установка нуля вимірювання).

6. Натиснути кнопку «ПУСК» (управління електромагнітом). Маятник прийде в рух. Визначити по цифровому індикатору час t падіння маятника. Натиснути кнопку «СБРОС» і повторити дослід ще два рази для однієї і тієї ж висоти h .

7. Повторити пункти 4 - 6 для **двох інших висот** опускання маятника. Дані занести в таблицю.

8. Розрахувати момент інерції маятника за формулою (7). Маса маятника m дорівнює сумі мас валика-стрижня m_c , диска m_d , и кільця m_k :

$$m = m_c + m_d + m_k.$$

Значення мас: $m_c = 33\text{ г}$; $m_d = 129,9\text{ г}$; маси знімних кілець: $m_{k1} = 256\text{ г}$; $m_{k2} = 516\text{ г}$; $m_{k3} = 580\text{ г}$.

9. Потім розрахувати **теоретичне значення моменту інерції** $I_{\text{теор}}$..

Момент інерції є величиною адитивною. Це означає, що момент інерції декількох тіл відносно деякої осі дорівнює сумі моментів інерції цих тіл відносно тієї ж осі.

Тому

$$I_{\text{теор}} = I_c + I_d + I_k, \quad (5)$$

де I_c , I_d , I_k – відповідно моменти інерції стрижня, диска і кільця, що надіте на диск. Значення моментів інерції окремих елементів маятника, як тіл правильної форми, відомі і їх можна розрахувати за формулами:

$$I_c = \frac{1}{2} m_c r_c^2, \quad I_d = \frac{1}{2} m_d r_d^2, \quad I_k = \frac{1}{2} m_k (r_d^2 + r_k^2),$$

де радіуси стрижня, диска і кільця відповідно дорівнюють $r_c = 0,5\text{ см}$; $r_d = 4,3\text{ см}$; зовнішній радіус кільця $r_k = 5,25\text{ см}$.

10. Порівняти теоретичне і експериментальне значення моменту інерції маятника Максвелла. Оцінити розбіжність σ значень:

$$\sigma = \frac{|\langle I \rangle - I_{\text{теор}}|}{I_{\text{теор}}} \cdot 100\%$$

№ п/п	h , м	t , с	m , кг	I_i кг·м ²	$\langle I \rangle$, кг·м ²	ΔI_i	$S_{\langle I \rangle}$	ΔI	E , %	$I_{\text{теор}}$

Контрольні питання

1. Що називається моментом інерції тіла?
2. Опишіть будову та принцип роботи маятника Максвелла.
3. Які сили діють на маятник?
4. Напишіть II закон Ньютона для поступального руху маятника.
5. Напишіть II закон Ньютона для поступального руху маятника в проекціях на вертикаль.
6. Напишіть рівняння обертального руху маятника.
7. Що таке момент сили? Моменти яких сил змушують маятник обертатися ?
8. Як розрахувати теоретичне значення моменту інерції маятника з насадками?

Література

1. Кучерук І.М. та ін. Загальний курс фізики. Навч. посібник Т.1. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.:Техніка.,1999 – 536 с.
2. В. М. Барановський, П. В. Бережний, І. Т. Горбачук та ін. Загальна фізика: Лабораторний практикум.: Навч. посібник. За заг. ред. І. Т. Горбачука. – К. Вища школа., 1992 – 509с.
3. І.П.Гаркуша, В.П.Курінний. Фізика. Навч. посібник у 7 частинах.Ч.1 Механіка. Д. НГУ. 2011.