Лабораторная работа № **1.16**

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТЕЛ ДИНАМИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Приборы и принадлежности:1) прибор- вращающийся столик - для определения моментов инерции тел; 2) секундомер; 3) штангенциркуль;4) масштабная линейка; 5) набор исследуемых тел; 6) набор грузов.

Цель работы: определение момента инерции тела с помощью вращающегося столика.

О моменте инерции

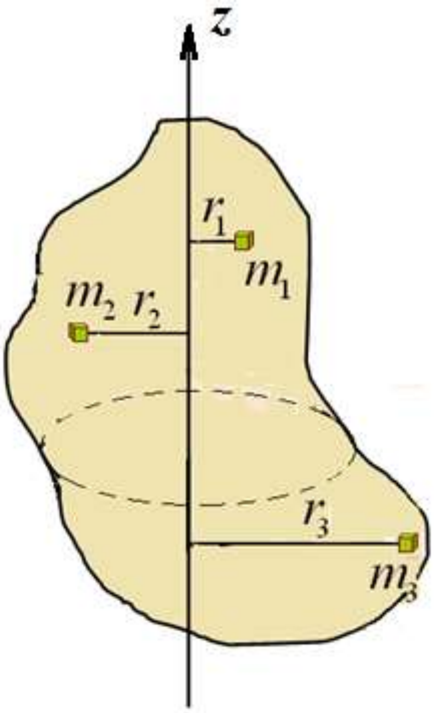

Рис 1

В ***поступательном*** движении тела, мерой ***инертности*** является его масса m. Тело с большей массой является более инертным, сильнее «сопротивляется» попыткам изменить его скорость. Например, покоящемуся телу с большой массой труднее сообщить скорость, или, наоборот, массивное движущееся тело труднее остановить.

Во ***вращательном*** движении твердого тела ***инертность*** (т.е. способность сохранять угловую скорость вращения) определяется моментом инерции I_Z.

Моментом инерции *материальной точки* массой m, находящейся на расстоянии r от оси вращения, называется величина, равная произведению массы этой точки на квадрат расстояния ее от оси вращения т.е.

$$I = mr^2$$

Момент инерции *тела* относительно некоторой оси Z равен сумме моментов инерции материальных точек, из которых состоит тело, т.е. сумме произведений элементарных масс m_i, на которые мысленно разбиваем тело, на квадраты расстояний r_i каждой элементарной массы от оси вращения (см. рис. 1)

$$I_Z = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \ldots + m_n r_n^2 = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 .$$

Здесь ∑ — принятый в математике для краткой записи знак суммирования величин тех переменных, которые находятся справа от этого знака. Единица измерения момента инерции в СИ кг·м^2.

Из формулы для момента инерции тела видно, что точки, лежащие дальше от оси вращения, вносят в сумму значительно больший вклад, чем близкие точки.

.

Таким образом, момент инерции – мера инертности тела при вращательном движении – зависит не только от массы тела, но и того, как эта масса распределена по объему тела.

В случае непрерывного распределения масс по объему тела эта сумма сводится к интегралу

$$I = \int r^2 dm = \int r^2 \rho dV,$$

где интегрирование производится по всему объему тела, ρ – плотность материала; dV– элементарный объем; $dm = \rho dV$ – элементарная масса; $r = r(x, y, z)$ – функция положения точки с координатами x, y, z.

Для тел правильной геометрической формы интегрирование сравнительно простое. Например, момент инерции для сплошного цилиндра радиусом R и массой m относительно оси вращения, совпадающей с осью цилиндра:

$$I = \frac{1}{2} mR^2.$$

Для прямого тонкого стержня длиной l и массой m относительно оси, перпендикулярной к стержню и проходящей через его центр масс:

$$I = \frac{1}{12} ml^2.$$

Для шара радиусом R и массой m относительно оси, проходящей через центр шара:

$$I = \frac{2}{5} mR^2.$$

Моменты инерции однородных тел простейшей формы сведены в таблицы.

Для тел неправильной формы интегрирование усложняется и часто момент инерции определяют опытным путем. Примером такого определения является данная лабораторная работа.

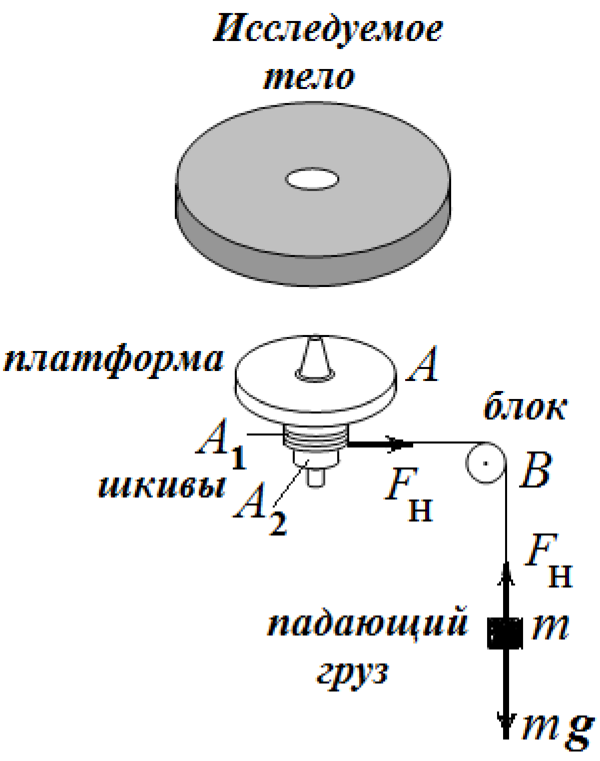

Рис. 2.

Описание прибора и теория метода

Установка для определения момента инерции тел схематично изображена на рис. 2. На вертикальной оси укреплена платформа A, на которую помещают исследуемое тело. Платформа может вращаться, вращение осуществляется силой натяжения нити, которая намотана на один из шкивов A_1 или A_2. Шкивом называют колесо с широким ободом. На обод наматывается нить, с помощью которой создается вращающий момент. Нить перекинута через блок B, а к свободному концу нити прикреплен груз массой m.

Неподвижный блок B легко вращается и весит очень мало, так что его задача только изменять направление движения нити, на которой подвешен падающий груз.

Время опускания груза на определенное расстояние h измеряется таким образом. В начале вращения системы, когда основание груза совмещается с верхним делением масштабной линейки, включается секундомер. В момент соприкосновения груза с полом секундомер останавливается.

В работе изучаются два вида движения твердого тела – поступательное и вращательное. Шкивы вместе с исследуемым телом вращаются, а груз на нити движется прямолинейно, оба движения являются ускоренными.

Уравнение поступательного движения груза (второй закон Ньютона)

$$\Sigma \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}. \tag{1}$$

На груз действуют две силы: сила тяжести $m\mathbf{g}$, направленная вниз, и сила натяжения нити $\boldsymbol{F}_{н}$, направленная вверх. Равнодействующая этих сил определяет равноускоренное движение груза. В проекциях на вертикаль второй закон Ньютона приобретет вид

$$mg - F_{н} = ma,$$

откуда сила натяжения по абсолютному значению

$$F_{н} = m(g - a). \tag{2}$$

По третьему закону Ньютона сила, равная по модулю силе натяжения, но направленная противоположно ей, приложена ко второму из взаимодействующих тел – к шкиву (по касательной).

Эта сила и создает вращающий момент M_z.

Момент силы, действующий на шкив, равен произведению силы натяжения $F_{н}$ нити на плечо – радиус r шкива:

$$M_z = F_{н}\, r = m(g - a)\, r. \tag{3}$$

Ускорение a может быть найдено из формулы пути при равноускоренном движении без начальной скорости. Если h – путь, пройденный падающим грузом за время t, то

$$h = \frac{at^2}{2},$$

откуда

$$a = \frac{2h}{t^2}. \tag{4}$$

Из уравнений (3) и (4) находим значение вращающего момента M

$$M = mr\left(g - \frac{2h}{t^2}\right). \tag{5}$$

Груз m, падая с ускорением a, увлекает за собой нить, намотанную на шкив, поэтому точки обода шкива будут иметь такое же линейное ускорение, что и падающий груз.

Учитывая связь линейного a и углового ε ускорений, выразим угловое ускорение точки на ободе шкива через ее линейное ускорение и радиус шкива r:

$$\varepsilon = \frac{a}{r} = \frac{2h}{rt^2}. \tag{6}$$

Далее, пользуясь основным уравнением динамики вращательного движения твердого тела относительно закрепленной оси

$$M = I\varepsilon, \tag{7}$$

где M_z – момент внешней силы относительно оси вращения, I – момент инерции тела относительно оси вращения, ε – угловое ускорение, из (5), (6) и (7) получаем ***расчетную формулу для момента инерции***, который определяется в опыте

$$I = mr^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right). \tag{8}$$

Это **рабочая формула**. Сюда входят все величины, которые измеряются на опыте:

m – масса груза, привязанного к нити;

r – радиус шкива, на который намотана нить;

t – время опускания груза;

h – высота опускания груза.

Пусть сначала груз раскручивает пустую платформу. Определим время t_0 опускания груза.

Далее на шкивы поместим деревянный диск, момент инерции которого надо определить. Теперь, когда тот же самый груз раскручивает шкивы вместе с диском, снова измеряем время t_1 опускания груза. Воспользуемся тем, что момент инерции I всей системы равняется сумме момента инерции шкивов и момента инерции диска (свойство аддитивности):

$$I = I_{\text{шкивов}} + I_{\text{диска}}.$$

Выразим отсюда момент инерции диска и воспользуемся формулой (8)

$$I_{\text{диска}} = I - I_{\text{шкивов}} = \frac{mr^2 g}{2h}(t_1^2 - t_0^2). \tag{9}$$

Измерения.

1. Определить с помощью масштабной линейки высоту h опускания груза на нити.
2. Штангенциркулем измерить радиусы шкивов r_1 и r_2.
3. Узнать у лаборанта массу m груза. Значения h, r_1 и r_2, m занести в таблицу.
4. Намотать нить на **малый** шкив и перекинуть ее через блок. Измерить 3 раза время t_0, в течение которого груз, раскручивая пустую платформу, опустится с высоты h.
5. Положить на устройство деревянный диск и измерить 3 раза время t_1 опускания груза.

6. Заменить деревянный диск металлическим колесом со спицами и определить время t_1 опускания груза 3 раза.

7. Повторить все опыты п. 4, 5, 6, наматывая нить на **большой** шкив.

8. По формуле (9) вычислить моменты инерции деревянного диска и металлического колеса.

Контрольные вопросы.

1. Что называется моментом инерции тела относительно данной оси? Приведите формулы моментов инерции тел простейшей формы. Зависит ли момент инерции диска от его толщины?

2. Сравните формулы $\mathbf{F} = m\boldsymbol{a}$ и $\mathbf{M} = J\boldsymbol{\varepsilon}$. В чем состоит аналогия между этими выражениями?

3. В чем суть динамического метода определения момента инерции?

4. В чем состоит свойство аддитивности момента инерции? Покажите, что оно вытекает из определения момента инерции.

Таблица

№ п/п	Шкив	r, м	h, м	m, кг	t_0, с	Деревянный диск					Металлическое кольцо				
						t_1	J_i	$\langle J\rangle$	ΔJ	E	t_1	J_i	$\langle J\rangle$	ΔJ	E
1	Большой														
2															
3															
4	Малый														
5															
6															

Литература.

1. Кучерук І. М. та ін.. Загальний курс фізики. Т.1. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. К. 1999.
2. Гаркуша И.П, Куринной В.П.. Физика. Ч.1 Механика. Д. НГУ. 2011.

Составил Гаркуша И.П.