

Лабораторна робота № 1.9

ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТІВ ІНЕРЦІЇ ТВЕРДОГО ТІЛА ЗА ДОПОМОГОЮ КРУТИЛЬНОГО МАЯТНИКА

Мета роботи: Виміряти моменти інерції металевого зразка відносно осей, які проходять через його центр мас, за допомогою крутильного маятника.

Теоретичний вступ

При *поступальному* русі тіла мірою його *інертності* є його маса. Тіло з більшою масою є більш інертним, сильніше «чинить опір» спробам змінити його швидкість. Наприклад, тілу з великою масою, що покоїться, важче надати швидкість, або, навпаки, масивне тіло, що рухається важче зупинити.

При *обертальному* русі твердого тіла *інертність* (тобто здатність зберігати кутову швидкість обертання) визначається не тільки величиною його маси, а й тим, як розподіляється ця маса відносно осі обертання.

Моментом інерції матеріальної точки масою m , що міститься на відстані r від осі обертання, називається величина, що дорівнює добутку маси цієї точки на квадрат відстані її від осі обертання, тобто

$$I = mr^2. \quad (1)$$

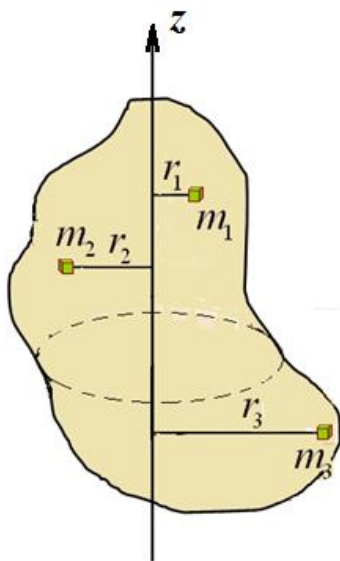


Рис. 1

Момент інерції тіла відносно деякої осі Z дорівнює сумі моментів інерції матеріальних точок, з яких складається тіло, тобто сумі добутків елементарних мас m_i , на які подумки розбиваємо тіло, на квадрати відстаней r_i кожної елементарної маси від осі обертання (див. рис. 1)

$$I_z = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots + m_n r_n^2 = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2. \quad (2)$$

Тут Σ - прийнятий в математиці для короткого запису знак додавання величин тих змінних, які знаходяться праворуч від цього знака. Одиниця вимірювання моменту інерції в СІ $\text{кг} \cdot \text{м}^2$.

З формули для моменту інерції видно, що точки, які лежать далі від осі обертання, вносять в суму значно більший внесок, ніж близькі точки.

Таким чином, момент інерції - міра інертності тіла при обертальному русі - залежить не тільки від маси тіла, а й того, як ця маса розподілена за об'ємом тіла.

У разі безперервного розподілу мас за об'ємом тіла ця сума зводиться до інтеграла

$$I = \int r^2 dm = \int r^2 \rho dV,$$

де інтегрування проводиться по всьому об'єму тіла, ρ - густина матеріалу; dV - елементарний об'єм; $dm = \rho dV$ - елементарна маса; $r = r(x, y, z)$ - функція положення точки з координатами x, y, z .

Момент інерції визначається відносно конкретної осі. Якщо змінити вісь обертання, зміниться і момент інерції.

Момент інерції тіла можна визначити за допомогою *крутильного маятника*. Найпростіший крутильний маятник - це масивне тверде тіло, підвішене на пружній сталевій нитці (дротині).

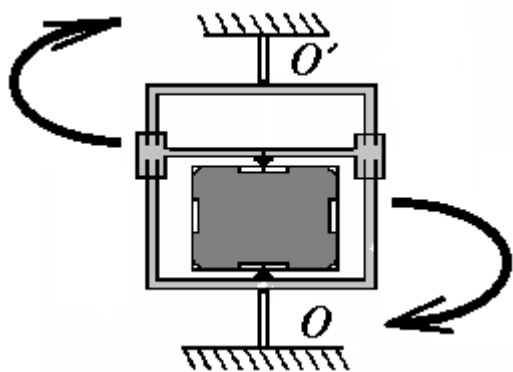


Рис. 2.

Схема крутильного маятника, використуваного в даній роботі, представлена на рис. 2. Маятник складається з рамки, яка підвішена на сталевих вертикально натягнутих дротах. У середині рамки кріпиться тіло так, щоб його центр мас лежав на осі обертання OO' . Досліджуваним тілом в даній роботі є металевий зразок



зразок у формі паралелепіпеда (див. фото праворуч).

Якщо відхилити рамку від положення рівноваги на невеликий кут і відпустити, то рамка буде здійснювати крутильні коливання, обумовлені пружними силами, що виникають в дроті OO' .

При закручуванні дроту з підвішеним тілом на деякий кут φ протидія, що виникає в дроті, являє собою момент сили M , модуль якого пропорційний куту φ , а відлік, як і при будь-якій деформації, протилежний напрямку відліку кута закручування.

$$M = -D\varphi \quad (3)$$

Тут D - модуль кручення дроту. Величина D залежить від довжини дроту, його діаметра і пружних властивостей матеріалу дроту.

Період T крутильних коливань пов'язаний з моментом інерції I тіла, підвішеного на пружному дроті, і модулем кручення D :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} \quad (4)$$

З останнього рівняння можна визначити момент інерції маятника

$$I = \frac{DT^2}{4\pi^2} \quad (5)$$

Період коливань маятника T можна визначити дослідним шляхом. Якщо за час t маятник здійснив n коливань, то період коливань дорівнює

$$T = \frac{t}{n} \quad (6)$$

Таким чином, задавшись значенням D і визначивши на досліді період крутильних коливань, за допомогою крутильного маятника можна за формулою (5) обчислити моменти інерції металевго зразка щодо різних осей, які проходять через його центр мас.

Опис крутильного маятника

Фото установки показано на рис. 3 (порожня рамка) і 4 (рамка із досліджуваним тілом).

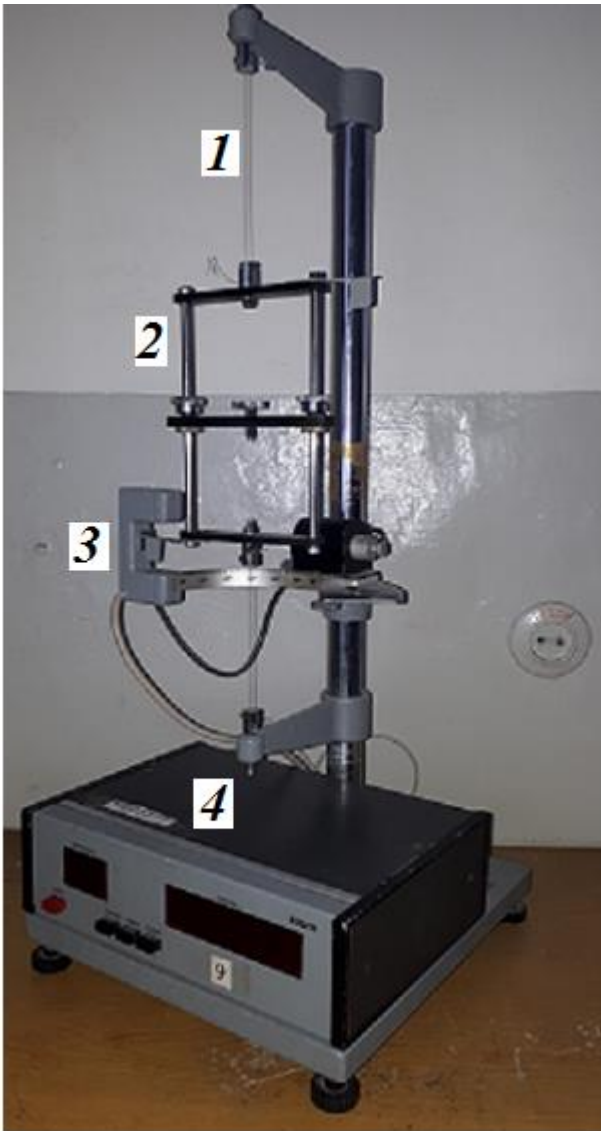


Рис.3.



Рис. 4.

Позначення на фотографіях:

1. Дві сталеві нитки підвісу.
2. Рамка (порожня, без тіла).
3. Фотоелектричний датчик.
4. Електронний блок.
5. Досліджуване тіло.

Схема установки представлена на рис. 5.

Електронний блок з милісекундоміром 1 і лічильником числа повних коливань 2 розташований на підставі. На тій же підставі укріплена колонка, на якій містяться три кронштейна. Кронштейни мають затискачі для підвісу рамки на пружних сталевих нитках.

Рамка 3 являє собою дві балки, з'єднані стрижнями. На стрижнях за допомогою цангових затискачів закріплюється в потрібному положенні рухома балка 8, яка дозволяє (шляхом закручування гвинта) закріплювати в рамці досліджуване тіло 7.

На сталевій плиті, прикріпленій до кронштейну, розміщуються з'єднані з електронним блоком фотоелектричний датчик 4 і електромагніт 5, а також кутова шкала 6, яка служить для завдання амплітудного значення кута закручування.

Коли рамка здійснює крутильні коливання, **стріла рамки перетинає світловий промінь** фотоелектричного датчика, а імпульси, передані датчиком, підраховуються секундоміром і висвітлюються на цифрових табло у вигляді числа повних коливань і тривалості коливань.

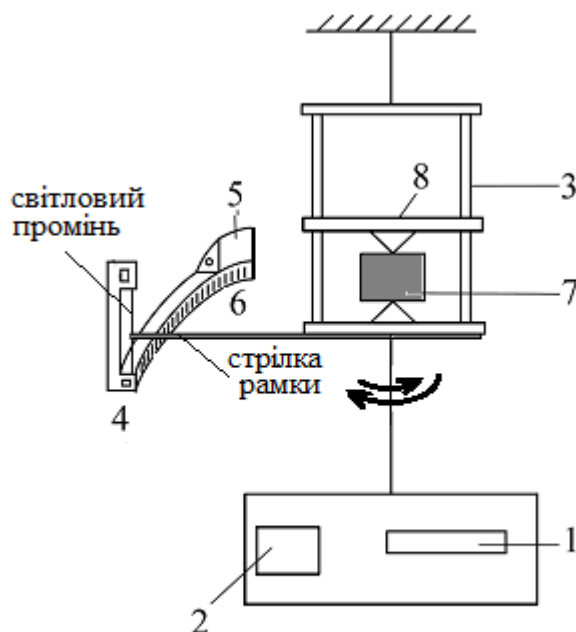


Рис. 5.

Порядок виконання роботи

Завдання 1. Визначення періоду коливань порожньої рамки

Спочатку визначають період коливань T_0 ненавантаженої рамки. Для цього необхідно виконати наступні операції.

1. Закріпити електромагніт в положенні, яке відповідає певному куту закручування рамки (задається викладачем).

2. Включити напругу живлення (вмикає викладач) натисканням клавіші "МЕРЕЖА (СЕТЬ)" (позначки на приладі наведені російською мовою). При цьому повинні світитися лампочки фотоелектричного датчика і індикатора секундоміра.

3. Натиснути кнопку "СБРОС" для обнуління індикатора секундоміра, генерування сигналу дозволу на вимір і включення обмотки електромагніту.

4. Відхилити рамку маятника так, щоб її стріла наблизилася до електромагніту, який зафіксує рамку в заданому положенні.

5. Натиснути кнопку "ПУСК". Натискання цієї клавіші запускає секундомір і відключає електромагніт. Рамка при цьому відпускається і починає здійснювати крутильні коливання, які підраховуються в електронному блоці за допомогою сигналів, що надходять від фотоелектричного датчика.

6. Після того як маятник зробить 10-20 повних коливань, натиснути кнопку "СТОП". Якщо вимір часу коливань t проводиться для $n = 10$ коливань, то клавішу "СТОП" натискають при висвітленні на індикаторі цифри $n - 1 = 9$.

7. Записати показання цифрових індикаторів, **дослід повторити 3 рази.**

8. За формулою (6) обчислити період T_0 коливань ненавантаженої рамки.

Таблиця 1

№ п/п		n	$t, \text{с}$	$T_0, \text{с}$	$\langle T_0 \rangle, \text{с}$
1	Порожня рамка				
2					
3					

Завдання 2. Визначення моменту інерції тіла відносно поперечної осі

1. Закріпити досліджуване тіло - прямокутний паралелепіпед (далі - вантаж) - в рамці так, щоб вісь обертання проходила через центр мас **поперек вантажу** і зробити вимірювання періоду коливань T системи "рамка + вантаж" так само, як це робилося в попередньому завданні.

2. Оскільки момент інерції є адитивною величиною, тобто момент інерції системи дорівнює сумі моментів її елементів, $I = I_0 + I_{\text{вантаж}}$, то момент інерції вантажу визначається за формулою

$$I_{\text{вантаж}} = I - I_0 = \frac{D}{4\pi^2} (T^2 - T_0^2) \quad (7)$$

За формулою (7) обчислити момент інерції вантажу $I_{\text{вантаж}}$ відносно даної осі. Значення модуля кручення дроту D вказано на приладі.

Завдання 3. Визначення моменту інерції тіла відносно поздовжньої осі

1. Змінити момент інерції системи шляхом установки в рамку вантажу так, щоб тепер вісь обертання проходила через центр мас **уздовж вантажу** і, повторивши всі вимірювання по пунктам 1 - 7, обчислити за формулою (7) момент інерції $I_{\text{вантаж}}$ щодо іншої осі.

2. Результати занести в таблицю і розрахувати похибку вимірювань за стандартною методикою.

№ п/п		n_i	$t_i, \text{с}$	$T_i, \text{с}$	$I_{\text{вант}}, \text{кг}\cdot\text{м}^2$	$\langle I \rangle$	ΔI_i	ΔI
1	Рамка + вантаж, вісь поперек							
2								
3								
4	Рамка + вантаж, вісь вздовж							
5								
6								

Контрольні питання

1. Що називається моментом інерції твердого тіла відносно деякої осі, і який його фізичний зміст? Яка розмірність одиниці вимірювання моменту інерції?
2. Яка методика вимірювань моменту інерції твердого тіла за допомогою крутильного маятника? Які величини вимірюють в даній роботі, які обчислюються і за якими формулами?
3. Чому момент інерції зразка, що має форму паралелепіпеда, є різним в залежності від проходження осей, наприклад «уздовж» або «поперек» тіла? Який з них більше і чому? Якою була б відповідь на це питання, якщо б зразок мав форму куба?

Література.

1. Кучерук І.М. та ін. Загальний курс фізики. Навч. посібник Т.1. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.:Техніка.,1999 – 536 с.
2. В. М. Барановський, П. В. Бережний, І. Т. Горбачук та ін. Загальна фізика: Лабораторний практикум.: Навч. посібник. За заг. ред. І. Т. Горбачука. – К. Вища школа., 1992 – 509с.
3. І.П.Гаркуша, В.П.Курінний. Фізика. Навч. посібник у 7 частинах. Ч.1 Механіка. Д. НГУ. 2011.