Министерство образования и науки, молодежи и спорта Украины
Государственное высшее учебное заведение
«Национальный горный университет»

“ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ”

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ
для студентов специальностей 0906 ГВУЗ «НГУ»

Днепропетровск

2012

"Электричество и магнетизм" Конспект лекций для студентов специальности 0906 ГВУЗ «НГУ».
Сост.: Л.Ф.Мостипан
Днепропетровск: ГВУЗ «НГУ», 2011 г.

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электростатикой называется раздел физики, изучающий свойства электрического поля, создаваемого электрическими зарядами, неподвижными относительно выбранной *инерциальной* системы отсчета.

1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЗАРЯД И ЕГО СВОЙСТВА. ЗАКОН КУЛОНА ДЛЯ ТОЧЕЧНЫХ ЗАРЯДОВ.

Электрический заряд – это *фундаментальная характеристика* тел, его величина определяет интенсивность электромагнитного взаимодействия заряженных тел или частиц

Свойства электрических зарядов:

1. В природе существует два вида электрических зарядов, условно называемых положительными и отрицательными. Разноименные электрические заряды притягиваются, а одноименные – отталкиваются.
2. Электрический заряд тел дискретен; электрический заряд любого тела q кратен элементарному заряду $e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл: $q = N \cdot e$. Носителями элементарных электрических зарядов являются элементарные частицы (отрицательный электрон, положительные позитрон, протон и др. Теоретически допускается существование частиц кварков, их заряд равен $\pm\, {}^{1}/_{3}\, e$; $\pm\, {}^{2}/_{3}\, e$)
3. Заряд инвариантен относительно преобразований Лоренца, то есть величина заряда не зависит от скорости движения тела.
4. В замкнутой системе заряженных тел действует закон сохранения заряда: *алгебраическая сумма электрических зарядов любой электрически изолированной (замкнутой) системы остается постоянной при любых процессах, происходящих в системе.*

Модели заряженных тел

- *Точечный заряд* – заряженное тело, размерами и формой которого можно пренебречь в данной задаче.

- *Пробный заряд* – заряд, не вызывающий перераспределения заряда в других телах, он служит для измерения поля.

Электрические заряды могут быть распределены в пространстве как *дискретно*, так и *непрерывно* - вдоль некоторой линии, по поверхности, в некотором объеме. В этих случаях вводятся понятия:

- *линейная плотность зарядов* $\tau = \frac{dq}{dl} = \frac{q}{l}$, которая равна заряду q, приходящемуся на единицу длины тела l,
- *поверхностная плотность зарядов* $\sigma = \frac{dq}{dS} = \frac{q}{S}$, равная заряду q, приходящемуся на единицу площади поверхности S,
- *объемная плотность зарядов* $\rho = \frac{dq}{dV} = \frac{q}{V}$, которая равна заряду q, приходящемуся на единицу объема V.

Закон Кулона

- *Сила взаимодействия двух точечных зарядов прямо пропорциональна произведению величин зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния меду ними.*

$$F \approx \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Сила кулоновского взаимодействия направлена вдоль соединяющей эти заряды прямой, причем разноименные заряды притягиваются, а одноименные отталкиваются.

В системе СИ сила Кулона равна:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}. \tag{1.1}$$

Здесь $\varepsilon_0 = 8{,}85\ 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная, ε -диэлектрическая проницаемость среды, в которой находятся точечные заряды.

- *Диэлектрическая проницаемость среды показывает, во сколько раз сила взаимодействия между точечными зарядами в вакууме больше, чем в данной среде .*

В векторной форме закон Кулона имеет вид:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^3} \cdot \mathbf{r} \qquad (1.2)$$

Из формулы видно, что сила направлена так же, как и радиус – вектор, соединяющий точечные заряды.

Для протяженных заряженных тел закон Кулона использовать нельзя. В этом случае заряженное тело сложной конфигурации разбивают на элементы с зарядом dq, которые считают точечными и для которых можно пользоваться законом Кулона для точечных зарядов:

$dF = k \cdot \frac{q \cdot dq}{r^2}$, и, следовательно, $F = \int dF = \int k \cdot \frac{q \cdot dq}{r^2}$.

2. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ. НАПРЯЖЁННОСТЬ ПОЛЯ. СИЛОВЫЕ ЛИНИИ ПОЛЯ. ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ.

Кулоновское взаимодействие между неподвижными зарядами осуществляется посредством создаваемого ими электрического поля. Электростатическое поле представляет собой не изменяющееся с течением времени (стационарное) электрическое поле.

- *Электрическое поле – это особая форма материи, в которой действуют электрические силы*

Электрическое поле называется *однородным*, если в любой его точке напряженность одинакова по величине и направлению.

- Силовой характеристикой электрического поля в данной точке является *вектор напряженности* **E**, *равный отношению силы, действующей со стороны поля на точечный пробный положительный электрический заряд, помешенный в данную точку поля, к величине этого заряда*

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0}. \qquad (2.1)$$

Чтобы определить направление вектора **E** в данной точке, нужно мысленно поместить в эту точку положительный заряд. Направление вектора **E** совпадает с направлением силы, которая будет действовать на этот заряд со стороны поля.

- *Напряжённость поля точечного заряда* q можно найти, подставив в формулу (2.1) выражение для силы Кулона:

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \qquad (2.2)$$

или в векторной форме

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^3} \cdot \mathbf{r}\,. \qquad (2.3)$$

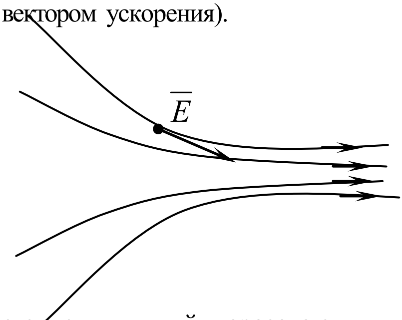
Здесь q - заряд, создающий электростатическое поле, напряженность которого мы определяем.

Графически электростатическое поле изображается в виде *силовых линий*.

♦ *Линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора напряженности, называются силовыми линиями.*

Не следует смешивать силовые линии и *траектории* зарядов в электростатических полях (касательная к траектории совпадает по направлению с вектором *скорости*, касательная к *силовой линии* - с вектором ускорения).

♦ *Свойства силовых линий*:



1. Линии напряженности начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных.

2. Силовые линии не пересекаются.

3. Чем больше напряженность электростатического поля, тем гуще располагаются силовые линии. Именно, количество силовых линий, пересекающих единичную (S=1) площадку, расположенную перпендикулярно силовым линиям, численно равно величине напряженности.

Опыт показал, что сила взаимодействия двух точечных зарядов не изменяется в присутствии других заряженных тел. Для системы точечных зарядов q_1, q_2 … q_n выполняется принцип независимости действия точечных зарядов (*принцип суперпозиции*):

♦ *Если электростатическое поле создается системой точечных зарядов, то напряженность результирующего поля определяется геометрической суммой напряженностей полей отдельных зарядов.*

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \ldots \mathbf{E}_n\,. \qquad (2.4)$$

Электростатическое поле – материальный носитель электромагнитных взаимодействий зарядов.

3. ПОТОК ВЕКТОРА НАПРЯЖЁННОСТИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ. ТЕОРЕМА ГАУССА.

Потоком какого – либо вектора $\boldsymbol{A}$ через бесконечно малую площадку dS называется величина

$$d\Phi_A = A\cdot dS\cdot\cos(\mathbf{A}\cdot d\mathbf{S}) = A_n\cdot dS\,. \qquad (3.1)$$

Чтобы найти полный поток вектора через поверхность конечных размеров, необходимо провести интегрирование по всей поверхности:

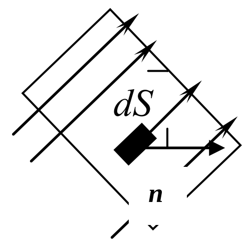
$$\Phi_A = \int_S A\cdot dS\cdot\cos(\mathbf{A}\cdot d\mathbf{S}) = \int_S A_n\cdot dS\,. \qquad (3.2)$$

В соответствии с определением, *потоком вектора напряженности электрического* поля через поверхность S называется величина

$$\varPhi_E = \int_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S}\,. \qquad (3.3)$$

♦ *Поток вектора напряжённости электростатического поля через поверхность S численно равен количеству силовых линий, которые пересекают эту поверхность*.

Действительно, из свойств силовых линий следует, что количество силовых линий, пересекающих единичную, расположенную перпендикулярно к линиям площадку, численно равно напряженности поля. Если площадь поверхности не равна единице, то количество пересекающих ее линий можно найти, умножив величину напряженности на величину площади: $d\varPhi_E = E\cdot dS\cdot$. Если поверхность расположена под углом к линиям, то количество силовых линий, пересекающих ее, уменьшится и будет равно $d\varPhi_E = E\cdot dS\cdot\cos\alpha$, то есть количество силовых линий, пересекающих площадку, будет равно скалярному произведению векторов ***E*** и ***dS***



$$d\varPhi_E = \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S} \qquad (3.4)$$

или

$$d\varPhi_E = E\cdot dS\cdot\cos\alpha\,. \qquad (3.5)$$

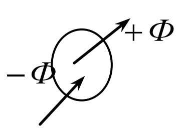
Здесь под вектором ***dS*** понимают псевдовектор, величина которого равна *dS,* а направление совпадает с направлением вектора нормали ***n,*** причем выбор направления вектора нормали условен.

$$d\mathbf{S} = dS\cdot\mathbf{n}\,. \qquad (3.6)$$

Чтобы найти ***полный поток вектора*** через поверхность конечных размеров, необходимо провести интегрирование по всей поверхности

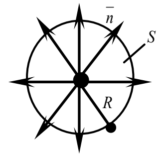
$$\Phi_E = \int_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S} = \int_S E_n\cdot dS\,. \qquad (3.7)$$

Поток считается положительным, если направление силовых линий и вектора нормали совпадает, в противном случае поток считается отрицательным. Для замкнутых поверхностей принято, что если поток входит в объем, ограниченный поверхностью, то он имеет знак «-», а если выходит, то «+».



Теорема Гаусса

Рассмотрим точечный заряд, который поместим в центр сферы радиусом *R*. Поток вектора напряжённости через поверхность сферы будет равен:



$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \oint E \cdot dS \cdot \cos\alpha$$

Для каждой элементарной поверхности, которую пересекает силовая линия, $\alpha=0$, $\cos\alpha=1$. Учитывая, что все точки сферы находятся на расстоянии *R* от заряда и напряженность в них одинакова, получим:

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = E \cdot S = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{R^2} \right) \cdot \left(4\pi R^2 \right) = \frac{q}{\varepsilon_0} \cdot \qquad (3.8)$$

Видно, что *поток определяется только зарядом, который находится внутри замкнутой поверхности*.

Если мы изменим расположение заряда внутри сферы, или изменим форму замкнутой поверхности, окружающей заряд, количество силовых линий, пересекающих поверхность, останется прежним.

Если поток через замкнутую поверхность создаётся несколькими зарядами, то общий поток определяется по принципу суперпозиции:

$$\Phi_E = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \oint \mathbf{E}_1 \cdot d\mathbf{S}_1 + \oint \mathbf{E}_2 \cdot d\mathbf{S}_2 + \oint \mathbf{E}_3 \cdot d\mathbf{S}_3 + \ldots . \qquad (3.9)$$

Теорема Гаусса-Остроградского для вектора напряженности поля в вакууме:

♦ *Поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность, охватывающую электрические заряды, равен алгебраической сумме этих зарядов, деленной на электрическую постоянную.*

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0} . \qquad (3.10)$$

- В случае, если заряд равномерно распределён по поверхности, теорема принимает вид:

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_S \sigma \cdot dS \cdot \qquad (3.11)$$

- В случае, если заряд распределён по объёму:

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho \cdot dV . \qquad (3.12)$$

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМЫ ГАУССА ДЛЯ РАСЧЁТА ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ:

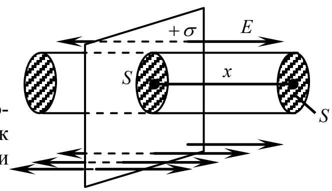
Теорему Гаусса целесообразно использовать при рассмотрении полей, созданных при симметричном расположении зарядов, например:

- поле бесконечной проводящей плоскости, заряженной равномерно по поверхности;
- поле между двумя параллельными бесконечными плоскостями, заряженными разноименно;
- поле бесконечно длинного прямого цилиндра, заряженного равномерно с постоянной линейной плотностью;
- поле равномерно заряженной сферической поверхности;
- поле равномерно заряженного по объему шара.

1. *Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости*.

На бесконечной плоскости выберем элемент поверхности *S*, на нем построим замкнутую поверхность в виде цилиндра, образующие которого параллельны линиям напряженности. Тогда заряд, который находится внутри цилиндра, равен $\sigma \cdot S$. По теореме Гаусса:

$$\Phi_E = \oint_{S_Ц} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\sigma \cdot S}{\varepsilon\varepsilon_0} \qquad (3.13).$$



Поток вектора напряженности равен сумме потоков через боковую поверхность цилиндра и через два основания. Но поток через боковую поверхность равен нулю, так как силовые линии параллельны поверхности и не пересекают ее.

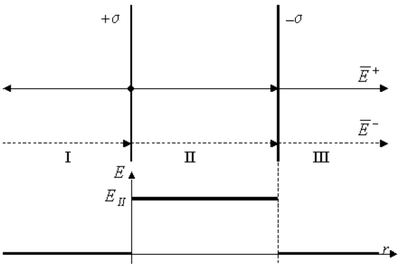
$$\Phi_E = \Phi_{бок} + 2\Phi_{осн} = 2\Phi_{осн} = 2E\int_S dS \qquad (3.14).$$

Сравнивая уравнения (3.13) и (3.14) получим:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}. \qquad (3.15)$$

2. *Поле, образованное двумя бесконечными заряженными пластинами (поле плоского конденсатора*)

Рассмотрим поле, создаваемое двумя бесконечными разноименно заряженными пластинами. Величина поверхностной плотности зарядов одинакова и составляет σ.



Напряженность поля вокруг пластин согласно принципу суперпозиции равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых положительно и отрицательно заряженными пластинами $\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_-$.

а) вне пластин конденсатора (области I и III)

Векторы напряженности направлены в противоположные стороны, поэтому

$E_I = E_{III} = 0$.

б) внутри конденсатора (область II)

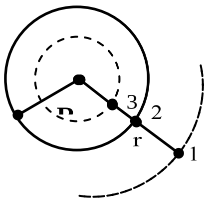
Векторы напряженности направлены в одну сторону и напряженность поля внутри конденсатора равна

$$E_{II} = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \qquad (3.16)$$

Напряженность электростатического поля в вакууме изменяется скачком при переходе через заряженную поверхность.

3. *Поле равномерно заряженного шара радиусом R, несущего заряд Q.*

а) Для нахождения напряженности *вне заряженной сферы* или шара (точка 1) замкнутую поверхность построим в виде сферы радиуса *r*. Из соображений симметрии следует, что на поверхности построенной сферы напряжённость поля будет одинаковой.



По теореме Гаусса

$$\Phi_E = \oint_{S_3} E \cdot dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot Q.$$

По определению потока вектора напряженности

$$\Phi_E = \int_{S_3} E \cdot dS = E \cdot S_1 = E \cdot 4\pi r^2.$$

Из сравнения полученных выражений получаем:

$$E = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon\varepsilon_0}. \qquad (3.17)$$

Эта формула совпадает с выражением для точечного заряда *Q*, если бы он находился в центре сферы.

б) Напряжённость поля *на поверхности сферы* (точка 2) определяется аналогично, с учетом того, что $r = R$:

$$E_2 = \frac{Q}{4\pi R^2 \varepsilon_0} \qquad (3.18)$$

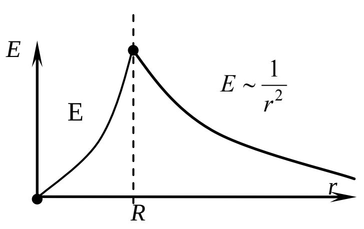
в) Найдем напряженность поля *внутри шара* (точка 3), для этого построим дополнительную поверхность, проходящую через точку 3, и найдем заряд q внутри этой поверхности.

$$q = V_3 \cdot \rho = \left(\frac{4}{3}\pi r_3^3\right)\left(\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}\right) = \frac{Q r_3^3}{R^3}, \qquad (3.19)$$

где $\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ – объёмная плотность заряда данного шара.

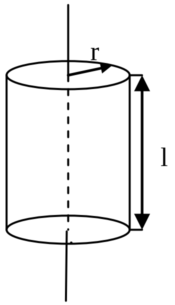
По теореме Гаусса $\Phi_E = \oint_{S_1} E dS = \frac{q}{\varepsilon_0}$. По определению потока напряженности: $\Phi_E = \int_{S_3} E dS = E \cdot S_3 = E \cdot 4\pi r_3^2$. Из сравнения этих формул следует:

$$E = \frac{Q r_3^3}{4\pi r_3^2 \varepsilon_0 R^3} = \frac{Q r_3}{4\pi r \varepsilon_0 R^3}. \qquad (3.20)$$



При переходе через границу области объемного заряда напряженность электростатического поля в вакууме изменяется непрерывно.

4. *Поле бесконечной нити, заряженной с линейной плотностью* τ.



В качестве замкнутой поверхности мысленно построим цилиндр радиуса r и высотой l. Поток вектора напряженности $\mathbf{E}$ через торцы цилиндра равен нулю, а сквозь боковую поверхность: $\Phi = E \cdot S = E \cdot 2\pi r$.

По теореме Гаусса $\Phi = \dfrac{q}{\varepsilon_0} = \dfrac{\tau l}{\varepsilon_0}$.

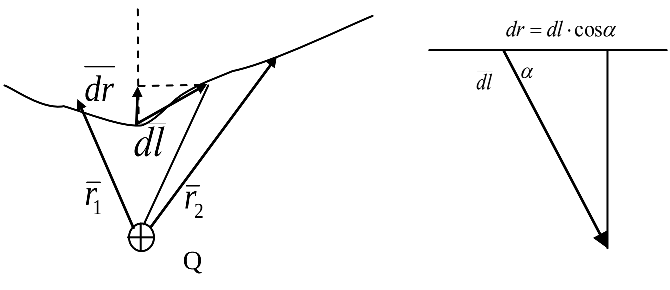
Тогда $E = \dfrac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}$. (3.21)

4. РАБОТА ПО ПЕРЕМЕЩЕНИЮ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ.

Неподвижный заряд q создает вокруг себя электростатическое поле. При перемещении пробного заряда q_0 из точки 1 в точку 2 этого поля внешними силами на малом участке траектории dl совершается работа

$$dA = F \cdot dl \cdot \cos\alpha = Fdr\ . \tag{4.1}$$

Поскольку работа совершается против силы Кулона, то



$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} Fdr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}qq_0\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \tag{4.2}$$

или

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r_2}\ . \tag{4.3}$$

Анализ полученной формулы показывает:

1. работа не зависит от формы траектории, по которой перемещается заряд q_0, а определяется только начальным и конечным положением заряда; $A = f(r_1; r_2)$;
2. работа по перемещению заряда q_0 по замкнутому контуру равна нулю $\oint dA = \oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$.

♦ *Эти признаки указывают на то, что электростатическое поле потенциально, а электростатические силы консервативны.*

Интеграл $\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$ равен циркуляции вектора напряженности $\mathbf{E}$ вдоль замкнутого контура L. Тогда выражение (2) можно прочесть так *(теорема о циркуляции вектора напряженности электростатического поля)*:

- *Циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль произвольного замкнутого контура, проведенного в поле, равна нулю.*

$$\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0. \tag{4.4}$$

Из этого следует, что линии напряженности электростатического поля не могут быть замкнутыми: они начинаются или заканчиваются на зарядах.

Потенциал. Разность потенциалов.

Потенциальная энергия.

Работу сил электростатического поля по перемещению точечного заряда из точки 1 в точку 2 можно представить как изменение потенциальной энергии, которой обладал заряд q_0 в указанных точках поля

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r_2} = \Pi_1 - \Pi_2. \tag{4.5}$$

Тело, находящееся в потенциальном поле сил, обладает потенциальной энергией.

♦ *Потенциальная энергия заряда в данной точке поля численно равна работе, совершаемой электростатическими силами при перемещении этого заряда из данной точки поля на бесконечность* (на нулевой уровень).

Потенциальная энергия заряда q_0, который находится в поле заряда q на расстоянии r от этого заряда равна:

$$\Pi = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r} + C.$$

Потенциальная энергия определяется не однозначно, а с точностью до некоторой постоянной С. Если считать, что при удалении заряда в бесконечность потенциальная энергия обращается в нуль, то С = 0 и потенциальная энергия заряда равна:

$$П = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r}. \qquad (4.6)$$

Для системы точечных зарядов: $П(q) = П_1 + П_2 + П_3 + \ldots$

Потенциал – это энергетическая характеристика поля.

♦ *Потенциал численно равен потенциальной энергии единичного положительного точечного заряда, который находится в данной точке поля*

$$\varphi = \frac{П}{q}. \qquad (4.7)$$

Знак потенциала зависит от того, что совершает работу по перемещению заряда из данной точки поля в бесконечность (на нулевой уровень) - поле, или внешние силы. В первом случае потенциал считается положительным, в последнем - отрицательным.

Работа по перемещению заряда q_0 в электростатическом поле из точки с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2 равна:

$$A = q_0(\varphi_1 - \varphi_2). \qquad (4.8)$$

Если перенос заряда q_0 происходит в бесконечно удаленную точку ($\varphi_2 = \varphi_\infty = 0$), то А = 0. Это дает возможность дать второе определение потенциалу.

♦ *Потенциал данной точки поля численно равен работе, совершаемой электростатическими силами при перемещении единичного положительного заряда из данной точки поля на бесконечность* (то есть туда, где поле практически отсутствует):

Потенциал – это скалярная характеристика электростатического поля.

Если электростатическое поле создано системой зарядов, то потенциал результирующего поля определяется как алгебраическая сумма потенциалов соответствующих полей.

Из формулы (4.8) можно определить физический смысл разности потенциалов.

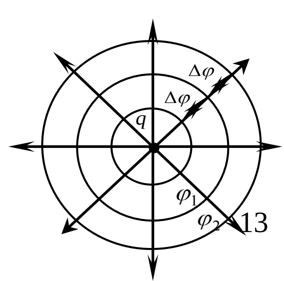
♦ *Разность потенциалов двух точек в электростатическом поле определяется работой, совершаемой силами поля при перемещении заряда q_0 из точки 1 в точку 2.*

Эквипотенциальные поверхности

В пространстве вокруг заряда можно выделить совокупность точек обладающих одинаковыми потенциалами. Эта совокупность точек образует замкнутые поверхности.

♦ Геометрическое место точек равного потенциала называется *эквипотенциальной поверхностью*.

Для *точечного заряда* семейство эквипотенциальных поверхностей – это концентрические



сферы. Это видно из формулы для потенциала точечного заряда :

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q}{r}, \qquad (4.9)$$

♦ *Свойства эквипотенциальных поверхностей*:

1. Линии напряженности электростатического поля перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

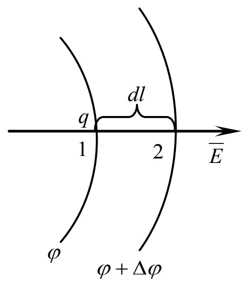
2. Работа по перемещению заряда вдоль эквипотенциальной поверхности равна нулю.

3. Эквипотенциальные поверхности не пересекаются.

4. Эквипотенциальные поверхности строятся таким образом, чтобы разность потенциалов между соседними поверхностями была одинакова. Густота эквипотенциальных поверхностей пропорциональна величине напряженности электростатического поля.

5. СВЯЗЬ НАПРЯЖЕННОСТИ И ПОТЕНЦИАЛА

Определим двумя способами работу переноса единичного положительного заряда q_0 с одной эквипотенциальной поверхности (точка 1) на другую (точка 2). Перемещение заряда производится вдоль силовой линии.



1) $dA = F\cdot dl = E\cdot q\cdot dl$,
2) $dA = \Pi_1 - \Pi_2 = q(\varphi_1 - \varphi_2) = q(\varphi - \varphi - d\varphi) = -qd\varphi$.

Приравняв оба выражения, получим

$$E\cdot q\cdot dl = -q\cdot d\varphi,$$

$$E = -\frac{d\varphi}{dl}. \qquad (5.1)$$

♦ *Напряженность электростатического поля равна градиенту потенциала, взятому с обратным знаком.*

Быстрота изменения величины φ вдоль направления r – это градиент величины φ. Градиент – вектор, направленный в сторону увеличения величины φ, знак «-» перед формулой показывает, что он направлен в противоположную сторону, то есть в сторону уменьшения.

♦ *Напряженность электростатического поля направлена в сторону уменьшения потенциала.*

В общем случае формула (5.1) записывается следующим образом:

$$\mathbf{E} = -(\mathbf{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}) = -\mathbf{grad}\cdot\varphi. \qquad (5.2)$$

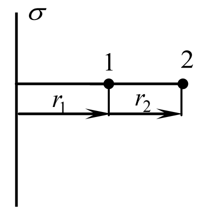
Установленная связь между напряженностью поля и потенциалом позволяет по известной напряженности поля найти разность потенциалов между двумя произвольными точками этого поля.

Так как $E = -\dfrac{d\varphi}{dl}$, то элементарное приращение потенциала равно $d\varphi = -Edl$.

Тогда разность потенциалов вычисляется по формуле

$$\Delta\varphi = \int_1^2 d\varphi = -\int_1^2 Edl \text{ или } \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 Edl\,. \tag{5.3}$$

Рассмотрим некоторые примеры.



1) *поле равномерно заряженной бесконечной плоскости*

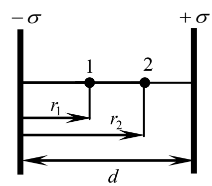
$$d\varphi = -Edl = -\frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}dl\,.$$

Разность потенциалов между точками 1 и 2

$$\Delta\varphi = \int_1^2 d\varphi = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}\int_1^2 dl = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}(r_2 - r_1) =$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}(r_1 - r_2) = \varphi_1 - \varphi_2\,. \tag{5.4}$$

2) Поле двух параллельных равномерно заряженных плоскостей (*поле плоского конденсатора*).

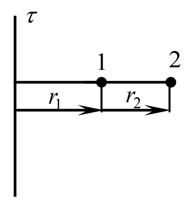


а) Разность потенциалов между точками 1 и 2

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}dl = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}(r_2 - r_1)\,. \tag{5.5}$$

б) Разность потенциалов между пластинами конденсатора

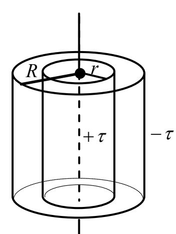
$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}dl = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}d\,. \tag{5.6}$$



3) *Поле бесконечной равномерно заряженной нити*.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau \cdot dr}{2\pi \cdot \varepsilon_0\varepsilon r} = \frac{\tau}{2\pi \cdot \varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi \cdot \varepsilon_0\varepsilon}\ln\frac{r_2}{r_1} =$$

$$= \frac{\tau}{2\pi \cdot \varepsilon_0\varepsilon}(\ln r_2 - \ln r_1)\,. \tag{5.7}$$

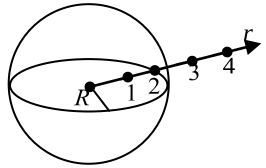


а) Поле двух равномерно заряженных коаксиальных цилиндров (*поле цилиндрического конденсатора*).

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi \cdot \varepsilon_0\varepsilon}\ln\frac{R}{r}\,. \tag{5.8}$$

4) *Поле равномерно заряженного шара* радиуса R, несущего заряд Q

а) Вне шара



$$\varphi_3 - \varphi_4 = \int E dl = \int_{r_3}^{r_4} \frac{Q dr}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot r^2} =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(-\frac{1}{r}\right)\Bigg|_{r_3}^{r_4} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4}\right). \qquad (5.9)$$

б) Потенциал произвольной точки вне шара

при $r_4 \to \infty$ $\varphi_4 = 0$, тогда $$\varphi_3 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot r_3}. \qquad (5.10)$$

в) Разность потенциалов между точками, находящимися внутри шара

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int E dl = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot R^3} dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot R^3} \int_{r_1}^{r_2} r dr =$$

$$= \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot R^3}(r_2^2 - r_1^2). \qquad (5.11)$$

г) Потенциал на поверхности шара

при $r_2 = R$ $$\varphi_2 = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot R}. \qquad (5.12)$$

5) *Поле равномерно заряженной сферической поверхности.*

а) Вне сферы $$\varphi_4 - \varphi_5 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{r_4} - \frac{1}{r_5}\right). \qquad (5.13)$$

б) На поверхности сферы $$\varphi_3 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot R}. \qquad (5.14)$$

в) Внутри сферы $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$, т. к. $E=0$ и

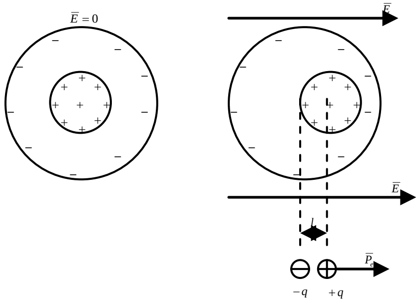
$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3$.

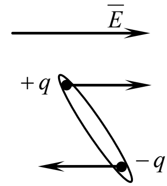
5. ТИПЫ ДИЭЛЕКТРИКОВ. ПОЛЯРИЗАЦИЯ ДИЭЛЕКТРИКОВ. ПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЭЛЕКТРОСТАТИКИ ДИЭЛЕКТРИКОВ.

Диэлектриками называют вещества, которые в обычных условиях практически не проводят электрический ток.

В идеальном диэлектрике нет свободных зарядов, способных под действием электрического поля перемещаться внутри диэлектрика. Атомы и молекулы диэлектрика содержат равные количества положительных и отрицательных микроскопических зарядов и в целом электрически нейтральны. Характер воздействия внешнего электрического поля на диэлектрик опреде-





ляется строением его молекул. В зависимости от строения молекул различают три класса диэлектриков:

1. *Неполярные диэлектрики*.

У молекул неполярных диэлектриков в отсутствии электростатического поля центры тяжести положительных и отрицательных зарядов совпадают. При наложении электрического поля центры тяжести положительных и отрицательных зарядов смещаются друг относительно друга, молекула деформируется и превращается в диполь.

Диполь - это система двух одинаковых разноименных точечных нарядов, расстояние между которыми значительно меньше расстояния до точек, в которых рассматривается поле. Величина, ровная произведению величины одного из зарядов диполя на плечо, называется *электрическим моментом диполя*. Условились считать её *вектором*, направленным от отрицательного заряда к положительному.

Если l – плечо диполя, то $P_i = q \cdot l$ – дипольный момент.

Процесс превращения молекулы диэлектрика в диполь получил название *поляризации.*

Возникающая у неполярных молекул поляризация называется *деформационной.*

2. *Полярные диэлектрики.*

Молекулы полярных диэлектриков даже в исходном состоянии без воздействия электростатического поля представляют собой диполи. Электрические моменты этих диполей в отсутствии поля ориентированы случайным образом. Поэтому суммарный момент некоторого объема диэлектрика будет равно нулю.

В электрическом поле на жесткий диполь действует пара сил, вектор момента которой равен векторному произведению электрического дипольного момента на напряженность внешнего электрического поля.. В результате диполь ориентируется таким образом, что направление вектора дипольного момента преимущественно совпадает с вектором напряжённости. Весь объем диэлектрика приобретет некоторый наведенный дипольный момент.

У полярных диэлектриков поляризация называется *ориентационной.*

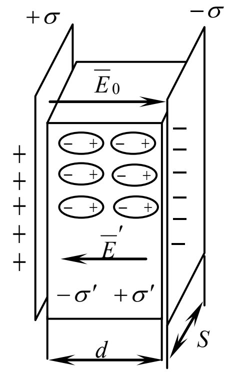
3. *Ионные диэлектрики*.

Ионные диэлектрики принято рассматривать как кристаллическую структуру, в которой можно выделить подрешетку положительных зарядов и подрешетку отрицательных зарядов. В отсутствие электростатического поля эти подрешетки совпадают. В электрическом поле происходит смещение подрешеток друг относительно друга.

Поляризация ионных диэлектриков называется *ионной*.

♦ *Таким образом, во всех группах диэлектриков при внесении их во внешнее электрическое поле происходит изменение состояния, называемое поляризацией диэлектрика, которая заключается в том, что весь объем диэлектрика приобретает электрический момент.*

Независимо от класса диэлектриков в присутствии электрического поля все молекулы их поляризуются и превращаются в ориентированные диполи. Эти диполи располагаются так, что заряды внутри диэлектрика взаимно компенсируют друг друга. Не скомпенсированными остаются заряды на боковых поверхностях диэлектрика, которые называют связанными или поляризационными зарядами, в отличие от свободных зарядов на обкладках конденсатора. На рисунке введены следующие обозначения: $\pm\sigma$ - поверхностная плотность свободных зарядов, $\pm\sigma'$ - то же связанных зарядов.



Диэлектрик можно рассматривать как заряженный конденсатор с поверхностной плотностью зарядов σ'. Образование поляризационных зарядов приводит к возникновению дополнительного электрического поля $\mathbf{E}'$. Поле внутри диэлектрика равно векторной сумме внешнего поля $\mathbf{E}_0$ и дополнительного, созданного диэлектриком, поля $\mathbf{E}'$.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}'.$$

Внутри диэлектрика поле $\mathbf{E}'$ направлено в сторону, противоположную $\bar{\mathbf{E}}_0$, то есть поле внутри диэлектрика *ослабляется*:

$$E = E_0 - E'. \qquad (6.1)$$

Если учесть, что $E' = \dfrac{\sigma'}{\varepsilon_0}$, то напряженность поля внутри диэлектрика

$$E = E_0 - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0},$$

где σ и σ' - соответственно поверхностные плотности свободных и связанных зарядов.

♦ *Характеристики поляризации диэлектриков*

1. Ослабление диэлектрического поля в диэлектрике мы характеризовали величиной диэлектрической проницаемости ε. Если сила взаимодействия между зарядами в вакууме равна F_0, а в диэлектрической среде - F, то

$$\varepsilon = \frac{F_0}{F} = \frac{E_0}{E}$$

Очевидно, что значение величины ε зависит от строения и свойств молекул диэлектрика, а также от способности диэлектрика поляризоваться во внешнем электрическом поле.

2. Способность диэлектрика к поляризации характеризует ***поляризуемость***.

Поляризуемость – это физическая величина, которая определяется векторной суммой всех дипольных моментов атомов, находящихся в некотором объеме V диэлектрика, отнесенной к величине этого объема (дипольный момент единицы объема):

$$\mathbf{P} = \frac{\sum \mathbf{P}_i}{V}. \tag{6.3}$$

Найдём дипольный момент единицы объема диэлектрика, заключенного между пластинами плоского конденсатора:

$$P = \frac{q' \cdot d}{V} = \frac{\sigma' \cdot S \cdot d}{S \cdot d},$$

$$P = \sigma' \tag{6.4}$$

♦ *Поляризуемость диэлектрика численно равна поверхностной плотности связанных зарядов.*

3. Вектор $\mathbf{P}$ направлен вдоль электрического поля $\mathbf{E}$, в котором находится диэлектрик. В соответствии с опытом для не слишком сильных полей можно принять, что величина вектора поляризации P пропорциональна величине напряженности поля:

$$P \sim E \text{ или } P = æ\,\varepsilon_0 E, \tag{6.5}$$

где безразмерный множитель æ называется *диэлектрической восприимчивостью* данного вещества и зависит от его строения.

Найдем связь между диэлектрической проницаемостью ε и диэлектрической восприимчивостью æ:

$E = E_0 - P/\varepsilon_0 = E_0 - æ\cdot\varepsilon_0 \cdot E/\varepsilon_0 = E_0 - æ\cdot E$

$E = E_0 - æE$

$E_0 = E(1 + æ)$

$$1 + æ = \varepsilon \tag{6.6}$$

4.Электростатическое поле внутри диэлектрика характеризуется вектором электрического смещения, который равен

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E} \tag{6.7}$$

Получим зависимость между поляризуемостью и вектором электрического смещения. Для этого используем связь диэлектрических проницаемости и восприимчивости:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0(1+æ)\ \bar{\mathbf{E}} = \varepsilon_0\ \bar{\mathbf{E}} + \varepsilon_0\, æ\ \mathbf{E}$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0\,\mathbf{E} + \mathbf{P} \qquad (6.8)$$

Из полученного соотношения видно, что вектор электрического смещения характеризует как внешнее поле, так и поляризуемость диэлектрика под действием этого поля.

Связанные заряды появляются в диэлектрике при наличии электростатического поля, создаваемого системой свободных электрических зарядов, таким образом, в диэлектрике на электростатическое поле свободных зарядов накладывается дополнительное поле связанных зарядов. Результирующее поле в диэлектрике описывается вектором напряженности $\mathbf{E}$, и поэтому оно зависит от свойств диэлектрика. Вектором $\mathbf{D}$ описывается электростатическое поле, создаваемое свободными зарядами (то есть в вакууме), но при таком их распределении в пространстве, какое имеется при наличии диэлектрика.

Силовые линии вектора смещения начинаются и заканчиваются только на свободных зарядах, в отличие от силовых линий напряжённости, которые могут начинаться и заканчиваться на любых зарядах– как на свободных, так и на связанных.

- ♦ *Поток вектора электрического смещения* через замкнутую поверхность *S* равен:

$$\Phi_D = \oint_s \mathbf{D}d\mathbf{S} = \oint_s D_n dS \qquad (6.9)$$

5. *Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике*:

$$\oint_s \mathbf{D}d\mathbf{S} = \oint_s D_n dS = \sum_{i=1}^{n} Q_i \qquad (6.10)$$

- ♦ *Поток вектора электрического смещения в диэлектрике сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности свободных электрических зарядов***.**

В случае объемного распределения зарядов *поток вектора электрического смещения* в диэлектрике сквозь произвольную замкнутую поверхность равен

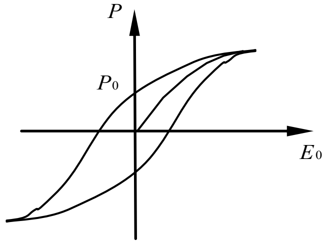
$$\oint_S \mathbf{D}d\mathbf{S} = \int_V \rho \cdot dV\ , \qquad (6.11)$$

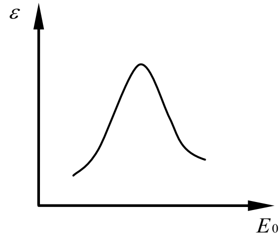
где *V*–объем, ограниченный поверхностью *S*, ρ - объемная плотность зарядов.

6. Сегнетоэлектрики

Сегнетоэлектрики – ярко выраженные диэлектрики, у них даже в отсутствие электрического поля существуют области самопроизвольной поляризации молекул. Эти области называют доменами.

В отсутствие электрического поля поляризуемости доменов ориентированы случайным образом и дипольный момент всего объема сегнетоэлектрика равен нулю. При наложении электростатического поля происходит переориентация целого домена, а не отдельных атомов, и сегнетоэлектрик очень сильно поляризуется.





Из рисунка видно, что по мере увеличения напряженности электрического поля все большее количество доменов перестраиваются, и поляризуемость растет. Когда все диполи выстроятся вдоль линий напряженности поля, то поляризуемость перестанет расти и наступит насыщение. Если убрать электрическое поле, то некоторые домены сохранят ориентацию. Это свойство диэлектриков называется *гистерезисом*.

Относительная диэлектрическая проницаемость ε сегнетоэлектриков резко возрастает в определенном интервале температур и является функцией напряженности поля в веществе.

Для сегнетоэлектриков характерно наличие одной точки Кюри ($T_к$) - температуры, выше которой характерные свойства сегнетоэлектриков исчезают (тепловое движение нарушает спонтанную ориентацию внутри доменов).

7.Пьезоэлектрики.

Пьезоэлектрики – диэлектрики, в которых наблюдается прямой и обратный пьезоэффект.

Прямой пьезоэффект – при сжатии или растяжении кристалла пьезоэлектрика на его гранях появляются электрические заряды противоположных знаков.

Обратный пьезоэффект - под действием электростатического поля происходит деформация кристалла-диэлектрика. Изменение направления электрического поля вызывает изменение характера деформации на противоположный. Пьезоэффект наблюдается в кварце, турмалине, сегнетовой соли и др.

7. ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ. ЭЛЕКТРОЕМКОСТЬ ПРОВОДНИКА. КОНДЕНСАТОРЫ.

Проводник – тело, у которого даже в незаряженном состоянии имеется большое количество свободных электронов (электронов проводимости). Электрические свойства проводников в условиях электростатики определяются поведением электронов проводимости во внешнем электростатическом поле.

Если проводник поместить в электростатическое поле, то на свободные заряды действует кулоновская сила, она вызывает перемещение электронов. Перемещение зарядов (ток) будет продолжаться до тех пор, пока не установится равновесное распределение зарядов. Это происходит в течение очень короткого времени.

Избыточный нескомпенсированый заряд распределен строго по поверхности проводника. Заряды по поверхности проводника могут распределяться не равномерно. Поверхностная плотность заряда вблизи острия или выступа будет больше, чем на других участках проводника с меньшей кривизной.

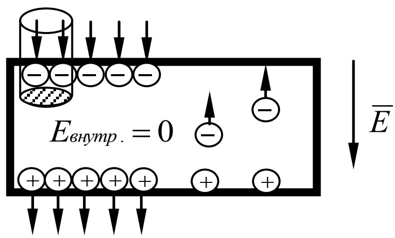
Электроны проводимости перераспределяются в проводнике таким образом, чтобы в любой точке внутри проводника электрическое поле электронов проводимости и положительных ионов скомпенсировало внешнее поле.

Состояние равновесия характеризуется следующими условиями:
1. Напряженность поля внутри проводника равна нулю.
В самом деле, если бы поле не было равно нулю, то в проводнике возникло бы упорядоченное движение зарядов без затраты энергии от внешнего источника, что противоречит закону сохранения энергии.
Отсутствие поля внутри проводника означает, что потенциал во всех точках внутри проводника постоянен, то есть поверхность проводника является *эквипотенциальной поверхностью*.
2. Вектор напряженности поля на поверхности проводника направлен по нормали в поверхности, так как касательная составляющая вызвала бы перемещение носителей тока по поверхности.

Чтобы определить напряженность поля на поверхности проводника, используем теорему Гаусса. Построим цилиндрическую замкнутую поверхность (см. рисунок) и определим поток вектора **E** через эту поверхность.

Силовые линии не пересекают боковую поверхность, поэтому поток через нее равен нулю.Равен нулю и поток через второе основание , поскольку напряженность поля внутри проводника равна нулю.

$$\Phi_{в.п.} = 0$$



По теореме Гаусса

$$\Phi_E = \Phi_{осн.} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0},$$

где σ - поверхностная плотность зарядов.

По определению потока

$$\Phi_{осн.} = \int EdS = \frac{ES}{\varepsilon_0}$$

Таким образом, $ES = \dfrac{\sigma S}{\varepsilon_0}$ и напряженность поля на поверхности проводника равна

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad (7.1)$$

Из этого выражения следует, что

$$\sigma = E\varepsilon_0 = D \qquad (7.2)$$

- *Поверхностная плотность заряда в проводнике равна модулю вектора электрического смещения*.

3. Перераспределение зарядов в проводнике под влиянием внешнего электростатического поля называется явлением *электростатической индукции*.

Возникающие при электростатической индукции на проводнике поверхностные заряды, численно равные друг другу, но противоположные по знакам, называются *индуцированными* или *наведенными*.

Электроемкость уединенного проводника.

Уединенным проводником называется проводник, который находится так далеко от других тел, что влиянием их электрических полей можно пренебречь. Очевидно, что чем больший заряд q мы сообщаем проводнику, тем больше его потенциал φ. Эти величины прямо пропорциональны:

$$q = C\varphi. \tag{7.3}$$

Коэффициент пропорциональности С называется емкостью:

$$C = \frac{q}{\varphi}. \tag{7.4}$$

Емкость показывает, какой заряд нужно сообщить проводнику, чтобы его потенциал изменился на единицу.

Для примера определим емкость уединенной сферы радиуса R, несущей заряд q. Потенциал сферы равен

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot R}.$$

Тогда электроемкость

$$C = \frac{Q}{\varphi} = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot R \tag{7.5}$$

Электроёмкость зависит только от геометрических размеров проводника и диэлектрической проницаемости среды, в которой он находится, и не зависит от заряда и потенциала проводника.

Конденсаторы

Емкость проводника определяется его конфигурацией и взаимным расположением других проводящих тел.

- *Совокупность проводников, взаимная емкость которых увеличена благодаря взаимному расположению, называется конденсатором.*

Под *емкостью* конденсатора понимается физическая величина, равная отношению заряда q, накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов $(\varphi_1 - \varphi_2)$ между его обкладками.

$$C = \frac{q}{(\varphi_1 - \varphi_2)} \tag{7.6}$$

Из формулы следует, что для увеличения емкости конденсатора необходимо уменьшать разность потенциалов между его обкладками.

В зависимости от формы проводников различают три типа конденсаторов:

1. Плоский конденсатор, обкладки которого– пластины - образуют параллельные плоскости.

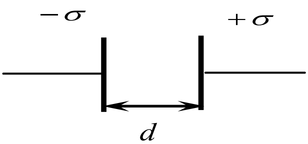
а) Емкость плоского конденсатора с одним слоем диэлектрика:

Зная, что разность потенциалов между обкладками равна

$$\Delta\varphi = \frac{\sigma \cdot d}{\varepsilon_0\varepsilon},$$

получим

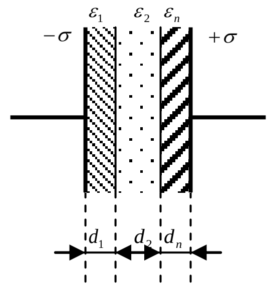
$$C = \frac{\sigma \cdot d}{\Delta\varphi} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} \tag{7.7}$$



Емкость конденсатора, заполненного диэлектриком, больше емкости воздушного конденсатора в ε раз.

б) Емкость конденсатора, содержащего несколько слоев диэлектрика:

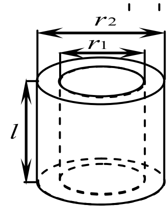
$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2} + \ldots \frac{d_n}{\varepsilon_n}} \qquad (7.8)$$



Емкость такого конденсатора не зависит от последовательности диэлектрических слоев.

2. Цилиндрический конденсатор (представляет собой два коаксиальных цилиндра)

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \qquad (7.9)$$



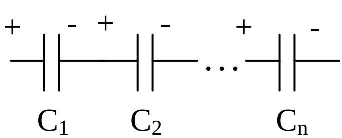
3. Сферический (представляет собой две концентрические сферы)

$$C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}, \qquad (7.10)$$

где R_1 и R_2 – радиусы внутренней и внешней сфер.

Соединения конденсаторов.

1. *Последовательное соединение*.



а) заряды всех пластин одинаковы

$$q_1 = q_2 = q_3 = \ldots$$

б) разности потенциалов между обкладками отличаются

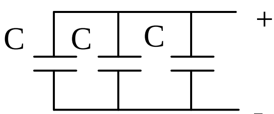
$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 + \ldots$$

в) емкость последовательного соединения конденсаторов определяется соотношением

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots \qquad (7.11)$$

Емкость последовательного соединения всегда меньше наименьшей из включенных в соединение емкостей.

2. *Параллельное соединение*.



а) разности потенциалов между обкладками конденсаторов одинаковы

$$\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 = \Delta\varphi_3 = \ldots$$

б) заряды на всех пластинах конденсаторов разные $q = q_1 + q_2 + q_3 + \ldots$

в) емкость соединения определяется соотношением

$$C = C_1 + C_2 + C_3 . \qquad (7.12)$$

Емкость параллельного соединения всегда больше наибольшей из включенных в соединение емкостей.

ЭНЕРГИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ПРОВОДНИКОВ И ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ.

Чтобы сообщить проводнику емкостью C электрический заряд dq, нужно совершить работу по преодолению кулоновских сил отталкивания между одноименными зарядами. Выполняемая работа идет на увеличение электрической энергии заряженного проводника. Если перенос заряда dq совершается из бесконечности, то совершаемая при этом работа равна:

$$dA = \varphi dq = \varphi d(C\varphi) = C\varphi d\varphi . \qquad (7.13)$$

Суммарная работа по зарядке проводника, что равносильно сообщению ему потенциала φ, равна:

$$A = \int_0^{\varphi} dA = \int_0^{\varphi} C\varphi d\varphi = C\int_0^{\varphi} \varphi d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2} . \qquad (7.14)$$

Следовательно, энергия электрического поля заряженного уединенного проводника равна

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2} . \qquad (7.15)$$

Энергию заряженного конденсатора можно найти аналогично. Для этого процесс зарядки конденсатора рассматриваем как перенос заряда dq с одной пластины на другую. При этом внешние силы должны совершать работу:

$$dA = (\varphi_1 - \varphi_2) dq = \frac{q dq}{C}$$

$$A = \int_0^{q} dA = \int_0^{q} \frac{q dq}{C} = \frac{q^2}{2C}$$

Соответственно энергия электрического поля между пластинами заряженного конденсатора равна

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2} = \frac{q(\varphi_1 - \varphi_2)}{2} \quad (7.16)$$

Найдем выражение для энергии плоского конденсатора. Воспользуемся тем, что емкость плоского конденсатора $C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d$, а разность потенциалов между обкладками $\Delta\varphi = Ed$. Тогда получим:

$$W = \frac{q\Delta\varphi}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} Sd = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V , \quad (7.17)$$

где $V = Sd$ - объем конденсатора.

Энергия конденсатора выражается через величину, характеризующую электростатическое поле,- напряженность E.

Найдем *объемную плотность энергии электростатического поля, которая равна энергии единицы объема данного поля:*

$$w = \frac{W}{V} \quad (7.18)$$

Из !выражений (7.17) и (7.18) видно, что *объемная плотность энергии* электростатического поля равна

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon \cdot E^2 = \frac{1}{2} E \cdot D \quad (7.19)$$

Это соотношение носит *универсальный* характер.

8. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК. СИЛА ТОКА. ПЛОТНОСТЬ ТОКА.

Всякое упорядоченное движение заряженных частиц называется электрическим током.

В проводнике под действием приложенного электрического поля напряженностью **E** свободные электрические заряды - электроны - перемещаются против поля. Возникает так называемый *ток проводимости*. В случае упорядоченного движения макрозарядов ток называется *конвекционным.*

Электрический ток характеризуется силой тока I и плотностью тока j.

Сила тока – скалярная величина, равная заряду, протекающему через поперечное сечение проводника в единицу времени

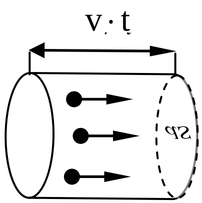
$$I = \frac{q}{t} = \frac{dq}{dt} \quad (8.1)$$

Плотность тока – физическая величина, равная силе тока, протекающего через единичное сечение проводника, расположенное перпендикулярно направлению тока.

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}} . \tag{8.2}$$

Отсюда сила тока может быть выражена через плотность тока как

$$\mathrm{I} = \int jdS . \tag{8.3}$$



Обозначим:

n-количество зарядов в единице объема;

v-скорость направленного движения зарядов;

e-величина одного заряда.

Внутри проводника мысленно построим цилиндр с площадью основания dS и высотой vt. За время t все заряды внутри цилиндра успевают пересечь площадку dS. Суммарный заряд, прошедший площадку dS за время t равен

$$q = env\,tdS$$

По определению плотности тока

$$j = \frac{q}{tdS} = \frac{env\,tdS}{tdS} = env$$

- *Таким образом, плотность тока может быть выражена через концентрацию свободных электрических зарядов* n*, их величину* q *и скорость их упорядоченного движения* v:

$$j = env \; . \tag{8.4}$$

В векторной форме:

$$\mathbf{j} = en\mathbf{v} . \tag{8.5}$$

- *За направление вектора плотности тока принимают направление движения положительно заряженных частиц.*

Обязательным условием существования тока, кроме существования свободных электрических зарядов, является наличие разности потенциалов $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$, обеспечивающей направленное движение носителей тока. Для ее поддержания необходимо иметь специальное устройство, с помощью которого будет происходить разделение электрических зарядов на концах проводника.

Такое устройство называется *источником тока*.

- *Величина, равная отношению работы, которую совершают сторонние силы при перемещении точечного положительного заряда вдоль всей цепи, включая и источник тока, к заряду, называется электродвижущей силой источника тока или ЭДС*:

$$\varepsilon = \frac{A_{cm}}{q} \tag{8.6}$$

Кроме сторонних сил, работу по перемещению заряда совершает также электрическое поле. Работа электрического поля, как известно, равна

$$A_{эл} = q(\varphi_1 - \varphi_2) \, .$$

- *Работа электрического поля по перемещению единичного положительного заряда равна разности потенциалов на концах участка*

$$(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{A_{эл}}{q} \, . \quad (8.7)$$

- *Суммарная работа сторонних сил и электрического поля по перемещению единичного положительного заряда равна напряжению на концах участка цепи*

$$U = \frac{A_{ст} + A_{эл}}{q} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon \quad (8.8)$$

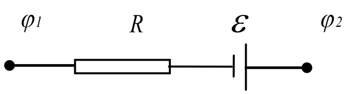
Закон Ома:

Определяет силу тока в цепи.

1) Закон Ома в интегральной форме

- *для неоднородного участка цепи*.

Неоднородный участок включает омическое сопротивление и источник тока,



неоднородный участок цепи

потенциалы на концах участка равны φ_1 и φ_2.

- *Сила тока на участке цепи прямо пропорциональна напряжению и обратно пропорциональна полному сопротивлению участка (R - внешнее сопротивление, r- сопротивление источника тока или внутреннее сопротивление).*

$$I = \frac{U}{R} = \frac{\varepsilon + (\varphi_1 - \varphi_2)}{R + r} \quad (8.9)$$

- *для замкнутой цепи* (концы участка соединены, то есть $\varphi_1=\varphi_2$)

$$I = \frac{U}{R} = \frac{\varepsilon}{R + r} \quad (8.10)$$

- *для разомкнутой цеп* (ток на участке отсутствует, $I = 0$).

$$\varepsilon = (\varphi_1 - \varphi_2)$$

Чтобы измерить ЭДС источника тока, надо измерить разность потенциалов на его клеммах при разомкнутой цепи.

2) Закон Ома в дифференциальной форме (получается в результате записи закона Ома для плотности тока):

$$j = \sigma E \qquad (8.11)$$

Так как $\begin{cases} I = jdS \\ U = Edl \\ R = \dfrac{\rho dl}{dS} \end{cases}$, то из $I = \dfrac{U}{R}$ получаем $j = \dfrac{1}{\rho}E = \sigma E$

Здесь ρ - удельное сопротивление, σ - удельная проводимость проводника.

- *Вектор плотности тока прямо пропорционален напряженности поля внутри проводника и удельной проводимости участка*.

Закон Джоуля-Ленца:

Определяет количество тепла, выделяющееся в проводнике с током.

1) Закон Джоуля–Ленца в *интегральной форме*

$$Q = UIt = \frac{U^2}{R}t = I^2 Rt \qquad (8.12)$$

2) Закон Джоуля–Ленца в *дифференциальной форме* (получают путем нахождения удельной тепловой мощности, выделяющейся в бесконечно малом цилиндре, образующие которого параллельны напряженности электрического поля):

Так как $\begin{cases} I = jdS \\ R = \rho\dfrac{dl}{dS} \end{cases}$, то из $q = I^2 Rt$ получаем $q = j^2 \rho dSdlt = j^2 \rho t dV$

Пусть ω - *удельная мощность, равная количеству тепла, выделившегося в единице объема проводника за единицу времени*:

$$\omega = \frac{Q}{Vt} = j^2 \rho = \sigma E^2 .$$

$$\omega = \sigma E^2 \qquad (8.13)$$

- *Удельная мощность тока прямо пропорциональна квадрату напряженности электрического поля в проводнике*.

Правила Кирхгофа:

Эти правила применяются для расчета разветвленных цепей.

Разветвленной цепью называется любая цепь, содержащая узлы (узел – соединение трех или более проводников).

<u>I правило</u>:- алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю, т.е. количество зарядов, приходящих в данную точку в единицу времени, равно количеству зарядов, уходящих из данной точки за то же время. Это правило выражает тот факт, что ни в одной точке цепи не может происходить накопление зарядов.

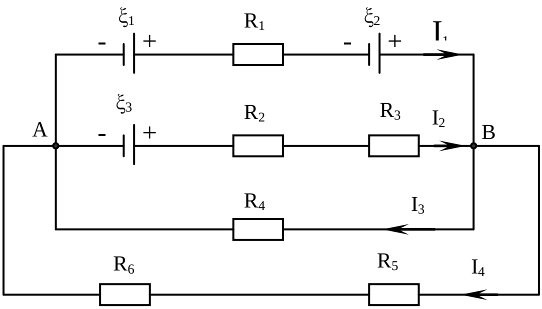
$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0 \qquad (8.14)$$

При этом токи, подходящие к узлу, считаются положительными, а отходящие - отрицательными.

<u>II правило</u>:- в любом замкнутом контуре разветвленной цепи алгебраическая сумма произведений токов на сопротивления соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме э.д.с. в этом контуре.

$$\sum_{i=1}^{n} I_i R_i = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \qquad (8.15)$$

Рассмотрим пример применения правил Кирхгофа.



1) произвольно выбираем и обозначаем на чертеже направление токов во всех участках цепи;
2) применяем первое правило Кирхгофа для всех несимметричных узлов. Например, для узла В

$I_1+I_2-I_3-I_4=0$

3) применяем второе правило Кирхгофа для контуров. Произвольно выбираем направление обхода контура (по часовой стрелке или против);

3) если выбранное направление обхода контура совпадает с направлением тока I_i, то произведение $I_i R_i$ берется со знаком " + " и наоборот;

4) перед ε_i ставится " + ", если при обходе контура идем внутри источника от отрицательного полюса к положительному, т.е. если на пути обхода контура потенциал возрастает, в обратном случае э.д.с. берется со знаком " - ".

Например: для контура $AR_1BR_3R_2A$ при обходе по часовой стрелке

$$I_1R_1-I_2R_2-I_2R_3=\varepsilon_1+\varepsilon_2-\varepsilon_3$$

в контуре $AR_4BR_5R_6A$ отсутствует э.д.с., для него

$$-I_3R_4+I_4R_5+I_4R_6=0$$

И так далее. Общее количество составленных уравнений должно быть равно количеству токов. Далее решаем полученную систему уравнений.

9. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ВАКУУМЕ.

РАБОТА ВЫХОДА.

Свободные электроны движутся внутри металла в соответствии с распределением Максвелла, и некоторые из них обладают достаточно большой кинетической энергией. Если высокоэнергетичный электрон находится у поверхности металла и вектор его скорости направлен перпендикулярно поверхности, то он способен вылететь за пределы металла. Вылетевшие электроны образуют над поверхностью отрицательное облако, а сам металл заряжается положительно. Образуется двойной электрический слой. Теперь любой электрон, покидающий поверхность металла, должен преодолеть его, то есть пройти задерживающую разность потенциалов. Работу по преодолению разности потенциалов назвали работой выхода.

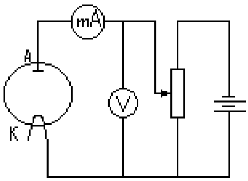
$$A_{вых} = e\Delta\varphi, \tag{9.1}$$

где $\Delta\varphi$ - разность потенциалов двойного электрического слоя.

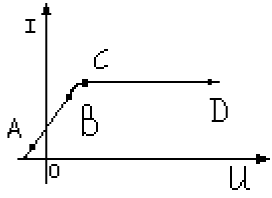
Эмиссионные явления

Процесс испускания электронов твердыми телами под действием внешних воздействий называется электронной эмиссией. В зависимости от способа передачи энергии электрону различается несколько видов эмиссии.

Термоэлектронная эмиссия – это испускание электронов нагретыми телами. Она наблюдается при работе, например, двухэлектродной электронной лампы.



В отсутствие напряжения некоторые электроны совершают работу выхода из катода и образуют вокруг него электронное облако. В этом облаке электроны хаотически движутся и некоторые из них способны самопроизвольно долететь до анода. Эти электроны образуют небольшой ток при напряжении между катодом и анодом, равном нулю. Если увеличить напряжение, то все большее количество электронов будут оттягиваться к аноду, и ток будет расти линейно. Когда все электроны, испущенные катодом, будут попадать на анод, то возрастание тока прекратится – наступит насыщение. Величина тока насыщения будет тем больше, чем выше температура катода. Зависимость силы тока от напряжения не является строго линейной и подчиняется закону «3/2»:



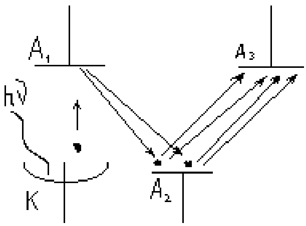
$$I = B_1 U^{\frac{3}{2}} \tag{9.2}$$

Сила тока на участке насыщения определяется законом Богуславского-Дешмана.

$$I_н = B_2 T^2 e^{\frac{-A_{вых}}{kT}} \tag{9.3}$$

Фотоэффект – явление выбивания электронов из катода световыми потоками.

Вторичная электронная эмиссия – высокоэнергетичный электрон, сталкиваясь с электродом, передает его частицам часть своей энергии. В результате соударения ударившийся электрон отскочит от электрода, а электрон, находящийся внутри электрода, получает дополнительную энергию, и сможет совершить работу выхода. Вылетевшие электроны могут ускоряться внешним полем и, бомбардируя следующий электрод, вырывать из него дополнительные электроны.



10. ПОЛУПРОВОДНИКИ.

ВИДЫ ПРОВОДИМОСТИ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

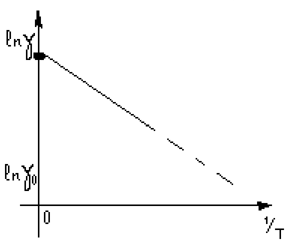
Полупроводники по величине электропроводности занимают промежуточное положение между металлами и изоляторами. Так, удельное сопротивление металлов лежит в пределах от 10^{-6} до 10^{-8} Ом·м, диэлектриков - от 10^{8} до 10^{13} Ом·м и полупроводников - от 10^{-5} до 10^{8} Ом·м.

Однако характерным для полупроводников является не величина проводимости, а то, что их проводимость растет с повышением температуры (напомним, что у металлов она уменьшается). Удельная проводимость собственных полупроводников определяется по формуле:

$$\gamma = \gamma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}} - \qquad (10.1)$$

где ΔE - ширина запрещенной зоны, равная удвоенному уровню Ферми (физический смысл этих понятий будет раскрыт в курсе квантовой физики), k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура.

Если построить график зависимости натурального логарифма удельной проводимости $ln\gamma$ от величины, обратной температуре $1/T$, то по наклону прямой можно определить величину ΔE, а по ее продолжению – γ_0 (удельную проводимость при 0К).



Различают ***собственную*** и ***примесную*** проводимости полупроводников.

Собственная проводимость.

Типичными полупроводниками являются элементы IV группы периодической системы Менделеева — германий и кремний. Они образуют решетку, в которой каждый атом связан ковалентными (парно-электронными) связями с четырьмя равноотстоящими от него соседними атомами. При достаточно высокой температуре тепловое движение может разорвать отдельные пары, освободив один электрон . Покинутое электроном место перестает быть нейтральным, в его окрестности возникает избыточный положительный заряд — образуется дырка. На это место может перескочить электрон одной из соседних пар. В результате дырка начинает также странствовать по кристаллу, как и освободившийся электрон.

Если свободный электрон встретится с дыркой, они *р е к о м б и н и р у ю т* (соединяются). Это означает, что электрон нейтрализует избыточный положительный заряд, имеющийся в окрестности дырки, и теряет свободу передвижения до тех пор, пока снова не получит от кристаллической решетки энергию, достаточную для своего высвобождения. Рекомбинация приводит к одновременному исчезновению свободного электрона и дырки.

В полупроводнике идут одновременно два процесса: возникновение свободных электронов и дырок и рекомбинация, приводящая к попарному исчезновению электронов и дырок. Вероятность первого процесса быстро растет с температурой. Вероятность рекомбинации пропорциональна как числу свободных электронов, так и числу дырок. Следовательно, *каждой температуре соответствует определенная равновесная концентрация электронов и дырок*.

В отсутствие внешнего электрического поля электроны проводимости и дырки движутся хаотически. При включении поля на хаотическое движение накладывается упорядоченное движение: электронов против поля и дырок — в направлении поля. Оба движения —и дырок, и электронов — приводят к переносу заряда вдоль кристалла. Следовательно, собственная электропроводность обусловливается как бы носителями заряда двух знаков — отрицательными электронами и положительными дырками.

Удельная проводимость собственных полупроводников определяется соотношением:

$$\sigma = N_n e \mu_n + N_p e \mu_p \qquad (10.2)$$

Здесь N_n и N_p - концентрация электронов и дырок, e- элементарный электрический заряд, μ_n и μ_p -подвижность электронов и дырок

Физический смысл подвижности носителей заряда ясен из соотношения между скоростью направленного движения заряда v и напряженностью электрического поля **E**:

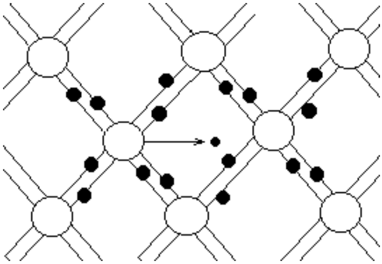
$$\mathbf{v} = \mu \mathbf{E} \qquad (10.3)$$

Собственная проводимость наблюдается во всех без исключения полупроводниках при достаточно высокой температуре.

Примесная проводимость.

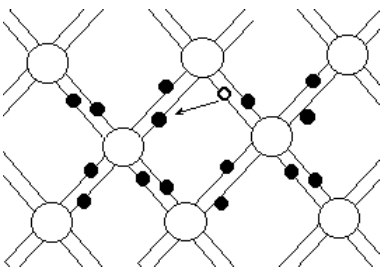
Этот вид проводимости возникает, если некоторые атомы данного полупроводника заменить в узлах кристаллической решетки атомами, валентность которых отличается на единицу от валентности основных атомов. На рисунке условно изображена решетка германия с примесью 5-валентных атомов фосфора.

Для образования ковалентных связей с соседями атому фосфора достаточно четырех электронов. Следовательно, пятый валентный электрон оказывается как бы лишним и легко отщепляется от атома за счет энергии теплового движения, образуя странствующий свободный электрон. В отличие от рассмотренного раньше случая, образование свободного электрона не сопровождается нарушением ковалентных связей, т. е. образованием дырки.



Таким образом, в полупроводнике с 5-валентной примесью имеется только один вид носителей тока —электроны. Такой полупроводник обладает *электронной* проводимостью или является полупроводником n-типа (от слова negativ —отрицательный). Атомы примеси, поставляющие электроны проводимости, называются *д о н о р а м и* .

Если в решетку кремния внести примесь 3-валентных атомов бора, то трех валентных электронов атома бора недостаточно для образования связей со всеми четырьмя соседями. Поэтому одна из связей окажется неукомплектованной и будет представлять собой место, способное захватить электрон. При переходе на это место электрона одной из соседних пар возникнет дырка, которая будет кочевать по кристаллу. Таким образом, в полупроводнике с 3-валентной примесью возникают носители тока только одного вида — дырки. Проводимость в этом случае называется *дырочной*, а полупроводник принадлежит к *р-типу* (от слова positiv — положительный) . Примеси, вызывающие возникновение дырок, называются *а к ц е п т о р н ы м и* .



При высоких температурах проводимость полупроводника будет складываться из примесной и собственной проводимости. При низких температурах преобладает примесная, а при высоких — собственная проводимость.

МАГНЕТИЗМ

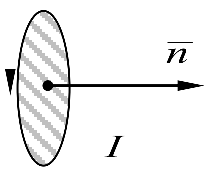
11. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

- Магнитное поле – это силовое поле, образующееся вокруг движущихся электрических зарядов, например, вокруг проводника с током.

Силовой характеристикой магнитного поля является вектор магнитной индукции **B**. Графически магнитное поле изображается в виде магнитных силовых линий. Магнитные силовые линии замкнуты, что является признаком вихревых полей.

Индукция магнитного поля

Магнитное поле действует на любой движущийся заряд, следовательно, и на замкнутый контур (проводник) с током. По силе воздействия поля на контур судят о величине индукции магнитного поля.
Контур с током характеризуется магнитным моментом контура:



$$\mathbf{P}_m = I S \mathbf{n} \qquad (11.1)$$

где I-сила тока, S-площадь, ограниченная контуром, **n** - единичный вектор нормали к площади контура.

Направление вектора магнитного момента определяется по *правилу буравчика*:

если направление вращения ручки буравчика совпадает с направлением тока, то направление поступательного движения буравчика определит направление вектора магнитного момента $\mathbf{P}_m$.

На контур с током в магнитном поле действует вращательный момент сил. Виток разворачивается так, что вектор $\mathbf{P}_m$ параллелен **B**, где **B** – индукция магнитного поля.
Момент сил равен векторному произведению магнитного момента витка с током и вектора магнитной индукции:

$$\mathbf{M} = [\mathbf{P}_m \mathbf{B}]. \qquad (11.2)$$

Модуль момента сил

$$M = P_m B \sin\alpha. \qquad (11.3)$$

Если $\alpha=\pi/2$, то

$$B = \frac{M_{\max}}{P_m}\,. \qquad (11.4)$$

Индукция магнитного поля численно равна максимальному механическому моменту, действующему на виток с током, магнитный момент которого равен единице.

12. ПОЛЕ ДВИЖУЩЕГОСЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА

Как показывает опыт, движущийся электрический заряд создает вокруг себя магнитное поле, индукция которого определяется выражением:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{q[\mathbf{v}\cdot\mathbf{r}]}{r^3}\,. \qquad (11.5)$$

Здесь q -величина заряда, $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ Тл·м/А - магнитная постоянная, $\mathbf{r}$ – радиус–вектор точки, в которой определяется индукция магнитного поля.
Точечный электрический заряд независимо от скорости его движения создает электрическое поле, величина которого определяется как

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q\mathbf{r}}{r^3}\,. \qquad (11.6)$$

Выразим отсюда величину заряда

$$q = \frac{4\pi\varepsilon_0 r^3\mathbf{E}}{\mathbf{r}} \qquad (11.7)$$

и подставим его в формулу для индукции магнитного поля:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{[\mathbf{v}\cdot\mathbf{r}]}{r^3}\cdot\frac{4\pi\varepsilon_0 r^3\mathbf{E}}{\mathbf{r}}\,.$$

После несложных преобразований получаем

$$\mathbf{B} = \mu_0\varepsilon_0[\mathbf{v}\cdot\mathbf{E}]\,. \qquad (11.8)$$

Обозначив

$$\mu_0\varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}\,,$$

где c - скорость света в вакууме, получаем соотношение между индукцией магнитного поля **B** и напряженностью электрического поля **E**, создаваемых точечным зарядом, движущимся со скоростью **v**.

$$\mathbf{B} = \frac{[\mathbf{v}\cdot\mathbf{E}]}{c^2}\,. \qquad (11.9)$$

В этой формуле и в последующих за направление скорости принимают направление движения *положительного* заряда.
Полученный закон отражает тесную взаимосвязь между электрическим и магнитным полями.

- *Электрическое и магнитное поля представляют собой лишь части единого электромагнитного поля.*

Эквивалентность тока и движущегося заряда

Известно, что электрический ток - это направленное движение электрических зарядов. Из этого определения следует, что величина заряда, его скорость и сила тока должны быть взаимосвязаны. Установим эту связь.
Для этого введем новое понятие - элемент тока.

- ♦ *Элементом тока* $Id\mathbf{l}$ *называется вектор, величина которого равна произведению длины рассматриваемого малого участка проводника* $d\mathbf{l}$ *на силу тока I в нем, а направление совпадает с направлением тока в проводнике*.

Учитывая, что

$$I = \frac{dq}{dt} \text{ и } \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{l}}{dt},$$

получим

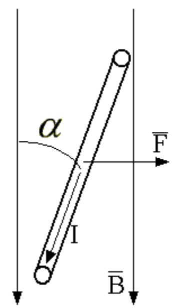
$$q\mathbf{v} = Idt\mathbf{v} = Id\mathbf{l} \qquad (12.4)$$

Данное соотношение показывает, что заряд q, движущийся со скоростью $\mathbf{V}$, можно представить как элемент тока длиной $Id\mathbf{l}$.

Сила Ампера

На проводник с током в магнитном поле действует сила, называемая силой *Ампера*:

$$\mathbf{F}_a = I[d\mathbf{l} \cdot \mathbf{B}]. \qquad (12.5)$$



Эта формула легко получается из соотношения для силы Лоренца (магнитная составляющая) с учетом связи элемента тока с зарядом.
Направление силы Ампера, как и всякого векторного произведения двух векторов (в данном случае $Id\mathbf{l}$ и $\mathbf{B}$), определяется по *правилу левой руки:*

- ♦ *левую руку располагают так, чтобы вектор индукции входил в ладонь, четыре пальца показывали направление тока, тогда отогнутый большой палец покажет направление силы.*

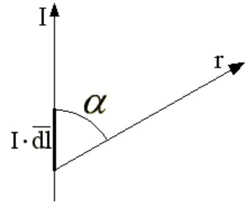
Можно определить направление векторного произведения и по *правилу буравчика.*

- ♦ *Для этого нужно совместить начала перемножаемых векторов и вращать рукоятку буравчика от первого вектора ко второму. Направление поступательного движения самого буравчика совпадет с направлением векторного произведения.*

. Закон Био-Савара-Лапласа

Закон Био-Савара-Лапласа позволяет *рассчитать индукцию магнитного поля, создаваемую элементом тока* на произвольном расстоянии от него. Этот закон можно легко получить, используя формулу для индукции магнитного поля, создаваемого движущимся точечным зарядом, с учетом связи между элементом тока и зарядом

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \, \frac{[d\mathbf{l} \cdot \mathbf{r}]}{r^3}. \qquad (12.6)$$



Направление вектора магнитной индукции определяется по *правилу левой руки.*

В скалярной форме закон имеет вид:

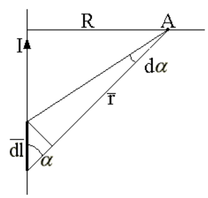
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot dl}{r^2} \sin\alpha, \qquad (12.7)$$

- *Магнитная индукция* dB, *создаваемая элементом тока* $I \cdot dl$ *на расстоянии* r *от него, обратно пропорциональна* r^2 *и прямо пропорциональна* $I \cdot dl$ *и синусу угла между векторами* $I \cdot d\mathbf{l}$ *и* $\mathbf{r}$.

Рассмотрим примеры применения закона для расчета магнитных полей.

Магнитное поле прямого тока

Бесконечно длинный проводник с током создает магнитное поле. Необходимо определить индукцию в точке *A* на расстоянии *R* от проводника. Рассмотрим произвольный элемент тока, положение которого относительно точки A определяется радиус-вектором $\mathbf{r}$. Из рис. видно, что



$$R = r\sin\alpha; \quad r = \frac{R}{\sin\alpha}; \quad dx = r \cdot d\alpha;$$

$$dl = \frac{dx}{\sin\alpha} = \frac{r \cdot d\alpha}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin^2\alpha} d\alpha .$$

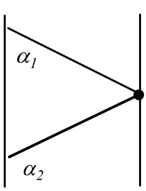
Подставим в закон Био-Савара-Лапласа. $dB = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \dfrac{I \cdot \sin^2\alpha}{R^2} \dfrac{R}{\sin^2\alpha} \sin\alpha \cdot d\alpha.$

Окончательно получим

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \int_0^{2\pi} \sin\alpha \cdot d\alpha; \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}. \qquad (12.8)$$

Магнитное поле отрезка с током

Изменив пределы интегрирования в предыдущем примере, получим



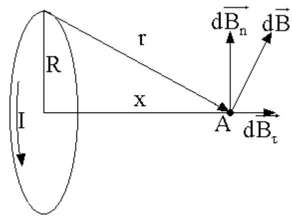
$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha d\alpha =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) \qquad (12.9)$$

Правила определения углов α_1 и α_2 ясны из рисунка.

Магнитное поле кругового тока

Круговой виток с током создает магнитное поле. Определим величину индукции в произвольной точке *A,* находящейся на оси витка на высоте *X* от площади витка. На окружности берем произвольный элемент dl. В точке *A* он создает магнитную индукцию $d\mathbf{B}$. Разложим ее на составляющие: нормальную по отношению к оси $d\mathbf{B}_n$ и тангенциальную, то есть совпадающую по направлению с осью $d\mathbf{B}_\tau$. Результирующая индукция будет равна сумме (интегралу) всех составляющих для всех элементов длины витка. Вследствие симметрии сумма всех $d\mathbf{B}_n$ равняется нулю. Остается взять сумму $d\mathbf{B}_\tau$:



$$dB_\tau = dB\cdot\sin\alpha = dB\frac{R}{r};\qquad dB = \int dB_\tau;$$

$$B = \int\frac{\mu_0 R}{4\pi R^2} I\cdot dl = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2}{r^3};$$

Поскольку $r^2 = \sqrt{R^2 + x^2}$,то

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2}{\left(\sqrt{R^2+x^2}\right)^3}\ . \qquad (12.10)$$

Мы нашли индукцию магнитного поля на оси витка с током.
Магнитная индукция в *центре витка* (x = о):

$$B = \frac{\mu_0\cdot I}{2R}\ . \qquad (12.11)$$

Для нахождения направления **B** в центре кругового витка с током также используется *правило буравчика*, но в измененном виде.

- *Рукоятку буравчика нужно вращать по току, тогда направление движения самого буравчика совпадет с направлением силовой линии. Касательная к силовой линии в точке совпадет с направлением вектора индукции.*

Взаимодействие параллельных токов

Сила, которая действует на единицу длины двух параллельных проводников с током, равна

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1I_2}{R_1}. \qquad (12.12)$$

Если проводники имеют одинаковую длину l, то сила равна:

.
$$F = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1I_2}{R}l. \qquad (12.13)$$

Проводники с одинаковым направлением токов притягиваются, с противоположным - отталкиваются.

13. ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ.

При движении заряда во внешнем магнитном поле на него действует сила, называемая силой Лоренца:

$$\mathbf{F}_{м} = q[\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}]. \quad (13.1)$$

Если заряд движется в электромагнитном поле, то на него кроме магнитной силы действует еще сила со стороны электрического поля. Она равна:

$$\mathbf{F}_{эл} = q \cdot \mathbf{E}. \quad (13.2)$$

Обозначим силу, действующую на заряд во внешнем электромагнитном пол, как

$$\mathbf{F}_{л} = \mathbf{F}_{эл} + \mathbf{F}_{м}. \quad (13.3)$$

:При малых скоростях движения, когда релятивистские эффекты не играют существенной роли, эта сила не должна зависеть от выбора инерциальной системы отсчета (см. следствия из преобразований Галилея). Однако первое слагаемое зависит от выбора системы отсчета: в системе, связанной с самим зарядом, его скорость равна нулю, и магнитная составляющая силы тоже равна нулю. Это означает, что при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой векторы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ должны изменяться, преобразовываясь друг через друга, а векторная сумма электрической и магнитной сил должна оставаться постоянной.

Рассмотрим движение электрического заряда в магнитном поле под действием магнитной составляющей силы Лоренца, определяемой формулой (13.1).

- Если вектор скорости заряда $\mathbf{V}$ перпендикулярен вектору магнитной индукции поля $\mathbf{B}$, то заряд движется по окружности.

Поскольку сила Лоренца всегда направлена перпендикулярно к скорости движения заряда, то она создает нормальное ускорение.

Период вращения заряда найдем из уравнения движения заряда:

$$F_{л} = F_{ц}\ ; \qquad BqV = \frac{mV^2}{R};$$

учитывая, что $V = \dfrac{2\pi R}{T}$, имеем: $Bq = \dfrac{m 2\pi R}{T}$, откуда:

$$T = \frac{2\pi m}{Bq}. \quad (13.4)$$

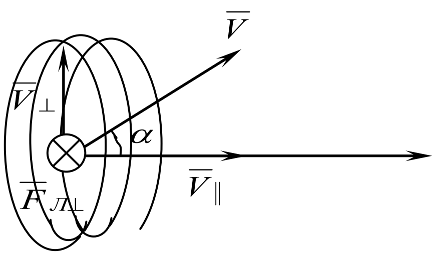
Видно, что период вращения не зависит от скорости. Это обстоятельство лежит в основе устройств для ускорения заряженных частиц в магнитном поле – *циклотронов*.

Уравнение для радиуса окружности, по которой движется заряженная частица под действием силы Лоренца:

$$R = \frac{m\ V}{q\ B} \quad (13.5)$$

позволяет разделять частицы в зависимости от их соотношения $\frac{m}{q}$. Устройства, в которых это осуществляется, носят название *масс–спектрографы*.

♦ Если заряженная частица влетает в магнитное поле под углом, не равным $\pi/2$, то ее скорость $\mathbf{V}$ можно разложить на две составляющие $\mathbf{V}_n$ и $\mathbf{V}_\tau$, соответственно перпендикулярную и параллельную вектору индукции. При движении в направлении $\mathbf{V}_n$ на частицу будет действовать сила Лоренца. Одновременно заряд будет двигаться по инерции в направлении $\mathbf{V}_\tau$. В результате сложения этих двух видов движения траектория движения частицы будет представлять собой винтовую линию. Этим объясняется так называемый *широтный эффект*. Заряженные частицы, которые движутся из космоса на низких широтах (у экватора) будто "отталкиваются", а у северного полюса "накручиваются" на силовые линии магнитного поля Земли. Повышенная концентрация этих частиц в атмосфере вызывает полярное сияние.



При движении частиц по винтовой траектории радиус окружности определяется аналогично вышеописанному случаю движения частиц по окружности, но вместо скорости частиц V нужно взять перпендикулярную составляющую скорости $V_\perp$:

$$R = \frac{V_\perp}{q \cdot B} \cdot m = \frac{V \sin\alpha}{q \cdot B} \cdot m \,. \qquad (13.6)$$

За время, равное периоду вращения, частица проходит вдоль направления вектора индукции расстояние, называемое *шагом винта*. Он равен:

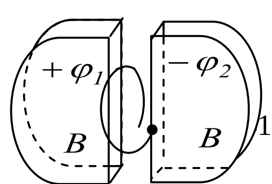
$$h = v \cdot \cos\alpha \cdot \frac{2\pi \cdot m}{B \cdot q} \qquad (13.7)$$

Ускорители заряженных частиц

Простейший тип ускорителя заряженных частиц - циклотрон. Основная часть ускорителя – полые электроды - дуанты - на которые подается переменное напряжение, создаваемое генератором переменной частоты. Между ними имеется зазор, проходя который частица ускоряется. Ускорение происходит за счёт работы электрического поля:

$$A_{эл} = q \cdot \Delta\varphi = \frac{m \cdot V^2}{2}$$

Дуанты помещаются в перпендикулярное к их плоскости магнитное поле, так что влетаемая через



зазор частица движется по окружности под действием силы Лоренца. Величину магнитной индукции подбирают таким образом, чтобы период обращения частицы совпадал с периодом изменения напряжения на электродах. Тогда частица будет попадать в зазор между электродами при одной и той же фазе ускоряющего напряжения.

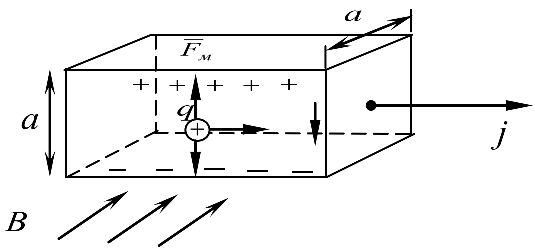
Многократно ускоряясь в зазоре между дуантами частица увеличивает свою энергию. Энергия протона, прошедшего современный ускоритель, достигает 25 МэВ.

14. ЭФФЕКТ ХОЛЛА.

♦ *Эффектом Холла называется возникновение поперечной разности потенциалов в проводнике или полупроводнике с током при помещении их в магнитное поле, перпендикулярное направлению тока.*

Рассмотрим участок полупроводника с током. На движущийся положительный заряд q действует сила Лоренца

$$\bar{\boldsymbol{F}}_{М} = q[\boldsymbol{V} \cdot \bar{\boldsymbol{B}}].$$



Так как скорость заряда совпадает с направлением вектора плотности электрического тока **j**, то сила Лоренца направлена вертикально вверх. В результате вблизи верхней грани проводника наблюдается избыток положительных зарядов, а вблизи нижней - избыток отрицательных зарядов, следовательно возникает электрическое поле, напряженность которого **E** направлена от положительного заряда к отрицательному, то есть вертикально вниз.

Возникшее в результате перераспределения зарядов электрическое поле также действует на движущийся заряд. В установившемся режиме магнитная и электрическая силы будут равны друг другу по модулю:

$$qE = qV{\cdot}B.$$

Отсюда напряженность возникшего электрического поля равна

$$E = V{\cdot}B.$$

Напряжённость электрического поля связана с разностью потенциалов между соответствующими гранями проводника, находящимися на расстоянии a, соотношением:

$$E = \frac{\Delta\varphi}{a}$$

Учитывая известные соотношения для плотности тока j

$$j = \frac{I}{S} = \frac{I}{a \cdot d} \quad \text{и} \quad j = qVn\ ,$$

получаем

$$\Delta\varphi = \frac{B \cdot I \cdot a}{q \cdot n \cdot a \cdot d}.$$

Здесь

$$\Delta\varphi = \frac{1}{q \cdot n} \cdot \frac{B \cdot I}{d} \qquad (14.1)$$

– Холловская *разность потенциалов*.

Величина

$$\frac{1}{q \cdot n} = R_{\text{X}}$$

называется *постоянной Холла*.

Окончательно получаем выражение для поперечной разности потенциалов в эффекте Холла

$$\Delta\varphi = R_X \cdot \frac{B \cdot I}{d}, \qquad (14.2)$$

где B - величина индукции магнитного поля, I- сила тока в проводнике (полупроводнике), d- толщина проводника.

- ♦ Эффект Холла используется для измерения индукции магнитного поля (датчики Холла). Вторая область применения – если известна индукция B, то можно определить постоянную Холла неизвестного материала, зависящую от концентрации носителей тока и величины их зарядов.

15. ЦИРКУЛЯЦИЯ И ПОТОК ВЕКТОРА МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ .

Магнитное поле в вакууме можно описать, используя два основных уравнения, одно из которых определяет циркуляцию вектора магнитной индукции по произвольному замкнутому контуру, а второе – поток вектора магнитной индукции через произвольную замкнутую поверхность. Эти уравнения называют *основными уравнениями магнитостатики*.

Циркуляцией вектора $\mathbf{B}$ по контуру L называется интеграл

$$\int\limits_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \int\limits_L B \cdot dl \cdot \cos\alpha = \int\limits_L B_e \cdot dl. \qquad (15.1)$$

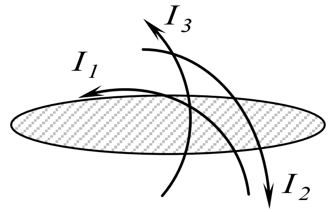
- *Циркуляция вектора магнитной индукции по замкнутому контуру в вакууме равна магнитной постоянной μ_0, умноженной на алгебраическую сумму токов, пронизывающих площадь, ограниченную замкнутым контуром.*

$$\oint\limits_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \sum I_i. \qquad (15.2)$$

- Это уравнение называется *законом полного тока*

Например, для замкнутого контура, охватывающего три тока, имеющих различные направления:

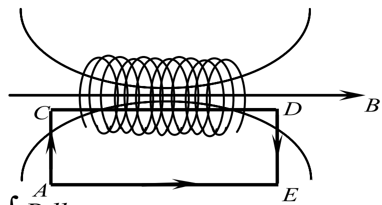
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 (I_1 - I_2 + I_3) \cdot$$



Закон полного тока позволяет в некоторых случаях рассчитать индукцию магнитного поля, создаваемого токами различной конфигурации.

Магнитное поле соленоида

Рассмотрим соленоид длиной l, в витках которого течет ток I. Длина соленоида намного больше радиуса его витков (так называемый длинный соленоид). Как показывает опыт, магнитное поле вне катушки равно нулю. Пусть N – количество витков соленоида. Построим замкнутый контур $ACDE$, охватывающий все витки соленоида. Запишем закон полного тока для этого контура:



$$\int_{ACDE} Bl \cos\alpha = \mu_0 N \cdot I$$

$$\int_{AC} Bdl \cos\alpha_1 + \int_{CD} Bdl \cos\alpha_2 + \int_{DE} Bdl \cos\alpha_3 +$$

$$+ \int_{EA} Bdl \cos\alpha_4 = \int_{CD} Bdl \cos\alpha_2 = \mu_0 N \cdot I.$$

Три интеграла из суммируемых четырех равны нулю, так как $\alpha_1 = \alpha_3 = \pi/2$ и $B_{\text{внешн}} = 0$.

$$\int_{AC} Bdl \cos\alpha_1 = \int_{DE} Bdl \cos\alpha_3 = \int_{EA} B_{внешн} dl \cos\alpha_4 = 0 \cdot$$

Считая поле внутри соленоида постоянным, получим

$$B \cdot l = \mu_0 \cdot N \cdot I$$

или

$$B \cdot = \mu_0 \cdot \frac{NI}{l} \cdot \qquad (15.3)$$

Обозначим через n количество витков на единицу длины соленоида.

$$\frac{N}{l} = n$$

Тогда индукция магнитного поля внутри длинного соленоида равна

$$B = \mu_0 . n \cdot I \qquad (15.4)$$

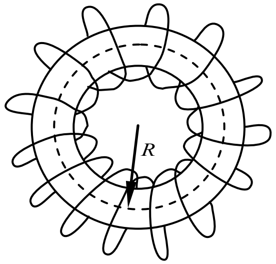
Напряженность магнитного поля внутри соленоида равна

$$H = nI \qquad (15.5)$$

Если внутри соленоида находится сердечник с магнитной проницаемостью материала μ, то

$$B = \mu_{0.} \cdot \mu \cdot n \cdot I \qquad (15.6)$$

Магнитное поле тороида



Рассчитаем индукцию магнитного поля тороида, в котором R – радиус средней линии.

Применим закон полного тока:

$$\oint\limits_{\substack{\text{средняя}\\ \text{линия}}} Bdl\cos\alpha = \mu_0 \sum I$$

$$B\int_0^{2\pi R} dl = \mu_0 NI\,,$$

получим

$$B \cdot 2\pi \cdot R = \mu_0 NI$$

и окончательно

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi \cdot R}\,. \qquad (15.7)$$

Поток вектора индукции магнитного поля

♦ *Потоком вектора магнитной индукции через площадку S* называется величина

$$\Phi_{\text{B}} = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int_S B \cdot dS\cos(\mathbf{B} \cdot \mathbf{n})\,, \qquad (15.8)$$

где $d\mathbf{S} = dS \cdot \mathbf{n}$, $\mathbf{n}$ - единичный вектор нормали к элементарной площадке dS.

Поток вектора магнитной индукции через один виток соленоида равен:

$$\Phi_1 = B \cdot S = \mu_0 nSI = \mu_0 \frac{N}{l} SI\,. \qquad (15.9)$$

Потокосцепление или поток, сцеплённый со всеми витками соленоида:

$$\Psi = N \cdot \Phi_1 = \mu_0 \frac{N^2}{l} SI\,. \qquad (15.10)$$

Теорема Гаусса для магнитного поля

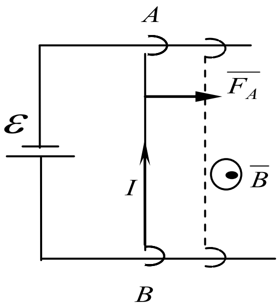
- *Магнитный поток через произвольную замкнутую поверхность равен нулю.*

$$\Phi_{\text{B}} = \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0\,. \qquad (15.11)$$

♦ Как и в случае электростатического поля, магнитный поток через некоторую поверхность численно равен количеству силовых линий, пересекающих эту поверхность. Если поток равен нулю, значит суммарное количество пересечений линиями замкнутой поверхности равно нулю, то есть силовые линии замкнуты – это признак *вихревых полей.*

16 РАБОТА ПО ПЕРЕМЕЩЕНИЮ ПРОВОДНИКА С ТОКОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Рассмотрим проводник с током, который может, например, с помощью скользящих контактов свободно перемещаться в магнитном поле. Вектор магнитной индукции направлен нормально к поверхности чертежа, следовательно, он перпендикулярен и направлению тока



На проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера

$$\mathbf{F}_A = I[d\mathbf{l}\cdot\mathbf{B}]\,.$$

На пути dx эта сила совершает работу

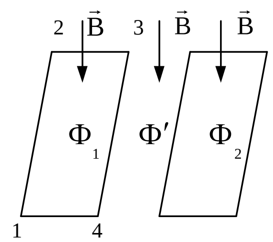
$$dA = Fdx = IlBdx = IBdS = Id\Phi\,.$$

- *Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока в проводнике на магнитный поток, пересеченный проводником при его движении.*

$$dA = Id\Phi \qquad (16.1)$$

Работу совершает не магнитное поле, а источник тока, эта работа расходуется также на выделение джоулевого тепла в проводниках.

Если в магнитном поле перемещается замкнутый контур с постоянным током, то при передвижении элементов 2-3 и 4-1 работа не выполняется, так как сила перпендикулярна к направлению движения. Работа по перемещению элементов 1-2 и 3-4:



$A_{1\text{-}2} = I(\Phi_1 + \Phi')$; $A_{3\text{-}4} = -I(\Phi' + \Phi_2)$;

Знак «–» для $A_{3\text{-}4}$ отвечает тому, что для элемента 3- 4 сила действует в противоположном направлении.

Общая работа:

$$A = I(\Phi_1 \text{-} \Phi_2); \text{ или } A = I\cdot\Delta\Phi\,; \qquad (16.2)$$

- *Работа по перемещению замкнутого контура с постоянным током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на изменение магнитного потока через контур.*

Если в случае с проводником работа выполняется лишь при его перемещении, то для контура работа может выполняться и в случае *изменения электрического тока в неподвижном контуре.*

17 ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ.

В 1831 году М.Фарадей обнаружил явление возбуждения электрического тока при изменении магнитного потока через замкнутый проводящий контур - электромагнитную индукцию.

Как мы уже знаем, проводник с током, помещенный в магнитное поле, начинает перемещаться под действием силы Ампера, причем работу по перемещению проводника совершает Э.Д.С. источника тока, а не магнитное поле. Кроме перемещения проводника, работа источника тока расходуется еще и на выделение в проводнике джоулевого тепла:

$$\varepsilon I dt = I d\Phi + I^2 R dt \qquad (17.1)$$

Выразим из этого уравнения силу тока

$$I = \frac{\varepsilon + \left(-\dfrac{d\Phi}{dt}\right)}{R}.$$

Это выражение по форме совпадает с законом Ома для замкнутой цепи, в числителе которого стоит Э.Д.С.

Обозначив

$$\varepsilon_{инд} = -\frac{d\Phi}{\mathrm{dt}} \qquad (17.2)$$

получим окончательно

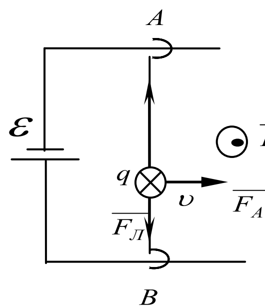
$$I = \frac{\varepsilon + \varepsilon_{инд}}{\mathrm{R}} \qquad (17.3)$$

Полученное выражение можно рассматривать как запись закона Ома для замкнутого контура, в котором, помимо Э.Д.С. источника тока ε, имеется дополнительная Э.Д.С. индукции $\varepsilon_{инд}$., выражаемая формулой (17.2)

- *Электродвижущая сила индукции равна взятой с обратным знаком скорости изменения магнитного потока через рассматриваемый контур.*

Это утверждение носит название *закона электромагнитной индукции* или закона Фарадея.

Знак “– “ в формуле для $\varepsilon_{инд}$ означает, что возникший индукционный ток препятствует изменению магнитного потока.



Причиной возникновения индукционного тока в данном случае является воздействие магнитного поля на движущиеся электрические заряды. Заряд q перемещается вместе с проводником со скоростью υ в магнитном поле, направленном перпендикулярно скорости, следовательно, на него действует сила Лоренца $F_л$. Под действием этой силы заряд смещается в сторону, противоположную направлению его движения вместе с основным током, что эквивалентно возникновению индукционного тока. Таким образом, индуционный ток в данном случае направлен противоположно основному току.

Причины возникновения индукционного тока:

♦ В движущемся проводнике это сила Лоренца, которая действует на движущийся заряд в магнитном поле.

♦ В неподвижном проводнике это изменение магнитного потока, пересекающего проводник.

Правило Ленца:

- *Индукционный ток в цепи направлен таким образом, что вызванное им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, породившего этот ток.*

Иными словами, индукционный ток противодействует причине его возникновения.

Следует заметить, что правило Ленца является частным случаем общего *принципа Ле-Шателье:*

♦ *если система находится в равновесии, то изменение внешних условий вызывает в ней реакцию, противодействующую этому изменению.*

Например, если сжимать газ, то его температура возрастает, что противодействует сжатию (поскольку при повышении температуры растет давление газа) и пр.

Самоиндукция

Мы установили, что ЭДС индукции возникает при изменеии магнитного потока через контур, Поскольку ток, текущий по контуру, сам создает магнитное поле, то он создает и собственный магнитный поток, пронизывающий этот же контур.

♦ *Самоиндукция – явление возникновения индукционного тока в проводнике под действием изменения собственного магнитного поля.*

Направление индукционного тока при самоиндукции совпадает с основным током, если магнитный поток уменьшается (dФ<0), и направлен в противоположную сторону, если собственный магнитный поток увеличивается ($d\Phi$>0).

В соответствии с законом Био-Савара-Лапласа

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I[d\mathbf{l} \cdot \mathbf{r}]}{r^3}$$

магнитная индукция, а, следовательно, и создаваемый ею магнитный поток, прямо пропорциональны силе тока в контуре

$$\Phi = LI \qquad (17.4)$$

Входящий в это выражение коэффициент пропорциональностит носит название *индуктивности контура*

$$L = \frac{\Phi}{I} \qquad (17.5)$$

- *Индуктивностью контура называется величина, численно равная отношению магнитного потока через контур, создаваемого протекающим по этому контуру током, к силе тока.*

Индуктивность контура зависит как от его размеров и формы, так и от свойств окружающей среды.

Индуктивность соленоида

Индуктивность соленоида можно рассчитать, разделив потокосцепление

$$\Psi = N \cdot \Phi_1 = \mu_0 \mu \frac{N^2}{l} SI$$

на силу тока I в нем.

Таким образом, индуктивность соленоида равна

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2}{l} S = \mu_0 \mu \cdot n^2 V, \qquad (17.6)$$

где n - количество витков на единицу длины, V - объем соленоида, μ - магнитная проницаемость материала сердечника соленоида.

Поскольку μ ферромагнитных материалов, которые чаще всего используются для изготовления сердечников, изменяется с изменением силы тока, индуктивность соленоида с сердечником зависит также и от силы тока в нем.

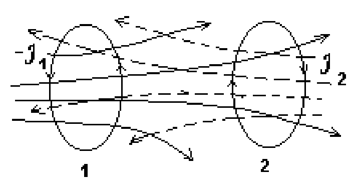
Если индуктивность контура остается постоянной, закон электромагнитной индукции для самоиндукции удобно представить в виде:

$$\varepsilon_{инд} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -L\frac{dI}{dt}. \qquad (17.7)$$

- *Электродвижущая сила самоиндукции равна взятому с обратным знаком произведению индуктивности контура на скорость изменения в нем силы тока.*

Явление взаимной индукции. Взаимная индуктивность

Если вблизи цепи переменного тока расположен замкнутый контур, то в нем возникает Э.Д.С. индукции. Так, при изменении тока в контуре 1 в контуре 2 возникает Э.Д.С.. и наоборот .



Магнитный поток зависит от силы тока:

$$\Phi_2 = L_{2\text{-}1} I_1 \text{ и } \Phi_1 = L_{1\text{-}2} I_2,$$

где $L_{1\text{-}2}$ и $L_{2\text{-}1}$ – взаимная индуктивность, или просто индуктивность. Если контуры не находятся в ферромагнитной среде, то взаимная индуктивность контуров одинакова:

$$L_{1\text{-}2} = L_{2\text{-}1} = L.$$

Э.Д.С. индукции, возникающая в каждом из контуров, равна:

$$\varepsilon_1 = -L\frac{dI_1}{dt}, \qquad \varepsilon_2 = -L\frac{dI_2}{dt}.$$

Примером взаимной индукции является действие трансформатора.

18 ТОК ПРИ ЗАМЫКАНИИ И РАЗМЫКАНИИ ЦЕПИ. ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

По правилу Ленца токи, которые возникают в проводниках вследствие самоиндукции, всегда направлены так, что их магнитное поле противодействует изменению внешнего магнитного поля. Это приводит к тому, что изменение тока при включении и размыкании цепи с индуктивностью происходит не мгновенно, а постепенно.

Размыкание цепи.

При отсоединении источника Э.Д.С. ток в контуре начнет уменьшаться и в соленоиде возникнет Э.Д.С. самоиндукции $\varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$.

С другой стороны по закону Ома: $\mathcal{E} = I \cdot R$

Из этих двух уравнений получаем:

$$IR = -L\frac{dI}{dt}\ \text{, или}\ \frac{dI}{I} = -\frac{R}{l}dt\ .$$

Решение этого уравнения дает

$$\ln\ I\ =\ -\frac{R}{l}t + \ln\ const\ .$$

В начальный момент времени t=0, тогда const=I_0.

Окончательно получаем закон изменения тока при размыкании цепи:

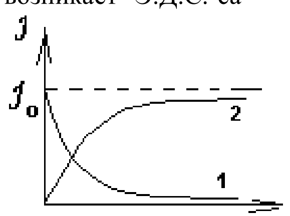
$$I\ =\ I_0\ e^{-Rt/L} \qquad (18.1)$$

Ток в контуре уменьшается по экспоненциальному закону (кривая 2). Отношение $\tau = L/R$. — время, за которое ток уменьшится в e раз, –носит название постоянной цепи или времени релаксации.

Замыкание цепи.

При включении цепи с индуктивностью в ней возникает Э.Д.С. самоиндукции. В соответствии с законом Ома:

$$IR = \varepsilon + \varepsilon_c = \varepsilon - L\frac{dI}{dt}\quad \text{или:}\ \frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = \frac{\varepsilon}{L}$$



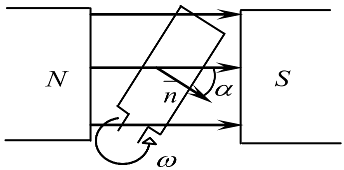
Это дифференциальное неоднородное уравнение. Решение уравнения имеет вид:

$$I = I_0(1 - e^{\frac{R\cdot t}{L}}) \qquad (18.2)$$

Это закон изменеия тока при замыкании цепи (кривая 2 рисунка).

Применение электромагнитной индукции

Явление электромагнитной индукции применяется для преобразования механической энергии в энергию электрического тока. Для этой цели используют *генераторы*, принцип действия которых можно рассмотреть на примере плоской рамки, вращающейся в однородном магнитном поле.



Предположим, что рамка вращается в однородном магнитном поле (***B***=const) равномерно с угловой скоростью *ω*=const. Магнитный поток, сцепленный с рамкой площадью S, в любой момент времени *t* равен

$$\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} = B \cdot S \cos\alpha = B \cdot S \cos\omega \cdot t$$

где α - угол между нормалью и вектором индукции - равен углу поворота рамки

При вращении рамки в ней будет возникать переменная Э.Д.С. индукции

$$\varepsilon_{инд} = -\frac{d\Phi}{\mathrm{dt}} = B \cdot S\omega \cos\omega \cdot t \qquad (18.3)$$

Максимальная Э.Д.С. равна

$$\varepsilon_{инд}(\max) = B \cdot S\omega \qquad (18.4)$$

Индукционный ток в рамке

$$I_{инд} = \frac{\varepsilon_{инд}}{\mathrm{R}} \qquad (18.5)$$

Переменное напряжение снимается с вращающегося витка с помощью щеток специальной конструкции.

Индукционный ток возникает не только в линейных проводниках, но и в массивных сплошных проводниках, которые находятся в переменных магнитных полях. Эти токи оказываются замкнутыми в толще проводника и поэтому называются *вихревыми* или *токами Фуко*. Вихревые токи вызывают нагревание проводников и прочие нежелательные последствия. Поэтому для уменьшения потерь на нагревание якоря генераторов и сердечники трансформаторов изготавливают из тонких пластин, отделенных друг от друга слоями диэлектрика. Располагают эти слои таким образом, чтобы вихревые токи были направлены поперек пластин.

Использование этих токов в полезных целях - *индукционные печи* для нагрева и плавления метала.

Явление взаимной индукции лежит в основе действия *трансформаторов,* применяемых для повышения или понижения напряжения переменного тока.

19 ЭНЕРГИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ.

Если в контуре с индуктивностью отключить источник питания и замкнуть сопротивление *R* на соленоид индуктивностью *L*, то в катушке возникает Э.Д.С. самоиндукции и, следовательно, индукционный ток, энергия которого расходуется на нагревание сопротивления *R* (джоулево тепло). Работа источника тока равна

$$A = \int \varepsilon_c I \cdot dt \ .$$

Считая, что Э.Д.С. самоиндукции $\varepsilon_c = -L\dfrac{dI}{dt}$, получим:

$$A = -\int_I^0 LIdI = \frac{LI^2}{2} \ .$$

По закону сохранения энергии работа тока должна быть равна изменению энергии магнитного поля, создаваемого этим индукционным током.

Поскольку $A = W$ **,** получаем *формулу для энергии магнитного поля тока I, протекающего по проводнику с индуктивностью* L.

$$W = \frac{\mathrm{I}^2\mathrm{L}}{2} \qquad (19.1)$$

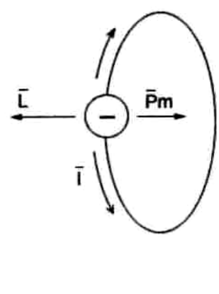
Используя выражения для индуктивности соленоида и индукции магнитного поля в нем, можно найти *плотность энергии магнитного поля соленоида, то есть энергию, приходящуюся на единицу объема, занимаемого полем:*

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{BH}{2} \ . \qquad (19.2)$$

Это соотношение справедливо не только для соленоида, но и для произвольного магнитного поля с индукцией ***B*** и напряженностью ***H***.

20 МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА

Опыт показывает, что все вещества, помещенные во внешнее магнитное поле, тем или иным образом намагничиваются. Согласно *гипотезе Ампера*, это объясняется наличием *молекулярных токов*, возникающих при движении электронов в атомах вещества.



Если представить электрон вращающимся по круговой орбите вокруг ядра атома, то он обладает *механическим орбитальным моментом* или моментом импульса

$$\mathbf{L} = m \cdot \mathbf{V} \cdot r;$$

где m - масса электрона, **V** - линейная скорость его движения, r - радиус орбиты.

Так как электрон имеет заряд e, то при движении он создает электрический ток, следовательно и *магнитный орбитальный момент*

$$\mathbf{P}_m = I \cdot s \cdot \mathbf{n}$$

где $s = \pi r^2$ - площадь орбиты, $I = e\nu$ -сила тока, создаваемая при вращении электрона с частотой ν, **n** - единичный вектор нормали к площади орбиты.

Модуль вектора магнитного момента равен $P_m = IS = e\nu\pi r^2$.

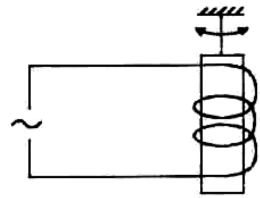
Если частота $\nu = \dfrac{V}{2\pi r}$, то $P = \dfrac{eVr}{2}$

Отношение магнитного момента электрона к орбитальному (механическому) моменту равна

$$\frac{P_m}{L} = -\frac{e}{2m} \qquad (20.1)$$

Это так называемое *гиромагнитное отношение орбитальных моментов.* Знак минус указывает, что векторы $\mathbf{P}_m$ и $\mathbf{L}$ направлены в противоположные стороны (их направление определяется по правилу буравчика, но в первом случае вращение рукоятки буравчика производят по току, то есть противоположно движению отрицательно заряженного электрона, а во втором - по направлению скорости электрона).

Гиромагнитное отношение электрона экспериментально было определено в опытах Эйнштейна и де-Гааза в 1915 году. Схема опыта заключалась в следующем. Металлический стержень расположен в катушке, на которую подавалось переменное напряжение. Под действием поля ориентации вектора $\mathbf{P}_m$ каждого электрона изменяются, поэтому изменяются и направления вектора $\mathbf{L}$, что, по закону сохранения момента импульса, приводит к колебаниям стержня, которые могут быть зафиксированы.



Измеренная таким способом величина гиромагнитного отношения оказалась равной

$$g_{эксп} = -\frac{e}{m},$$

что в два раза превышает теоретическое значение.

Поэтому было сделано предположение, которое впоследствии было доказано экспериментально, что электрон обладает также *собственным механическим моментом* или ***спином***, равным

$$L_{es} = \frac{1}{2}. \qquad (20.2)$$

- *Спин - это фундаментальная характеристика электрона, подобно массе и заряду*.

Спину соответствует *собственный магнитный момент,* называемый еще *магнетоном Бора*.

$$P_{ms} = \pm\frac{e\hbar}{2m} = \pm\mu_B = 9{,}27\cdot 10^{-24}\, А\cdot м^2 \qquad (20.3)$$

Магнитный момент электрона равен сумме *магнитного орбитального* и *собственного магнитного* моментов электрона.

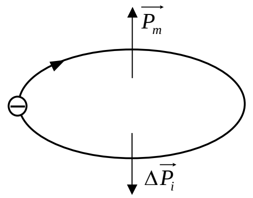
$$P_m^{эл} = P_m + P_{ms} \qquad (20.4)$$

Магнитный момент атома является векторной суммой магнитных моментов отдельных электронов и может быть отличен от нуля (у парамагнетиков и ферромагнетиков) или равен нулю (только у атомов с четным количеством электронов – диамагнетиков).

Магнитный момент атомного ядра примерно на три порядка величины меньше магнитного момента электрона.

Диамагнитный эффект

Под действием внешнего магнитного поля $\mathbf{B}_0$ вектор $\mathbf{P}_m$ начинает *прецессировать* вокруг направления $\mathbf{B}_0$ (подобно волчку). Это движение эквивалентно возникновению индуцированного тока и дополнительного магнитного момента $\Delta\mathbf{P}$, направленного, согласно правилу Ленца, противоположно $\mathbf{P}_m$. В результате у атома появляется собственное магнитное поле, ослабляющее внешнее поле. Диамагнитный эффект присущ всем веществам, но в пара– и ферромагнетиках он незаметен на фоне сильного магнитного момента нескомпенсированных электронов.



Намагниченность вещества

Создаваемые молекулярными токами магнитные моменты в отсутствие внешнего магнитного поля, как правило, ориентированы беспорядочно из - за теплового движения молекул, так что суммарный магнитный момент обращается в нуль. При наличии внешнего магнитного поля магнитные моменты атомов ориентируются преимущественно вдоль поля - вещество намагничивается.

♦ ***Намагниченностью*** *называется величина, равная суммарному магшнитному моменту атомов, находящихся в единице объема вещества*

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{\Delta V}\mathbf{P}_m . \quad . \tag{20.5}$$

Намагничивание вещества, как уже было сказано, обусловлено преимущественной ориентацией магнитных моментов отдельных молекул в одном направлении. Это же можно сказать и об элементарных *молекулярных токах*. Такое поведение молекулярных токов приводит к появлению макроскопических токов I', называемых *токами намагничивания.* Обычные токи, текущие по проводникам, связаны с перемещением в веществе носителей тока, их называют *токами проводимости.*

Представим себе цилиндр из однородного магнетика, намагниченность которого $\mathbf{J}'$направлена вдоль оси. Молекулярные токи в намагниченном магнетике ориентированы так, чтобы их магнитные моменты были направлены вдоль оси цилиндра так же, как и вектор $\mathbf{J}$. При этом у соседних молекул молекулярные токи в местах их соприкосновения текут в противоположных направлениях и макроскопически компенсируют друг друга. Нескомпенсированными остаются только те молекулярные токи, которые выходят на боковую поверхность цилиндра. Эти токи и образуют макроскопический *по-*

верхностный ток намагничивания I', циркулирующий по боковой поверхности цилиндра. Ток I' возбуждает такое же макроскопическое магнитное поле, что и все молекулярные токи, вместе взятые.

Ток I', подобно одному витку соленоида, создает поле с индукцией

$$B' = \mu_0 \frac{I'}{l}. \qquad (20.5)$$

Так как магнитный момент этого витка равен

$$P_m = I'S,$$

то намагниченность, то есть суммарный магнитный момент единицы объема цилиндра, определяется как

$$J = \frac{P_m}{V} = \frac{I'}{l}$$

Тогда

$$B' = \mu_0 J$$

или в векторной форме

$$\mathbf{B}' = \mu_0 \mathbf{J}$$

Магнитное поле в магнетике складывается из внешнего магнитного поля и поля, создаваемого током намагничивания:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}' = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{J}) \qquad (20.6)$$

или

$$\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} = \mathbf{H} + \mathbf{J} \qquad (20.7)$$

Из последнего соотношения хорошо понятен физический смысл индукции магнитного поля **B.**

- ***Индукция*** - *это величина, характеризующая напряженность магнитного поля в вакууме* **H** *и намагниченность вещества* **J**, *возникающую под действием этого поля.*

Экспериментально доказано, что для малых магнитных полей намагниченность прямо пропорциональна величине напряженности магнитного поля

$$\mathbf{J} = \chi \cdot \mathbf{H} \qquad (20.8)$$

Здесь χ - магнитная восприимчивость вещества($\chi<0$ для диамагнетиков и $\chi>0$ для пара- и ферромагнетиков).

Тогда

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \chi\mathbf{H}) = \mu_0(1 + \chi)\mathbf{H}$$

Если обозначить

$$\mu = 1 + \chi \qquad (20.9)$$

где-μ - магнитная проницаемость вещества, то связь индукции и напряженности магнитного поля определится известным выражением

$$\mathbf{B} = \mu\mu_0\mathbf{H} \qquad (20.10)$$

Магнитная проницаемость $\mu<1$ для диамагнетиков и $\mu>1$ для пара- и ферромагнетиков.

Типы магнетиков

Диамагнетики

Магнитная проницаемость диамагнетиков $\mu < 1$, магнитная восприимчивость $\chi<0$ и составляет по модулю ($10^{-4} \div 10^{-6}$).

Суммарный магнитный момент атома равен 0 ($\sum \mathbf{P}_{am}=0$), но при внесении в магнитное поле $\mathbf{B}_0$ за счет диамагнитного эффекта образуется собственное магнитное поле $\mathbf{B}'$, ослабляющее внешнее поле

$$B = B_0 - B'$$

. К диамагнетикам относятся висмут, серебро, золото.

Парамагнетики

Магнитная проницаемость $\mu > 1$, магнитная восприимчивость $\chi>0$, по величине она такая же, как и у диамагнетиков. Суммарный магнитный момент атомов не равен 0 ($\sum \mathbf{P}_{am} \neq 0$), но вследствие хаотичной ориентации их в объеме вещество не проявляет магнитных свойств. Внешнее магнитное поле $\mathbf{B}_0$ ориентирует магнитные моменты атомов вдоль поля, вследствие чего магнитное поле в парамагнетиках усиливается:

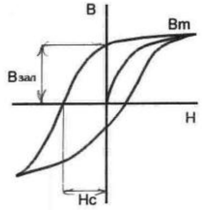
$$B = B_0 + B'$$

После снятия поля намагниченность исчезает. К парамагнетикам относятся натрий, кислород, алюминий и др.

Ферромагнетики

Магнитная проницаемость $\mu >> 1$ и достигает величины 10^4. К ферромагнетикам относятся железо, никель, кобальт, некоторые сплавы. Основные свойства:

- наличие магнитного *насыщения* B_m;
- зависимость B от H имеет сложный характер и называется *магнитным гистерезисом,*
- магнитная проницаемость зависит от величины внешнего магнитного поля,
- эти свойства наблюдаются при температурах ниже *точки Кюри*. При более высоких температурах ферромагнетик превращается в парамагнетик.



Петля гистерезиса - это зависимость B от H. При исчезновении внешнего поля H ферромагнетик остается намагниченным, что характеризуется *остаточной индукцией* $B_{ост}$. Чтобы его полностью размагнитить, нужно приложить поле противоположного знака. Величина этого поля носит название *коэрцитивной силы* H_c. Она характеризует "*жесткость*" ферромагнетика.

При температурах ниже точки Кюри ферромагнетик состоит из маленьких участков спонтанного намагничивания - *доменов* (10^{-5}-10^{-4} м). В них вещество намагничено до насыщения. Во внешнем поле происходит ориентация магнитных моментов доменов. Детально спонтанное образование доменов объясняет современная квантово-механическая теория.

21 УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА В ИНТЕГРАЛЬНОЙ ФОРМЕ.

Теория электромагнитного поля, начала которой заложил Фарадей, математически была завершена Максвеллом. При этом одной из важнейших идей, выдвинутых Максвеллом, была мысль о симметрии во взаимозависимости электрического и магнитного полей. А именно, поскольку изменяющееся во времени магнитное поле ($\partial\mathbf{B}/\partial t$) создает электрическое поле, следует ожидать, что изменяющееся во времени электрическое поле ($\partial\mathbf{E}/\partial t$) создает магнитное поле.

Уравнения Максвелла в сжатой форме выражают всю совокупность наших сведений об электромагнитном поле. Эти уравнения - по сути постулаты электродинамики, полученные путем обобщения опытных фактов, они играют такую же роль, как законы Ньютона в классической механике или начала термодинамики.

Первое уравнение Максвелла

- *Поток вектора электрического смещения **D** сквозь любую замкнутую поверхность равен алгебраической сумме сторонних зарядов, охватываемых этой поверхностью.*

$$\oint_S \mathbf{D}\cdot d\mathbf{S} = \int_V \rho dV\ . \qquad (21.1)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0\varepsilon\cdot\mathbf{E}. \qquad (21.2)$$

Физический смысл этого закона: *источниками электрического поля служат электрические заряды* (все линии напряженности поля, создаваемого находящимися внутри замкнутой поверхности зарядами, должны пересечь эту поверхность нечетное число раз).

Максвелл обобщил теорему Гаусса на случай *переменных* электрических полей.

Второе уравнение Максвелла

- *Поток вектора магнитной индукции сквозь произвольную замкнутую поверхность всегда равен нулю.*

$$\oint_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S} = 0, \quad (21.3)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0\mu\mathbf{H}. \quad (21.4)$$

Физический смысл этого закона: *в природе не существует магнитных зарядов, которые были бы источниками магнитного поля* (силовые линии магнитного поля замкнуты, каждая из них четное число раз пересекает замкнутую поверхность, в результате чего суммарный поток через поверхность равен нулю). Магнитное поле - это *вихревое* поле.

Третье уравнение Максвелла

Уравнение получено на основе закона Фарадея об электромагнитной индукции.

Как известно, переменное магнитное поле возбуждает в проводнике Э.Д.С. индукции, которая равна скорости изменения потока вектора индукции, взятой с обратным знаком:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Согласно Максвеллу, суть электромагнитной индукции заключается не в появлении тока в проводнике, а в *возбуждении электрического поля*, которое происходит в том числе и при отсутствии проводника.

Учитывая, что Э.Д.С. источника тока равна циркуляции вектора напряженности электрического поля вдоль замкнутого контура

$$\varepsilon = \oint_L \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l},$$

а магнитный поток

$$\Phi_B = \int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S},$$

получаем

$$\oint_L \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = -\int_S \frac{d}{dt}\mathbf{B}\cdot d\mathbf{S} \quad (21.5)$$

- *Циркуляция вектора напряженности электрического поля по любому замкнутому контуру равна взятой со знаком минус производной по времени от магнитного потока через любую поверхность, ограниченную данным контуром.*

При этом под **E** понимается не только *вихревое электрическое поле*, но и электростатическое (циркуляция последнего по замкнутому контуру, как известно, равна нулю).

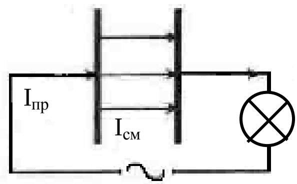
Полученное уравнение Максвелла выражает взаимосвязь электрического и магнитного полей, именно, что *переменное магнитное поле порождает переменное электрическое поле*.

Четвертое уравнение Максвелла. Ток смещения

Согласно Максвеллу, если переменное магнитное поле возбуждает вихревое электрическое поле, то должно существовать и обратное явление: всякое изменение электрического поля должно вызывать магнитное поле.

Для количественного описания этого процесса Максвелл ввел новое понятие - *ток смещения.*

Подключенная к источнику переменного тока схема, включающая конденсатор, будет "работать" независимо от наличия в ней "разрыва". Максвелл предположил, что между пластинами конденсатора течет "ток смещения", тогда как в остальной части цепи - ток проводимости.



По теореме Гаусса поток вектора электрического смещения $\mathbf{D} = \varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}$ через замкнутую поверхность, охватывающую одну из пластин конденсатора, равен

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = q \,,$$

откуда после дифференцирования по времени получаем

$$\oint_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\partial q}{\partial t} \,.$$

Это уравнение аналогично уравнению непрерывности для тока проводимости

$$\oint_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\partial q}{\partial t} \,,$$

где $\mathbf{j}$ -плотность тока проводимости, q - заряд на пластинах конденсатора.

Аналогично можно считать, что *плотность тока смещения* равна

$$\mathbf{j}_{см} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \,. \qquad (21.5)$$

Сумму тока проводимости и тока смещения называют *полным током*. Его плотность

$$\mathbf{j}_{полн} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \,. \qquad (21.6)$$

♦ *Ток смещения эквивалентен току проводимости только в отношении способности создавать магнитное поле*.

Ток смещения существует лишь там, где меняется со временем электрическое поле. Даже в вакууме всякое изменение во времени электрического поля возбуждает в окружающем пространстве магнитное поле. Открытие этого явления – наиболее существенный и решающий шаг, сделанный Максвеллом при построении теории электромагнитного поля.

Рассмотрим теперь, какие изменения нужно внести в *закон полного тока* в связи с открытием тока смещения. Как известно, закон полного тока определяет циркуляцию вектора магнитной индукции по замкнутому контуру. Учитывая, что полный ток состоит из тока проводимости и тока смещения:

$$\oint \mathbf{B}\; d\mathbf{l} = \mu_0 (I_{пр} + I_{см}) \;,$$

получим

$$\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int_S \mathbf{j}_{пр} \cdot d\mathbf{S} + \mu_0 \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \qquad (21.7)$$

♦ *Циркуляция вектора магнитной индукции по любому замкнутому контуру равна умноженному на* μ_0 *полному току (току проводимости и току смещения) через произвольную поверхность, ограниченную данным контуром.*

Это уравнение Максвелла отображает связь изменяющегося электрического поля и магнитного, именно: *магнитное поле порождается как электрическими токами проводимости, так и переменным электрическим полем*.

Уравнения Максвелла выполняются во всех инерциальных системах отсчета. Из системы этих уравнений следует вывод о возможности существования электромагнитных волн.