

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«НАЦІОНАЛЬНИЙ ГІРНИЧИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

ФІЗИКА.
ДОСЛІДЖЕННЯ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАНЬ ПРУЖИННОГО
МАЯТНИКА. ВИЗНАЧЕННЯ ЖОРСТКОСТІ ПРУЖИН ПРИ ЇХ ПОСЛІДОВНОМУ
ТА ПАРАЛЕЛЬНОМУ З'ЄДНАННІ

для студентів галузей знань:

- 10 Природничі науки
- 12 Інформаційні технології
- 13 Механічна інженерія
- 14 Електрична інженерія
- 15 Автоматизація та приладобудування
- 17 Електроніка та телекомунікації
- 18 Виробництво та технології
- 19 Архітектура та будівництво
- 27 Транспорт

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«НАЦІОНАЛЬНИЙ ГІРНИЧИЙ УНІВЕРСИТЕТ»



ФАКУЛЬТЕТ БУДІВНИЦТВА
Кафедра фізики

Л.І. Барташевська, А.С. Зайцев

ФІЗИКА.
ДОСЛІДЖЕННЯ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАНЬ ПРУЖИННОГО
МАЯТНИКА. ВИЗНАЧЕННЯ ЖОРСТКОСТІ ПРУЖИН ПРИ ЇХ ПОСЛІДОВНОМУ
ТА ПАРАЛЕЛЬНОМУ З'ЄДНАННІ

для студентів галузей знань:

- 10 Природничі науки
- 12 Інформаційні технології
- 13 Механічна інженерія
- 14 Електрична інженерія
- 15 Автоматизація та приладобудування
- 17 Електроніка та телекомунікації
- 18 Виробництво та технології
- 19 Архітектура та будівництво
- 27 Транспорт

Дніпро
НГУ
2017

Фізика. Дослідження гармонічних коливань пружинного маятника. Визначення жорсткості пружин при їх послідовному та паралельному з'єднанні Методичні вказівки для студентів усіх спеціальностей./ Л.І.Барташевська, А.С. Зайцев. – Д.: Державний ВНЗ «Національний гірничий університет», 2017. – 8 с.

Автори:

Л.І.Барташевська, А.С. Зайцев., кандидати фіз.-мат. наук.

Затверджено до видання редакційною радою Державного ВНЗ «НГУ» протокол № 2 від 2.02.2017 р. за поданням методичної комісії за напрямком 184 Гірництво (протокол №1 від 6.01.2017 р.).

Методичні матеріали призначені для самостійної підготовки студентів усіх інженерних спеціальностей до лабораторної роботи та контролю лабораторних занять з нормативної дисципліни «Фізика».

Розглянуто теоретичні відомості, прилад і установка, що використовуються в лабораторній роботі.

Рекомендації орієнтовано на активацію навчальної діяльності студентів.

Відповідальний за випуск завідувач кафедри фізики канд. фіз.-мат. наук, проф. І.П. Гаркуша.

Лабораторна робота

ДОСЛІДЖЕННЯ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАНЬ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА. ВИЗНАЧЕННЯ ЖОРСТКОСТІ ПРУЖИН ПРИ ЇХ ПОСЛІДОВНОМУ ТА ПАРАЛЕЛЬНОМУ З'ЄДНАННІ

Прилади та обладнання: макет установки; набір пружин та тягарців.

Мета роботи: дослідження гармонічних коливань пружинного маятника та визначення жорсткості пружин при їх послідовному та паралельному з'єднанні.

Теоретичні відомості

Гармонічні коливання – коливання, при яких значення фізичної величини змінюється з часом за законом синуса або косинуса.

Для механічних гармонічних коливань це періодичне зміщення тіла, що коливається, відносно положення рівноваги.

Нехай тіло здійснює прямолінійні гармонічні коливання вздовж осі координат ОХ біля положення рівноваги. Залежність координати X (зміщення) від часу t має вигляд

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \alpha) \quad (1)$$

де x – зміщення коливного тіла відносно положення рівноваги; A – амплітуда (максимальне зміщення тіла $A = x_{max}$) коливань; ω_0 – циклічна частота; $(\omega_0 t + \alpha)$ – фаза коливань в момент часу t ; α – початкова фаза (фаза в момент часу $t=0$).

Величинами, які змінюються при коливаннях є швидкість тіла $v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha)$ і прискорення тіла $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \alpha)$.

Згідно з основним законом динаміки:

$$F = ma \quad (2)$$

Якщо підставити у закон (2) вираз для прискорення при гармонічних коливаннях, отримаємо

$$F = -mA \cdot \omega_0^2 \cdot \cos(\omega_0 t + \alpha), \text{ а враховуючи (1)}$$

$$F = -m\omega_0^2 x \quad (3)$$

Отже із співвідношення (3) випливає, що сила пропорційна зміщенню x , має протилежний до зміщення напрямок і завжди на правлена до положення рівноваги.

Прикладом сил, які відповідають співвідношенню (3) є пружні сили

$$F_{пруж} = -kx \quad (4)$$

Другий закон Ньютона отримує конкретний зміст тільки після того, як визначено, як змінюється сила.

Враховуючи (4), основний закон динаміки, що описує гармонічні коливання, збуджені силами пружності має вигляд

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx \quad (5)$$

Якщо поділити ліву та праву частини рівняння на масу m і позначити $\frac{k}{m} = \omega_0^2$, то одержимо рівняння

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (6)$$

Частковим розв'язанням цього диференціального рівняння є функція (1) або $x(t) = A \sin(\omega_0 t + \alpha)$, обидві функції рівноправні.

Розглянемо систему, яка складається з вертикально закріпленої пружини довжини l (у недеформованому стані) і тіла маси m , підвішеного до неї. Масою пружини можна нехтувати у порівнянні з m . Така система має назву пружинний маятник. У положенні рівноваги (рис. 1а)

$$mg = k\Delta l \quad (7)$$

де Δl - видовження статично деформованої пружини.

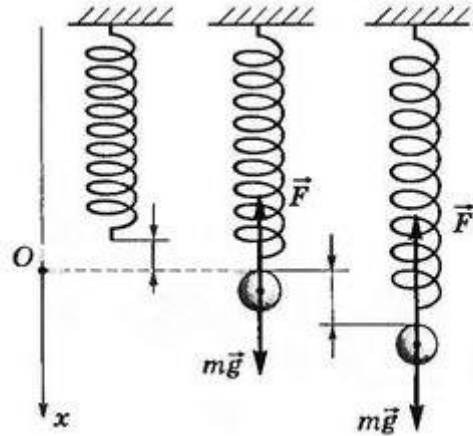


Рис. 1

Якщо вивести тіло з положення рівноваги (штовхнути його вгору або униз), воно буде рухатись під дією двох сил – сили тяжіння та сили пружності.

$$F = mg - k(x + \Delta l) \quad (8)$$

Вираз сили тяжіння із (7) підставимо в (8) та отримаємо

$$F = k\Delta l - kx - k\Delta l = -kx \quad (9)$$

Коливання пружинного маятника збуджено результируючою силою, яка по своїй фізичній природі не є пружною, а за характером дії схожа на неї. Такі сили називаються квазіпружними.

Отже гармонічні коливання збуджуються пружними або квазіпружними силами.

Пружинний маятник здійснює гармонічні коливання під дією квазіпружної сили (9), де k - коефіцієнт пружності, який у випадку пружини називається жорсткістю, x – зміщення тіла з положення рівноваги, яке під дією сили тяжіння теж змінюється.

Диференціальне рівняння (6), це рівняння гармонічних коливань, збуджених пружними або квазіпружними силами.

Пружинний маятник здійснює гармонічні коливання за законом

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

з циклічною частотою $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ і періодом $T = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}}$ (10)

Період T коливань маятника залежить тільки від власних параметрів коливальної системи: маси m коливного тіла та жорсткості k пружини.

Період T власних коливань не залежить від амплітуди A . Ця властивість називається ізохронністю коливань і зберігається тільки для малих амплітуд коливань.

Жорсткість пружини можна визначити за допомогою непрямих вимірювань за формулою

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}, \quad (11)$$

обчисливши період T

$$T = \frac{\tau}{N}, \text{ де } \tau - \text{ час, за який відбувається } N \text{ повних коливань тіла. Маса тіла повинна}$$

бути відома.

Коефіцієнт жорсткості можна змінювати, з'єднуючи пружини паралельно або послідовно.

Якщо пружини з'єднати паралельно (рис. 2), то жорсткість системи можна визначити так: з рис. 2 видно, що $F = F_1 + F_2$

$$F_1 = k_1 x; \quad F_2 = k_2 x$$

$$F = kx; \quad kx = (k_1 + k_2)x$$

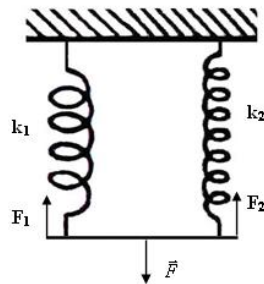


Рис.2

При послідовному з'єднанні (рис. 3) маємо

$$F = F_1 = F_2$$

$$F = kx; \quad F_1 = k_1 x; \quad F_2 = k_2 x$$

$$x = x_1 + x_2; \quad x_1 = \frac{F_1}{k_1} = \frac{F}{k_1}$$

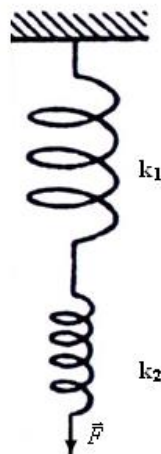


Рис. 3

$$x_2 = \frac{F}{k_2}; \quad F = k \left(\frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} \right)$$

$$k = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2} \quad (13)$$

Порядок виконання роботи

1. Підвісити до однієї з пружин тіло масою m . Вивести тіло з положення рівноваги та зафіксувати час τ десяти повних коливань. Визначити період коливань. За формулою (11) розрахувати жорсткість k пружини.

2. Повторити дії п. 1 з двома іншими тілами.
3. Результати занести в таблицю 1.
4. Замінити пружину та повторити експеримент. Результати занести в табл. 1.2.
5. З'єднати пружини паралельно, а потім послідовно та повторити дії п. 1 і 2.
6. Результати занести в табл. 2.
7. Порівняти теорію з експериментом.
- 8.

Таблиця 1.1

1а пружина	№ п/п	τ	T	k	$\langle k_1 \rangle$
	1				
	2				
	3				

Таблиця 1.2

2а пружина	№ п/п	τ	T	k	$\langle k_2 \rangle$
	1				
	2				
	3				

Таблиця 2

Послідовне з'єднання	№ п/п	τ	T	k	$\langle k_{\text{посл}} \rangle$
	1				
	2				
	3				

Паралельне з'єднання	№ п/п	τ	T	k	$\langle k_{\text{парал}} \rangle$
	1				
	2				
	3				

Контрольні запитання

1. Як зміниться частота коливань пружинного маятника якщо: 1) збільшити жорсткість пружини у два рази; 2) збільшити масу тіла у два рази; 3) перенести маятник з Землі на Місяць?
2. Чи буде коливатись пружинний маятник всередині супутника Землі? А за бортом?
3. Чи можна обчислити масу тіла, якщо скористатися пружинним маятником?
4. Тіло закріпили за нижній кінець вертикальної пружини та почали помалу спускати униз, доки воно не зупинилось. Видовження пружини при цьому стало Δx . Визначити частоту, з якою буде коливатись це тіло, якщо його штовхнути униз?

5. Сила тяжіння впливає на частоту коливань тіла на пружині? Яка роль сили тяжіння?

Література

1. І.Р. Гачек, І.М. Кравчук, Б.М. Романішин, В.М. Габа, Ф.М. Гончар. Курс фізики. Львів. «Бескид Біт», 2002, - 376 с.
2. Кучерук І.М., Горбачук І.П., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т. 1. Механіка: К., Техніка, 1999, - 536 с.

Навчальне видання

Барташевська Людмила Іванівна
Зайцев Анатолій Семенович

ФІЗИКА.
ДОСЛІДЖЕННЯ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАНЬ ПРУЖИННОГО
МАЯТНИКА. ВИЗНАЧЕННЯ ЖОРСТКОСТІ ПРУЖИН ПРИ ЇХ ПОСЛІДОВНОМУ
ТА ПАРАЛЕЛЬНОМУ З'ЄДНАННІ

Навчальний посібник

Редактор О.Н. Ільченко

Підписано до видання 4.03.2017.
Електронний ресурс Авт. арк. 0,8

Видано
у Державному вищому навчальному закладі
«Національний гірничий університет».
49005, м. Дніпро, просп. К.Маркса, 19.