

И.П.Гаркуша, В.П.Куриной

Физика

Ч. 4. Электромагнетизм

Учебное пособие

Рекомендовано редакційною радою Державного ВНЗ «НГУ» як навчальний посібник для бакалаврів галузі знань 0503 Розробка корисних копалин (протокол № 12 від 29. 12 2014)

Гаркуша И.П., Куриной В.П.

Г 45 Физика. Ч. 4. Электромагнетизм. [Текст]: Учебное пособие: – Д. Национальный горный университет, 2014. – 93 с. – (Библиотека иностранного студента).

Пособие составлено в соответствии с программой нормативной дисциплины «Физика» и является четвертой из шести частей курса лекций тех же авторов, предназначенных для бакалавров отрасли знаний 0503 «Разработка полезных ископаемых». Изложение сопровождается примерами решения задач, облегчающих понимание теоретического материала. Пособие может быть полезным студентам дневных и заочных отделений других технических направлений подготовки, а также преподавателям высших технических учебных заведений.

Оглавление

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

ГЛАВА 6. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ.....4

§ 61. Магнитное поле. Вектор магнитной индукции.....4	4
§ 62. Закон Био-Савара-Лапласа и его применение к расчету полей прямого и кругового токов.....8	8
§ 63. Магнитное поле движущегося заряда.....14	14
§ 64. Действие магнитного поля на проводник с током. Закон Ампера.....15	15
§ 65. Взаимодействие двух параллельных токов. Определение единицы силы тока – ампера16	16
§ 66. Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца.....18	18
§ 67. Движение заряженных частиц в однородном магнитном поле.....20	20
§ 68. Эффект Холла.....25	25
§ 69. Циркуляция вектора магнитной индукции в вакууме.....27	27
§ 70. Магнитное поле соленоида и тороида.....31	31
§ 71. Поток вектора магнитной индукции.....32	32
§ 72. Работа, совершаемая при перемещении проводника с током в магнитном поле.....34	34
§ 73. Момент сил, действующих на контур с током в однородном магнитном поле.....36	36

ГЛАВА 7. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ.....39

§ 74. Намагничивание вещества.....39	39
§ 75. Описание магнитного поля в веществе Циркуляция вектора магнитной индукции в веществе. Напряженность магнитного поля. Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость.....40	40
§ 75, а. Граничные условия на границе раздела двух магнетиков.....44	44
§ 76. Природа молекулярных токов. Магнитные свойства атомов.....47	47
§ 77. Диа- и парамагнетизм.....49	49
§ 78. Магнитоупорядоченные вещества (ферро -, антиферро-, ферримагнетики).....52	52

ГЛАВА 8. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ.....58

§ 79. Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея. Вывод закона электромагнитной индукции из закона сохранения энергии. Правило Ленца.....58	58
§ 80. Природа ЭДС индукции. Вывод закона электромагнитной индукции на основе электронной теории.....63	63
§ 81. Явление самоиндукции. Индуктивность. Явление взаимной индукции.....67	67
§ 82. Ток при замыкании и размыкании цепи.....70	70
§ 83. Энергия магнитного поля.....73	73
§ 84. Релятивистское истолкование магнитного взаимодействия движущегося заряда и прямолинейного проводника с током. Относительный характер электрического и магнитного полей.....74	74
§ 85. Преобразования Лоренца для электромагнитного поля.....78	78

ГЛАВА 9. УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА.....82

§ 86. Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла.....82	82
§ 87. Ток смещения. Второе уравнение Максвелла.....84	84
§ 88. Третье и четвертое уравнения Максвелла.....88	88
§ 89. Полная система уравнений Максвелла для электромагнитного поля.....89	89

Глава 6. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

§ 61. Магнитное поле. Вектор магнитной индукции.

Более двух тысяч лет назад в Китае уже использовалось свойство магнитных стрелок устанавливаться в направлении прямой, проходящей с севера на юг.

Конец магнитной стрелки, который указывает на север, условно назвали северным (N), а противоположный – южным (S) (рис. 61.1).

Если в некоторой области пространства на магнитную стрелку действуют силы, стремящиеся установить ее в определенном направлении, то говорят, что там имеется **магнитное поле**.

Подобно тому, как электрическое поле характеризуется векторной величиной E , которая называется *напряженностью* поля, для характеристики магнитного поля вводят векторную величину B , которую следовало бы тоже назвать напряженностью, но по историческим причинам ее назвали *магнитной индукцией* поля.

Поведение стрелки компаса в магнитном поле позволяет ввести *линии магнитной индукции* по аналогии с силовыми линиями электрического поля.

Вектор магнитной индукции B касателен к силовой линии, проходящей через данную точку. Величина вектора B пропорциональна силе, которая действует на северный конец бесконечно малой магнитной стрелки, помещенной в данную точку магнитного поля.

Более удобным, чем магнитная стрелка, для количественного исследования магнитного поля является замкнутый плоский контур с током (рамка с током) очень малых размеров (рис. 61.2).

Опыты показывают, что магнитное поле поворачивает рамку с током и ориентирует ее в определенном направлении.

Ориентацию рамки в пространстве характеризуют направлением нормали n к плоскости рамки, связанной с направлением тока I **правилом правого винта**: за направление нормали n принимают то направление, в котором будет перемещаться винт с правой нарезкой, если вращать его по направлению тока в рамке (рис. 3). Такую нормаль называют *положительной*.

Если поместить такой контур в магнитное поле, то на него будет действовать пара сил и поле установит контур положительной нормалью в определен-



Рис. 61.1.

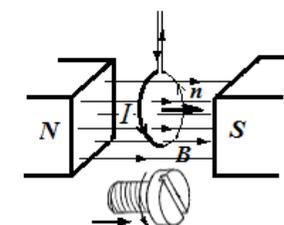


Рис. 61.2.



Рис. 61.3.

ном направлении. Это направление и принимают за направление магнитного поля в данной точке (рис. 61.4).

Действие магнитного поля на плоский контур с током определяется величиной

$$p_m = iS,$$

которую называют *магнитным моментом* контура с током. Магнитный момент следует рассматривать как вектор, направление которого совпадает с направлением положительной нормали, т.е.

$$p_m = iSn. \quad (61.1)$$

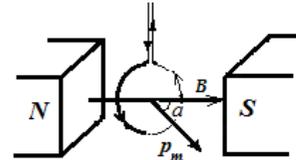


Рис. 61.4

Если повернуть контур на некоторый угол α относительно его установившегося положения, то возникает вращающий момент, стремящийся вернуть контур в равновесное положение. Как показывает опыт, на контур будет действовать момент сил, пропорциональный силе тока I в контуре, его площади S и синусу угла поворота:

$$M \sim IS \sin \alpha.$$

Этот вращающий момент максимален, когда контур ориентирован перпендикулярно магнитным линиям, т.е. когда $\sin \alpha = 1$; $M_{max} \sim IS$. Отношение максимального вращающего момента к произведению силы тока I на площадь поперечного сечения контура S характеризует магнитное поле в том месте, где расположен контур. Это отношение и принимают по определению за модуль B вектора магнитной индукции:

$$B = \frac{M_{max}}{IS} = \frac{M_{max}}{p_m}. \quad (61.2)$$

Магнитная индукция B – вектор, модуль которого равен максимальному вращающему моменту, действующему на пробный контур с магнитным моментом, равным единице, а направление определяется равновесным направлением положительной нормали к пробному контуру.

Из сказанного вытекает, что магнитная индукция B характеризует *силовое действие* магнитного поля на ток и, следовательно, является аналогом напряженности электрического поля E , которая характеризует силовое действие электрического поля на заряд.

Направление магнитного поля B можно также определить с помощью магнитной стрелки. В этом случае ось стрелки (от южного полюса к северному) совпадает с направлением магнитного поля (рис. 61.5).

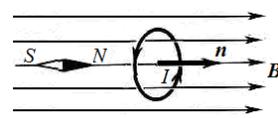


Рис. 61.5.

С помощью железных опилок, которые намагничиваются в исследуемом поле и подобно маленьким магнитным стрелкам ориентируются вдоль линий магнитной индукции, картину магнитных силовых линий можно сделать «видимой».

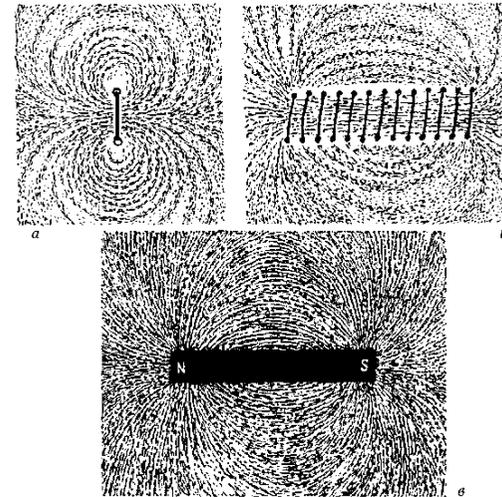


Рис. 61.6.

ки-соленоида (б), прямого постоянного магнита (в).

Если говорить о магнитном поле постоянного магнита, то принято считать, что линии выходят из северного полюса, входят в южный и замыкаются внутри магнита (рис. 61.7).

За единицу магнитной индукции принята индукция такого поля, в котором на контур площадью 1 м^2 при силе тока 1 А действует максимальный вращающий момент $1 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Такая единица называется тесла (Тл):

$$1 \text{ Тл} = \frac{1 \text{ Н} \cdot \text{м}}{1 \text{ А} \cdot 1 \text{ м}^2} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = 1 \frac{\text{кг}}{\text{А} \cdot \text{с}^2}.$$

На основании опыта установлено, что разноименные магнитные полюса притягиваются (как и электрические заряды), одноименные отталкиваются. По-

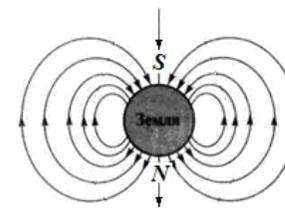


Рис. 61.8.

скольку обращенный к северу конец стрелки назвали северным полюсом, а притягиваются разноименные полюса, то вблизи северного географического полюса Земли находится *южный магнитный*. Иными словами, магнитное поле Земли направлено с географического юга на север (рис. 61.8).

Благодаря магнитному полю Земли задерживаются заряженные частицы космических лучей. Это делает возможным жизнь на Земле.

В отличие от потенциального электростатического поля, где силовые линии начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных или на бесконечности, магнитное поле является *вихревым*: его силовые линии всегда замкнуты. Другими словами, магнитное поле не имеет источников – магнитных зарядов в природе нет.

На рис. 61.6 приведены полученные таким способом картины магнитных полей кругового тока (а), длинной катуш-

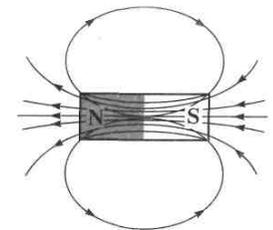


Рис. 61.7.

Поскольку существуют элементарные заряженные частицы – носители электрических зарядов двух разных видов, то отдельные тела можно зарядить либо только положительно, либо только отрицательно.

Однако отделить один из магнитных полюсов от противоположного невозможно. Казалось бы, мы можем разделить или изолировать друг от друга северный и южный полюсы, разрезав магнит пополам (рис. 61.9).

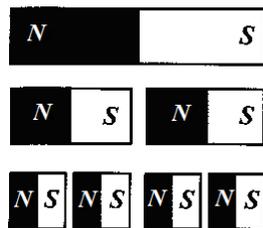


Рис. 61.9.

Разрезав магнит пополам, мы получим два магнита, причем каждый с двумя полюсами. Если мы продолжали бы этот процесс и дальше, то, как показывает опыт, нам никогда не удастся получить магнит с одним полюсом. Полюсы магнита не существуют раздельно.

Следовательно, и элементарные носители магнетизма, или, как их называют, элементарные магнитики, также должны обладать двумя полюсами. Дойдя в нашем воображаемом делении до отдельных атомов, мы получим микроскопические магниты с северным и южным полюсами. Микромагнитами являются и отдельные электроны.

В 1820 г датским физиком Г. Х. Эрстедом было экспериментально установлено, что проводники, по которым текут токи, способны действовать на магнитную стрелку, т.е. создавать магнитное поле.



Рис. 61.10.

В опыте Эрстеда (рис. 61.10) магнитная стрелка, которая могла свободно вращаться вокруг вертикальной оси, помещалась под прямолинейным проводником с постоянным током. При включении тока стрелка устанавливалась перпендикулярно к проводнику. Изменение направления тока вызывало поворот стрелки в противоположную сторону.

Из опыта Эрстеда следует, что движущиеся заряды (токи) изменяют свойства окружающего их пространства, создают особое пространство, в котором проявляется действие магнитных сил. Магнитные силы действуют, в отличие от электростатических, только на движущиеся заряды или токи.

Т.о. способностью создавать магнитное поле обладают лишь движущиеся электрические заряды (электрический ток), а вокруг неподвижных зарядов существует только электростатическое поле.

Магнитное поле, в отличие от электрического, не оказывает действия на покоящийся заряд. Сила возникает лишь тогда, когда заряд движется.

Следовательно, магнитное поле порождается движущимися электрическими зарядами и, в свою очередь, действует только на движущиеся заряды.

Магнитное поле, возникающее в пространстве вокруг проводников с током, как и электрическое поле, обусловленное неподвижными зарядами, является одним из видов материи. Оно обладает определенными физическими свойствами и характеризуется энергией.

Подытоживая сказанное, сформулируем современную **концепцию магнитного поля**.

Источниками магнитного поля являются движущиеся электрические заряды, т.е. электрические токи, а также намагниченные тела (постоянные магниты), в которых магнитное поле создается магнитными моментами электронов в атомах. Кроме того, магнитное поле возникает вокруг изменяющегося во времени электрического поля.

Отличительная особенность магнитного поля состоит в том, что оно действует только на движущиеся заряды (токи).

Магнитным полем является одна из частей *электромагнитного поля*. Как увидим дальше, разделение единого электромагнитного поля на электрическую и магнитную части относительно и зависит от выбора системы отсчета.

§ 62. Закон Био-Савара-Лапласа и его применение к расчету полей прямого и кругового токов

Электрический ток, проходя по проводнику, создает вокруг проводника магнитное поле. Для расчета магнитных полей, создаваемых проводниками различной конфигурации, нужно учесть, что индукция магнитного поля определяется совместным действием всех отдельных участков проводника.

Опыты, проведенные французскими физиками Ж. Био и Ф. Саваром и обработанные математически П. Лапласом, привели к выводу о том, что магнитная индукция $d\mathbf{B}$ поля, создаваемого в данной точке пространства элементом тока $I d\mathbf{l}$, обратно пропорциональна квадрату расстояния r от элемента тока до точки наблюдения. *Элементом тока $I d\mathbf{l}$* называют вектор, модуль которого равен произведению силы тока вдоль проводника и бесконечно малого отрезка этого проводника, а направление совпадает с направлением вектора плотности тока на этом участке проводника. Если обозначить через r радиус-вектор, проведенный от элемента тока в рассматриваемую точку поля, то закон Био-Савара-Лапласа имеет вид:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} [d\mathbf{l}, \mathbf{r}] \quad (62.1)$$

где μ_0 – так называемая *магнитная постоянная*, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Вектор $d\mathbf{B}$ перпендикулярен плоскости, содержащей элемент тока $I d\mathbf{l}$ и радиус-вектор r (рис. 62.1). Направление $d\mathbf{B}$ определяется **правилом правого винта**: оно совпадает с направлением вращения головки винта при его поступательном перемещении вдоль тока. Из закона Био-Савара-Лапласа следует, что модуль вектора магнитной индукции $d\mathbf{B}$

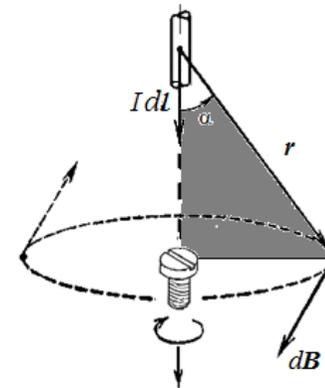


Рис. 62.1.

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \cdot \sin \alpha}{4\pi r^2}, \quad (62.2)$$

где α – угол между направлением на точку наблюдения и направлением элемента тока.

Для магнитного поля, так же, как и для электрического, справедлив **принцип суперпозиции** полей: вектор магнитной индукции \mathbf{B} поля, созданного системой проводников с токами, равен сумме векторов магнитной индукции полей, созданных каждым из проводников в отсутствие остальных.

$$\mathbf{B} = \int d\mathbf{B}.$$

Если магнитное поле создается проводящим контуром L с током I , то

$$\mathbf{B} = \int_L d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{d\mathbf{l}, \mathbf{r}}{r^3}, \quad (62.3)$$

где $d\mathbf{B}$ – вклад элемента тока $I d\mathbf{l}$ в результирующее магнитное поле, \mathbf{r} – вектор, проведенный из элемента тока в данную точку.

С помощью закона Био-Савара-Лапласа, применяя принцип суперпозиции, по вкладу каждого элемента тока можно найти полное магнитное поле.

В качестве примера вычислим индукцию магнитного поля, создаваемого током I , текущим по **прямому проводу**, в точке, удаленной на расстояние r_0 от провода (рис. 62.2).

Векторы полей $d\mathbf{B}$ всех малых элементов тока в этой точке имеют одинаковое направление (перпендикулярно плоскости чертежа) и поэтому можно складывать абсолютные значения магнитных индукций, т.е.

$$B = \int dB. \quad (62.4)$$

Из рис. 62.2 видно, что

$$r = \frac{r_0}{\sin \alpha}, \quad dl = \frac{rd\alpha}{\sin \alpha} = \frac{r_0 d\alpha}{\sin^2 \alpha}. \quad (62.4)$$

Подставляя эти выражения в формулу (62.2), находим, что магнитная индукция, создаваемая одним элементом тока, равна по модулю

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{r_0 d\alpha}{\sin^2 \alpha} \frac{\sin^2 \alpha}{r_0^2} \sin \alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \sin \alpha d\alpha \quad (62.5)$$

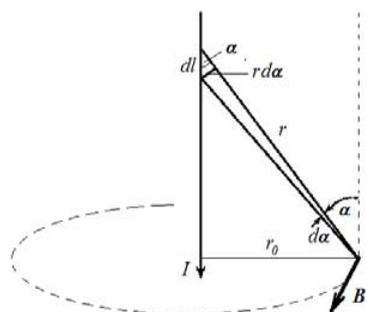


Рис. 62.2.

Для **проводника конечной длины**

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \quad (62.6)$$

Здесь α_1 и α_2 – углы между направлением тока и направлением к той точке, где определяется магнитное поле (рис. 62.3).

Если точка, в которой определяется магнитное поле,

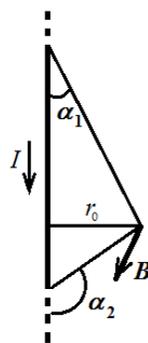


Рис. 62.3.

расположена на одинаковом расстоянии от концов проводника, то $\cos \alpha_2 = -\cos \alpha_1$.

Тогда формула (62.6) приобретает вид

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \cos \alpha_1. \quad (62.7)$$

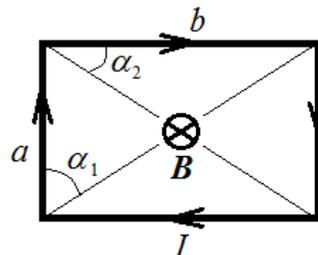


Рис. П.62.1.

Пример 1. Ток силой $I = 5$ А течет по прямоугольной рамке со сторонами $a = 10$ см и $b = 15$ см. Определить магнитную индукцию в центре рамки.

Пользуясь правилом винта, определим, что магнитное поле в центре рамки, созданное каждой из сторон, направлено перпендикулярно плоскости рамки за чертеж. Поэтому модуль вектора магнитной индукции результирующего магнитного поля в центре рамки

$$B = B_1 + B_2 + B_3 + B_4.$$

Вспользуемся формулой (62.7) для магнитного поля, создаваемого отрезком прямого проводника с током в точке, лежащей против середины отрезка. Тогда

$$B_1 = B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(b/2)} \cos \alpha_1, \quad \text{и} \quad B_2 = B_4 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(a/2)} \cos \alpha_2.$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{(\pi/2)} \left(\frac{\cos \alpha_1}{b} + \frac{\cos \alpha_2}{a} \right).$$

Из рис. П.62.1. видно, что

$$\cos \alpha_1 = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \cos \alpha_2 = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Подставляя эти значения и производя преобразования, получим

$$B = \frac{2\mu_0 I \sqrt{a^2 + b^2}}{\pi ab} \approx 48 \text{ мкТл}.$$

Для случая **бесконечно длинного** прямолинейного проводника углы $\alpha_1 = 0$ и $\alpha_2 = \pi$, так что по формуле (62.6) магнитное поле на расстоянии r_0 от бесконечного прямолинейного проводника с током будет равно

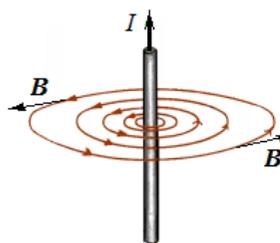


Рис. 62.4.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}. \quad (62.8)$$

Как следует из формулы (62.8) магнитная индукция бесконечного прямолинейного проводника с током убывает обратно пропорционально расстоянию r_0 от провода. Линии магнитной индукции представляют собой концентрические окружности, плоскости которых перпендикулярны току, а центры расположены на оси тока (рис. 62.4). Их направление определяют по универсальному для магнетизма **правилу винта** – крутим винт по линиям, получаем направление

тока, крутим по току – получаем направление линий. Расстояние между соседними силовыми линиями возрастает по гиперболическому закону – чем ближе к проводнику, тем больше густота магнитных силовых линий.

Пример 2. Два параллельных бесконечно длинных проводника, по которым текут в одном направлении токи $I_1 = 40$ А и $I_2 = 80$ А, расположены на расстоянии $d = 12$ см друг от друга. Определить магнитную индукцию B в точке, отстоящей от первого проводника на расстоянии $r_1 = 8$ см и от второго на расстоянии $r_2 = 16$ см.

Для нахождения магнитной индукции в указанной точке A (рис. П.62.1) определим направления векторов магнитной индукции B_1 и B_2 полей, создаваемых каждым проводником в отдельности.

Векторы магнитной индукции направлены по касательным к соответствующим линиям магнитной индукции, проходящим через точку A . Эти линии являются окружностями с центрами на оси соответствующих проводников и расположены в плоскости, перпендикулярной к оси проводника. Их направления определяются по правилу винта. На рис. П.62.1 направления токов I_1 и I_2 выбраны «от нас» и обозначены крестиками. Тогда по правилу винта линии магнитной индукции будут направлены по часовой стрелке. Вектор B_1 перпендикулярен к r_1 (касательная перпендикулярна к радиусу окружности) и направлен вправо в точке A . Соответственно, B_2 перпендикулярен к r_2 и тоже направлен вправо.

Согласно *принципу суперпозиции* магнитная индукция в точке A

$$B = B_1 + B_2.$$

Модуль вектора B определим по теореме косинусов:

$$B^2 = B_1^2 + B_2^2 - 2 B_1 B_2 \cos (180^\circ - \alpha) = B_1^2 + B_2^2 + 2 B_1 B_2 \cos \alpha.$$

Отсюда

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2 B_1 B_2 \cos \alpha}. \quad (\text{П.62.1})$$

Модули векторов B_1 и B_2 :

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1}, \quad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2}. \quad (\text{П.62.2})$$

Подставляя эти выражения в формулу (П.62.1), найдем искомое B :

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{I_1}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{I_2}{r_2}\right)^2 + \frac{2 I_1 I_2}{r_1 r_2} \cos \alpha}. \quad (\text{П.62.3})$$

Для нахождения $\cos \alpha$ заметим, что $\alpha = \angle DAC$, как углы со взаимно перпендикулярными сторонами. Поэтому по теореме косинусов запишем $d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2 r_1 r_2 \cos \alpha$. Подставив данные, вычислим значение косинуса: $\cos \alpha = 0,688$. Подставив в формулу (3) значения μ_0 , I , r_1 , r_2 и $\cos \alpha$, найдем $B = 184$ мкТл.

Применим закон Био – Савара - Лапласа к вычислению магнитного поля **в центре кругового витка** радиуса R , по которому течет ток I (рис. 62.5).

В рассматриваемом случае в выражении (62.2) следует положить, как видно из рис. 62.6,

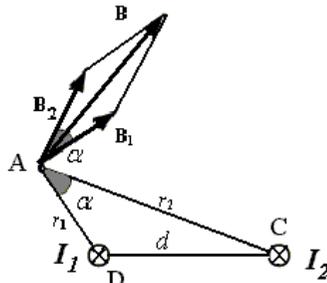


Рис. П.62.1.

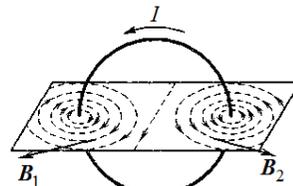


Рис. 62.5.

$r = R$ и $\alpha = \pi/2$, $\sin \alpha = 1$.

Все элементы тока создают магнитные поля одинакового направления, перпендикулярные к плоскости витка и связанные с направлением тока правилом правого винта, т.е. вдоль положительной нормали n к контуру. Поэтому суммарная индукция магнитного поля B от всех элементов кольцевого тока направлена в ту же сторону (рис. 62.7), а ее модуль равен сумме всех dB .

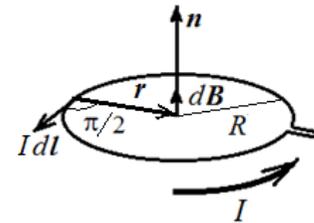


Рис. 62.6.

$$dB = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi R^2}. \quad (\text{62.9})$$

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \oint dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} 2\pi R = \frac{\mu_0 I}{2R}. \quad (\text{62.10})$$

(здесь учтено, что сумма всех элементарных участков dl равна длине окружности $2\pi R$).

Пример 3. Определим магнитную индукцию поля, создаваемого круговым током в точке, лежащей на оси кругового тока на расстоянии h от его центра (рис. П. 62.2).

Как следует из закона Био-Савара-Лапласа (62.1), вектор dB должен быть перпендикулярным к плоскости, проходящей через элемент тока Idl и точку, в которой определяется поле.

Из рис. П. 62.2 следует, что dl перпендикулярно r . Следовательно, в формуле (62.2) $\alpha = 90^\circ$, $\sin \alpha = 1$ и вектор dB по величине равен

$$dB = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi r^2}.$$

Разложим вектор dB на две составляющих: перпендикулярную к оси dB_{\perp} и параллельную оси dB_{\parallel} . Любому элементу dl соответствует диаметрально противоположный элемент dl' , который дает такую же составляющую магнитной индукции вдоль оси, и перпендикулярную к оси составляющую противоположного знака. Следовательно, при сложении всех перпендикулярных составляющих (интегрирование по контуру) они взаимно уничтожатся, а параллельные составляющие будут складываться. Результирующий вектор B будет направлен вдоль оси контура и по модулю равен

$$B = \int dB \sin \beta = \int \frac{\mu_0 I dl R}{4\pi r^2 r} = \frac{\mu_0 I R}{4\pi r^3} \oint dl$$

Заменяя

$$r = \sqrt{R^2 + h^2} \quad \text{и} \quad \oint dl = 2\pi R,$$

получим магнитную индукцию на оси кругового тока

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2(I\pi R^2)}{(R^2 + h^2)^{3/2}} \quad (\text{П. 62.4})$$

Используя выражение (61.1) для магнитного момента, запишем это уравнение в векторном виде

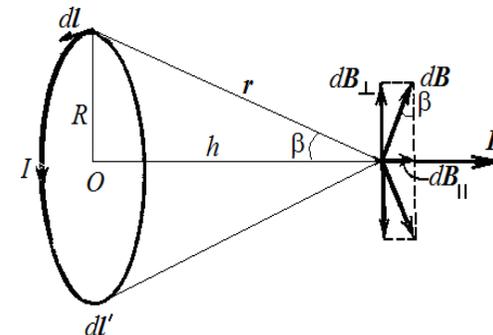


Рис. П.62.2.

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\mathbf{p}_m}{(R^2 + h^2)^{3/2}} \quad (\text{П. 62.5})$$

При $h \gg R$ из формулы (П. 62.5) следует

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\mathbf{p}_m}{h^3}$$

В центре кругового витка ($h = 0$) магнитная индукция, как было получено ранее, равна

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Пример 4.

Согласно теории Н.Бора электрон в атоме водорода движется вокруг ядра по круговой орбите радиуса $r_B = 53$ нм (первый боровский радиус). Определить: 1) индукцию магнитного поля \mathbf{B} , которую создает электрон в центре круговой орбиты; 2) орбитальный магнитный момент \mathbf{p}_m электрона.

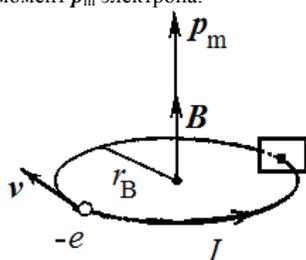


Рис. П. 62.3

Представим себе площадку, пересекающую орбиту электрона и перпендикулярную к орбите (рис.П. 62.3). Сила тока равна заряду, переносимому через эту площадку за 1 с. Если ν – число оборотов электрона в секунду, то с каждым оборотом через выделенную площадку будет перенесен заряд e – заряд электрона, а сила кругового тока будет равна

$$I = e\nu.$$

Чтобы определить частоту ν обращения электрона вокруг ядра, применим второй закон Ньютона. Сила кулоновского притяжения между электроном и ядром (протоном), заряд которого $+e$, сообщает электрону нормальное (центростремительное) ускорение:

$$F_{\text{кул}} = ma_n,$$

или

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_B^2} = m\omega^2 r_B.$$

Откуда находим угловую скорость вращения электрона

$$\omega = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m r_B^3}}, \quad (\text{П.62.6})$$

частоту вращения $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ и силу эквивалентного кругового тока

$$I = e\nu = \frac{e^2}{4\pi r_B \sqrt{\pi\epsilon_0 m r_B}} = \frac{(1,6)^2 \cdot 10^{-38}}{4 \cdot 3,14 \cdot 5,3 \cdot 10^{-11} \sqrt{3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 5,3 \cdot 10^{-11}}} = 1,05 \cdot 10^{-3} \text{ А} = 1,05 \text{ мА}.$$

Магнитная индукция в центре круговой орбиты

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r_B} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 1,05 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 5,3 \cdot 10^{-11}} = 12,44 \text{ Тл}.$$

Для сравнения отметим, что самые сильные магнитные поля, полученные в земных лабораториях, имеют порядок 10 Тл.

Орбитальный магнитный момент электрона

$$p_m = IS = I \cdot \pi r_B^2 = 1,05 \cdot 10^{-3} \cdot 3,14 \cdot 5,3^2 \cdot 10^{-22} = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ (А} \cdot \text{м}^2\text{)}.$$

Эта величина получила название *магнетона Бора*. Она играет роль элементарного магнитного момента – «кванта» магнитного момента электрона.

Пример 5. Бесконечно длинный проводник изогнут так, как показано на рис. П.62.4. По проводнику течет ток $I = 10$ А. Определить магнитную индукцию в центре окружности (радиус окружности $R = 5$ см).

Магнитную индукцию в точке O определим, используя *принцип суперпозиции* магнитных полей, создаваемых двумя прямолинейными проводниками (1 и 3), одним концом уходящими на бесконечность, и дугой окружности (2) радиуса R . Тогда

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 + \mathbf{B}_3.$$

Учитывая, что все векторы $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2$ и \mathbf{B}_3 направлены в соответствии с правилом винта перпендикулярно плоскости чертежа «к нам», векторную сумму можно заменить скалярной

$$B = B_1 + B_2 + B_3.$$

Магнитную индукцию поля B_2 можно найти, используя формулу для магнитной индукции в центре кругового тока $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$. Так как магнитная индукция B_2 создается в точке O четвер-

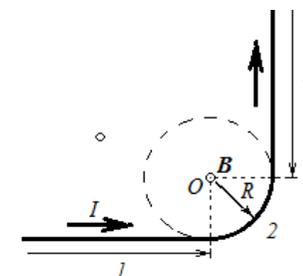


Рис. П. 62.4.

тью такого кругового проводника с током, то $B_2 = \frac{\mu_0 I}{8R}$.

Магнитную индукцию поля B_1 полубесконечного проводника с током найдем, используя формулу для магнитного поля бесконечного проводника с током $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$. Учитывая равный вклад в магнитную индукцию от каждой половины проводника, можно написать

$$B_1 = B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}.$$

В итоге получаем модуль магнитной индукции в точке O :

$$B = \frac{\mu_0 I}{8R} + 2 \frac{\mu_0 I}{4\pi R} = \frac{\mu_0 I}{8\pi R} (\pi + 4). \quad (\text{П.62.7})$$

Подставляя числа, найдем $B = 71,4$ мкТл.

§ 63. Магнитное поле движущегося заряда

Электрический ток в проводнике есть упорядоченное движение заряженных частиц – электронов в металлах, ионов в электролитах и т.д. Каждый проводник с током создает в окружающем пространстве магнитное поле. Тогда можно заключить, что магнитное поле проводника с током образуется при наложении магнитных полей всех движущихся заряженных частиц. Воспользуемся законом Био-Савара-Лапласа (62.1) и рассмотрим входящее в него произведение $I dl$. Сила тока I равна величине заряда, протекающего через поперечное сечение S проводника в единицу времени

$$I = nqvS.$$

Здесь q – заряд одной частицы, v – скорость упорядоченного движения частиц, n – их концентрация. Поэтому

$$I dl = nqvSdl = nqv dV,$$

где $dV = Sdl$ – объем элемента проводника.

Если подставить выражение для $I dl$ в закон Био-Савара-Лапласа (62.1)

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} [d\mathbf{l}, \mathbf{r}] = \frac{\mu_0 nq dV}{4\pi r^3} [\mathbf{v}, \mathbf{r}]$$

и разделить на число носителей заряда в элементе проводника ndV , то получится выражение для магнитной индукции *поля, создаваемого одним зарядом* q , движущимся со скоростью \mathbf{v} в вакууме

$$\mathbf{B}_q = \frac{\mu_0 q [\mathbf{v}, \mathbf{r}]}{4\pi r^3}. \quad (63.1)$$

Здесь r – радиус-вектор, проведенный от заряда к точке, в которой определяется магнитная индукция \mathbf{B}_q , r – модуль этого вектора (рис. 63.1).

Направление вектора \mathbf{B}_q легко определить, если вспомнить, что магнитное поле вокруг тока направлено по правилу винта (рис. 63.1, в данном случае вместо тока имеем движущийся прямолинейно положительный заряд).

Модуль вектора магнитной индукции (63.1)

$$B_q = \frac{\mu_0 q v \sin \alpha}{4\pi r^2}, \quad (63.2)$$

где α – угол между скоростью заряда и направлением на точку наблюдения.

Согласно формуле (63.2) на прямой, проходящей через вектор скорости, магнитное поле отсутствует.

Заметим также, что магнитное поле движущегося заряда переменное, так как в формуле (63.1) при движении заряда изменяется радиус вектор r . Однако результирующее поле очень большого количества носителей тока в проводнике с током является стационарным.

Пример. Определить максимальную магнитную индукцию $B_{q \max}$ поля, создаваемого протоном, движущимся прямолинейно со скоростью $v = 10^6$ м/с, в точке, отстоящей от траектории на расстоянии $d = 1$ нм.

Магнитная индукция поля, создаваемого зарядом q , движущимся со скоростью \mathbf{v} в вакууме равна (63.2)

$$B_q = \frac{\mu_0 q v \sin \alpha}{4\pi r^2}.$$

Очевидно, она будет максимальной при $\alpha = \pi/2$. Подставляя числа, найдем

$$B_q = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6}{4\pi (10^{-9})^2} = 1,6 \cdot 10^{-2} = 16 (\text{мТл})$$

§ 64. Действие магнитного поля на проводник с током. Закон Ампера

Отличительная особенность магнитного поля – действовать на движущиеся заряды и проводники с током некоторой силой.

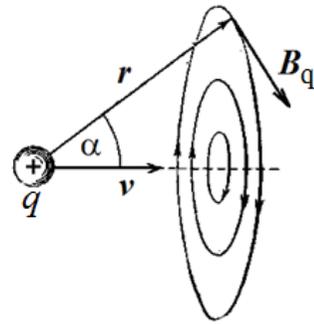


Рис. 63.1.

Существование этой силы можно продемонстрировать простым опытом (рис. 64.1). По двум параллельным горизонтальным проводникам как по рельсам может перекатываться легкий проводящий (алюминиевый) цилиндрический стержень-перемычка. Концы рельсов подключены к источнику постоянного тока, перемычка замыкает цепь. Если поднести к перемычке без тока магнит, она остается неподвижной – алюминий является слабомагнитным веществом, притяжением алюминиевого стержня к магниту можно пренебречь. Но если через контур пропускать ток, перемычка под действием силы Ампера начинает перекатываться по рельсам в ту или иную сторону.

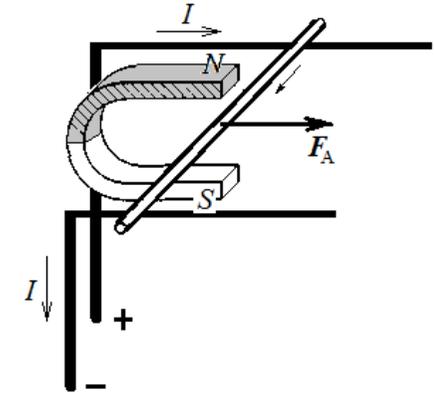


Рис. 64.1.

Опытным путем А. Ампер установил, что *сила, действующая на элемент проводника с током $I dl$ в магнитном поле, равна векторному произведению элемента тока на вектор магнитной индукции (закон Ампера)*

$$d\mathbf{F} = I [d\mathbf{l}, \mathbf{B}]. \quad (64.1)$$

Модуль силы Ампера равен

$$dF = I B dl \sin \alpha, \quad (64.2)$$

где α – угол между векторами $d\mathbf{l}$ и \mathbf{B} .

Направление силы Ампера определяется правилом векторного произведения (правилом винта). Сила $d\mathbf{F}$ перпендикулярна к плоскости, в которой лежат векторы элемента тока $I d\mathbf{l}$ и магнитной индукции \mathbf{B} .

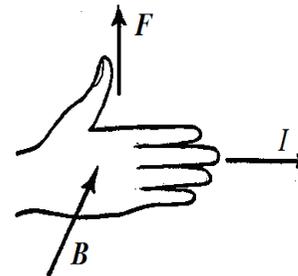


Рис. 64.2.

Удобно также определять направление силы Ампера с помощью *правила левой руки*: если поместить левую руку так, чтобы магнитные силовые линии входили в ее ладонь, четыре выпрямленных пальца указывали направление тока, то отставленный в сторону большой палец указывает направление силы Ампера (рис. 64.2).

В случае однородного магнитного поля ($B = \text{const}$) и прямолинейного проводника ($\alpha = \text{const}$), сила, действующая на проводник с током

$$\mathbf{F} = \int d\mathbf{F} = IB \sin \alpha \int d\mathbf{l} = IB l \sin \alpha \quad (64.3)$$

§ 65. Взаимодействие двух параллельных токов. Определение единицы силы тока – ампера

Используя закон Ампера, определим силу, с которой взаимодействуют два параллельных проводника с током. Рассмотрим два находящихся на расстоянии b друг от друга параллельных бесконечно длинных проводника, по кото-

рым текут токи I_1 и I_2 (рис. 65.1). На отрезок длиной l второго проводника со стороны магнитного поля, создаваемого током в первом проводнике, согласно формуле (64.3) действует сила Ампера (магнитная индукция B_1 перпендикулярна проводнику 2, поэтому $\sin \alpha = 1$):

$$F_1 = I_2 B_1 l. \quad (65.1)$$

Магнитная индукция поля, созданного проводником 1 в месте нахождения проводника 2, выражается формулой (62.8), следовательно

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi b}. \quad (65.2)$$

Тогда

$$F_1 = I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi b} l, \quad (65.3)$$

а сила, приходящаяся на единицу длины этого проводника,

$$F_0 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi b}. \quad (65.4)$$

Если бы мы вычислили индукцию B_2 , создаваемую током I_2 , а затем нашли силу, действующую на проводник 1, то получили бы ту же формулу. Следовательно, точно такая же по величине сила, только направленная противоположно, будет действовать на единицу длины первого проводника со стороны магнитного поля второго. Это, кстати, следует из третьего закона Ньютона о равенстве сил действия и противодействия.

Следовательно, проводники с одинаково направленными токами притягиваются. Легко показать, что проводники с противоположно направленными токами отталкиваются.

При единичной силе тока в проводниках, расположенных на расстоянии 1 м друг от друга на единицу длины каждого из них будет действовать в вакууме сила

$$F_0 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 1}{2\pi \cdot 1} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Н / м}. \quad (65.5)$$

На основе эффекта магнитного взаимодействия токов вводится четвертая (вместе с килограммом, метром и секундой) основная единица Международной системы единиц СИ – единица силы тока – ампер.

Ампер – сила неизменяющегося тока, который проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, вызвал бы между этими проводниками силу, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н на каждый метр длины.

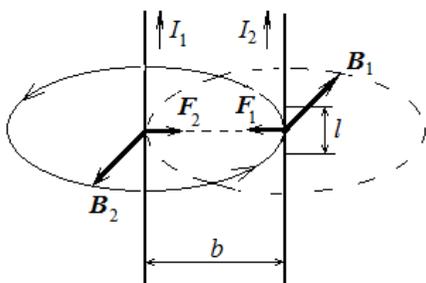


Рис. 65.1.

§ 66. Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца

Зная закон Ампера – выражение для силы, действующую на элемент тока в магнитном поле $d\mathbf{F} = I[d\mathbf{l}, \mathbf{B}]$, – можно определить силу, действующую на отдельный движущийся заряд.

Обозначим через n число упорядоченно движущихся электронов в единице объема проводника, v – скорость этого движения, S – площадь сечения проводника, e – заряд электрона. Тогда сила тока $I = nevS$, а произведение $I dl$ (элемент тока) равно $nevSdl = Nev$, где N – число упорядоченно движущихся электронов в объеме участка тока. Подставив $I dl = Nev$ в формулу амперовой силы и разделив на N , получим силу, действующую на один электрон. Заменяя в общем случае e на q , получим

$$\mathbf{F}_{\text{Л}} = q[\mathbf{v}, \mathbf{B}] \quad (66.1)$$

Эту силу $\mathbf{F}_{\text{Л}}$, действующая на частицу с электрическим зарядом q , движущуюся со скоростью \mathbf{v} , во внешнем магнитном поле с индукцией \mathbf{B} называют **силой Лоренца** (или **магнитной силой**).

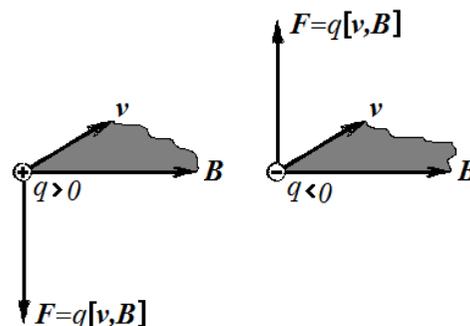


Рис. 66.1.

Модуль силы Лоренца равен

$$F_{\text{Л}} = qvB \sin \alpha, \quad (66.2)$$

где q – абсолютное значение движущегося заряда, v – модуль его скорости, B – модуль индукции магнитного поля, α – угол между векторами \mathbf{B} и \mathbf{v} . Следует подчеркнуть, что *на покоящийся электрический заряд магнитное поле не действует*. Это отличает магнитное поле от электрического.

Направлена сила Лоренца перпендикулярно к плоскости, в которой лежат векторы \mathbf{v} и \mathbf{B} . Если заряд положительный, направление силы $\mathbf{F}_{\text{Л}}$ (направление векторного произведения $[\mathbf{v}, \mathbf{B}]$) определяется *правилом правой руки* (рис. 66.1): если головку винта вращать по направлению от первого сомножителя векторного произведения ко

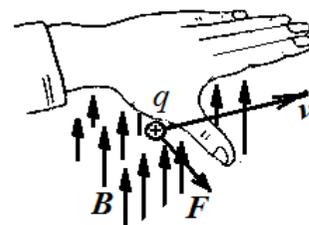


Рис. 66.2.

второму (от \mathbf{v} к \mathbf{B}), то винт продвинется в направлении вектора $[\mathbf{v}, \mathbf{B}]$. Если заряд отрицательный (рис. 66.1), то направление силы меняется на противоположное.

Другое удобное правило определения направления силы Лоренца $\mathbf{F}_{\text{Л}}$, действующей на положительный заряд, – это *правило левой руки* (рис. 66.2): когда магнитные силовые линии

входят в ладонь, а четыре вытянутых пальца направлены вдоль скорости заряда, то отогнутый на 90° большой палец укажет направление силы.

В электрическом поле напряженностью \mathbf{E} на заряд q независимо от того, движется он или покоится, действует сила $\mathbf{F}_e = q\mathbf{E}$. Как показывает опыт, электрическое и магнитное поля действуют независимо. Поэтому в случае совместного действия электрического и магнитного полей результирующая сила

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_m = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v}, \mathbf{B}] \quad (66.3)$$

Эту полную силу также часто называют *силой Лоренца*.

Пример. Два точечных заряда q_1 и q_2 движутся параллельно друг другу с одинаковыми нерелятивистскими скоростями $v \ll c$. Расстояние между зарядами r . Сравнить, во сколько раз сила $\mathbf{F}_{Кул}$ электрического взаимодействия между зарядами больше силы $\mathbf{F}_{Лор}$ магнитного взаимодействия между ними.

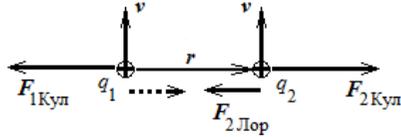


Рис. П.66.1.

Согласно закону Кулона электрическая сила, действующая, например, на второй заряд со стороны первого, равна

$$\mathbf{F}_{2Кул} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^3} \mathbf{r} \quad (П. 66.1)$$

Здесь \mathbf{r} – радиус-вектор, проведенный от первого заряда ко второму. Магнитная сила (сила Лоренца), действующая на второй заряд, со стороны магнитного поля \mathbf{B}_q , создаваемого движущимся первым зарядом, равна

$$\mathbf{F}_{2Лор} = q_2 [\mathbf{v}, \mathbf{B}_q], \quad (П.66.2)$$

где согласно (63.1) индукция магнитного поля движущегося заряда q_1 в точке, где находится второй заряд

$$\mathbf{B}_q = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q_1}{r^3} [\mathbf{v}, \mathbf{r}]. \quad (П.66.3)$$

Подставляя значение магнитной индукции в формулу силы Лоренца, получим

$$\mathbf{F}_{Лор} = \frac{\mu_0 q_1 q_2}{4\pi r^3} [\mathbf{v}, [\mathbf{v}, \mathbf{r}]]. \quad (П.66.4)$$

Здесь мы встречаемся с двойным векторным произведением векторов. Раскрываем его по известному правилу «БАЦ минус ЦАБ»

$$[\mathbf{a}[\mathbf{b}, \mathbf{c}]] = \mathbf{b}(\mathbf{a}\mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a}\mathbf{b}).$$

Тогда выражение для силы Лоренца приобретает вид

$$\mathbf{F}_{Лор} = \frac{\mu_0 q_1 q_2}{4\pi r^3} (\mathbf{v}(\mathbf{v}\mathbf{r}) - \mathbf{r}(\mathbf{v}\mathbf{v})) = \frac{\mu_0 q_1 q_2 v^2}{4\pi r^3} (-\mathbf{r}). \quad (П.66.5)$$

Здесь учтено, что скалярные произведения векторов равны соответственно:

$$(\mathbf{v}\mathbf{r}) = v \cdot r \cdot \cos 90^\circ = 0, \quad (\mathbf{v}\mathbf{v}) = v^2.$$

Осталось найти отношение электрической и магнитной сил. Разделив (П.66.1) на (П.66.5), получим:

$$\frac{F_{Кул}}{F_{Лор}} = -\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0 v^2}. \quad (П.66.6)$$

Выясним значение комбинации двух констант:

$$\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} = \frac{1}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7}} = 9 \cdot 10^{16} \text{ м}^2 / \text{с}^2. \quad (П.66.7)$$

Величина $1/(\epsilon_0 \mu_0)$ и по числовому значению, и по размерности равна квадрату скорости света в вакууме $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с. Окончательно получаем, что электрическая сила больше магнитной в c^2/v^2 раз.

$$\frac{F_{Кул}}{F_{Лор}} = -\frac{c^2}{v^2} \quad (П.66.8)$$

Даже для очень больших достижимых скоростей v это отношение огромно, т.е. электрическая сила во много раз превосходит магнитную.

Тем не менее, магнитную силу следует учитывать, например, в проводах с током. Электрические силы в этом случае исчезают вследствие баланса положительных и отрицательных зарядов в проводах, остаются только магнитные силы, которые оказываются достаточно большими.

§67. Движение заряженных частиц в однородном магнитном поле

1. Рассмотрим *первый частный случай*, когда частица массой m и зарядом

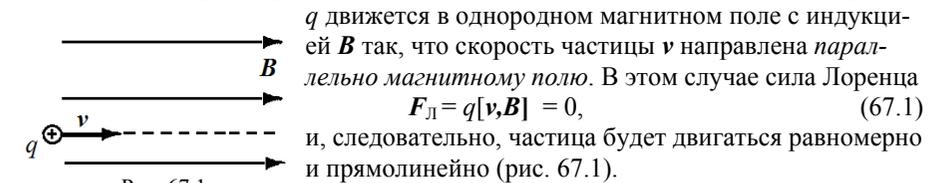


Рис. 67.1

q движется в однородном магнитном поле с индукцией \mathbf{B} так, что скорость частицы \mathbf{v} направлена *параллельно магнитному полю*. В этом случае сила Лоренца

$$\mathbf{F}_Л = q[\mathbf{v}, \mathbf{B}] = 0, \quad (67.1)$$

и, следовательно, частица будет двигаться равномерно и прямолинейно (рис. 67.1).

2. *Второй частный случай* имеет место, когда частица движется со скоростью, *перпендикулярной к вектору \mathbf{B}* . В этом случае сила Лоренца равна по модулю

$$F_Л = qvB \sin(\pi/2) = qvB \quad (67.2)$$

и направлена по нормали к траектории частицы, сообщая ей нормальное ускорение, равное по модулю

$$a_n = \frac{F_Л}{m} = \frac{q}{m} vB. \quad (67.3)$$

Поскольку сила Лоренца $\mathbf{F}_Л$ всегда направлена перпендикулярно к скорости \mathbf{v} движения заряженной частицы, она не изменяет величины скорости, а изменяет лишь ее направление. Следовательно, кинетическая энергия заряженной частицы при движении в магнитном поле не изменяется, и *сила Лоренца не совершает работы* при любом перемещении заряженной частицы.

Частица будет двигаться по окружности, радиус которой определится, если приравнять выражение для нормального ускорения выражению (67.3):

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{q}{m} vB. \quad (67.4)$$

Откуда

$$R = \frac{v}{\frac{q}{m} B} \quad (67.5)$$

Отношение q/m называется удельным зарядом частицы.

Период T обращения частицы, т.е. время, затрачиваемое на один оборот, определим, разделив длину окружности $2\pi R$ на скорость частицы v :

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{\frac{q}{m} B} \quad (67.6)$$

Как следует из (67.6), период обращения частицы не зависит от ее скорости (энергии), а определяется только удельным зарядом частицы и магнитной индукцией поля.

Направление вращения частицы по окружности показано на рис. 67.2 (магнитное поле направлено от нас). Если заряд q положителен, то направление вектора \mathbf{B} и угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ противоположны. В случае отрицательного заряда q эти направления совпадают. (Напомним, что угловая скорость $\boldsymbol{\omega}$ направлена по оси вращения по правилу правого винта).

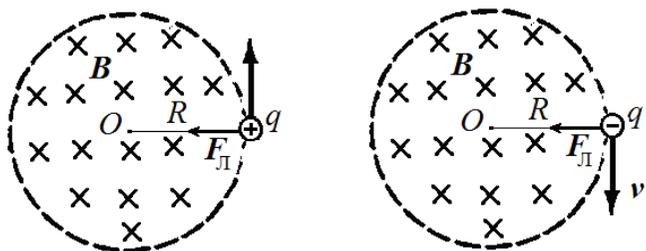


Рис. 67.2.

3. Третий случай является общим случаем движения заряженной частицы в однородном магнитном поле, когда ее скорость \mathbf{v} направлена под произвольным углом α к вектору магнитной индукции \mathbf{B} . Разложим вектор скорости \mathbf{v} на две составляющие: скорость вдоль поля (\mathbf{v}_{\parallel}) и скорость, перпендикулярную к полю (\mathbf{v}_{\perp}) (рис. 67.3):

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_{\perp}$$

Модули этих составляющих равны

$$v_{\parallel} = v \cos \alpha, \quad v_{\perp} = v \sin \alpha. \quad (67.7)$$

Движения с этими скоростями независимы. Скорость \mathbf{v}_{\parallel} в магнитном поле не изменяется, т.к. при движении параллельно полю магнитная сила (сила Лоренца) равна нулю. Поэтому в направлении поля частица движется по инерции равномерно и прямолинейно со скоростью $v_{\parallel} = v \cos \alpha$. Благодаря составляющей \mathbf{v}_{\perp} частица должна двигаться по окружности, плоскость которой перпендикулярна к вектору \mathbf{B} , а радиус по формуле (67.5) равен

$$R = \frac{v_{\perp}}{\frac{q}{m} B} = \frac{v \sin \alpha}{\frac{q}{m} B} \quad (67.8)$$

В результате сложения обоих независимых движений частица будет двигаться по цилиндрической спирали (винтовой линии), ось которой совпадает с линией магнитной индукции (рис. 67.3).

Расстояние h между соседними витками (шаг винтовой линии) равно

$$h = v_{\parallel} \cdot T$$

Заменив v_{\parallel} по формуле (67.7), а T по (67.6), получим

$$h = \frac{2\pi m}{B q} v \cos \alpha \quad (67.9)$$

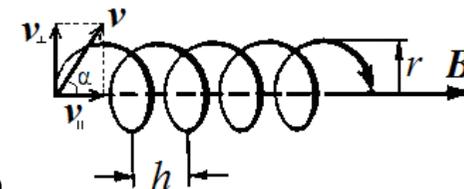


Рис. 67.3

Пример 1. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ мТл по окружности радиусом $r = 5$ см. Определить кинетическую энергию электрона. Увеличение массы электрона со скоростью не учитывать.

Из соотношения $R = \frac{v}{\frac{q}{m} B}$ получим

$$v = \frac{qBR}{m},$$

откуда нерелятивистское выражение для кинетической энергии дает

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{(qBR)^2}{2m} = 3,52 \cdot 10^{-17} \text{ Дж}$$

Пример 2. В однородное магнитное поле с индукцией 1 Тл влетает протон. Траектория протона представляет собой винтовую линию с радиусом $R = 8$ см и шагом $h = 40$ см. Определить скорость протона. Какую ускоряющую разность потенциалов U прошел протон, прежде чем влететь в магнитное поле?

Если подставить в формулу (67.9) значение радиуса винтовой линии (67.8), то получим

$$h = 2\pi R / \operatorname{tg} \alpha,$$

откуда

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2\pi R}{h}$$

Выразим косинус угла α между скоростью протона и направлением магнитной индукции через тангенс по формулам тригонометрии:

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi R}{h}\right)^2}}$$

Теперь по формуле (67.9) можно определить скорость протона

$$v = \frac{qBh}{2\pi m \cos \alpha} = \frac{qBh}{2\pi m} \sqrt{1 + \left(\frac{2\pi R}{h}\right)^2} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot 0,4}{2 \cdot 3,14 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}} \sqrt{1 + \left(\frac{6,28 \cdot 0,08}{0,4}\right)^2} = 9,8 \cdot 10^6 \text{ м/с}$$

Кинетическую энергию протона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов, приравняем работе ускоряющего поля

$$\frac{mv^2}{2} = qU$$

Отсюда находим разность потенциалов

$$U = \frac{mv^2}{2q} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot (9,8 \cdot 10^6)^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 5 \cdot 10^5 \text{ В} = 0,5 \text{ МВ}$$

Пример 3. В близких к полюсам Земли широтах (северных и южных) наблюдаются **полярные сияния**. Это свечение на высотах 90—1000 км разреженных слоев атмосферы. Оно вызывается взаимодействием компонентов высоких слоев атмосферы - атомов и молекул кислорода, азота и водорода - с заряженными частицами больших энергий (электронами и протонами), испускаемых активными областями на Солнце (вспышками).

При этом ускоренные заряженные частицы проникают в зоны полярных сияний под воздействием магнитного поля Земли. Они движутся к магнитным полюсам Земли под действием силы Лоренца вдоль магнитных силовых линий Земли, нависая на них.

Соударения частиц с молекулами и атомами кислорода и азота приводят к возбуждению последних, т. е. к переходу в состояние с более высокой энергией. Возврат в начальное, равновесное состояние происходит путём излучения квантов света характерных длин волн. Такова одна из гипотез северного сияния.

Пример 4. Циклотрон. Рассмотрим в качестве примера ускорение заряженных частиц. Ускорителями заряженных частиц называются устройства для получения заряженных частиц больших энергий. В ускорителях используется комбинированное воздействие на заряженные частицы электрического и магнитного полей (рис. П.67.1).

Электрическое поле используется для ускорения заряженных частиц. Известно, что, пройдя разность потенциалов U , частица с зарядом q приобретает кинетическую энергию $E_k = qU$. Однако для получения больших энергий создать разности потенциалов в сотни миллионов и миллиарды вольт не представляется возможным. Эту трудность можно обойти, используя **циклический способ ускорения** заряженных частиц. В этом способе заряженную частицу заставляют многократно проходить через электрическое поле, каждый раз увеличивая ее энергию.

Простейший циклический резонансный ускоритель тяжелых частиц (протонов, ионов) – **циклотрон**. Он состоит из двух полых электродов (дуантов), представляющих собой две половины невысокой цилиндрической коробки, разделенных узкой щелью (рис. П.67.1).

Дуанты заключены в вакуумную камеру (давление $\sim 10^{-6}$ мм. рт.ст), которая помещена между полюсами сильного электромагнита. Магнитное поле однородно и перпендикулярно плоскости дуантов (рис. П.67.1). На дуанты подается переменное напряжение от генератора высокой частоты.

Вблизи центра магнита в промежутке между дуантами располагается источник заряженных частиц – например, ионов.

Пусть отрицательный ион, вылетает из источника в то вре-

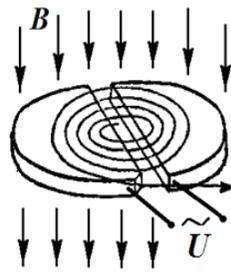


Рис. П.67.1.

мя, когда дуант 1 имеет положительный потенциал (рис. П.67.2). Ион будет втянут внутрь дуанта, приобретет некоторую скорость и опишет внутри дуанта 1 полуокружность постоянного радиуса.

Когда ион входит в дуант, ускоряющее действие электрического поля прекращается. Это связано с тем, что металлические стенки дуанта экранируют его внутреннюю полость от электрического поля. Внутри дуанта частица находится под действием только магнитного поля.

Как следует из формулы (67.6), период обращения иона в магнитном поле

$$T = 2\pi \frac{m}{qB}$$

не зависит от его скорости.

Можно подобрать магнитную индукцию B так, чтобы период обращения иона совпал с периодом генератора высокой частоты. Это означает, что к моменту выхода иона из дуанта 1 напряжение электрического поля от высокочастотного генератора изменится на обратное: дуант 2 приобретет положительный потенциал, а дуант 1 отрицательный. Поэтому ион вновь ускорится и внутри дуанта 2 опишет полуокружность уже большего радиуса, но время, за которое он пройдет половину окружности, останется прежним.

Таким образом ион будет попадать в зазор между дуантами каждый раз в одной и той же фазе переменного высокочастотного электрического поля, т.е. когда сила действия электрического поля направлена в сторону движения иона.

Двигаясь в резонансе с высокочастотным полем, ионы по спирали приближаются к краю магнита. Их энергия будет расти на величину qU после каждого прохождения зазора между дуантами.

Располагая источником напряжения сравнительно небольшой величины, можно ускорять протоны до энергий порядка 25 МэВ (т.е. энергии, которую получил бы протон, пройдя ускоряющую разность потенциалов в 25 миллионов вольт).

Однако имеются причины, ограничивающие возможность значительного увеличения энергии частиц в циклотроне. Когда частицы разгоняются до скоростей, близких к скорости света, приходится учитывать зависимость массы ускоряемых частиц от скорости. Поэтому для достижения больших энергий частиц изменяют либо частоту переменного напряжения (фазотроны), либо величину магнитного поля (синхротроны), либо и то, и другое (синхрофазотроны).

Пример. 5. Циклотрон ускоряет протоны до энергии 20 МэВ. Каков радиус дуантов циклотрона, если магнитная индукция $B = 2$ Тл? Масса протона $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг, его удельный заряд $e/m_p = 0,959 \cdot 10^8$ Кл/кг.

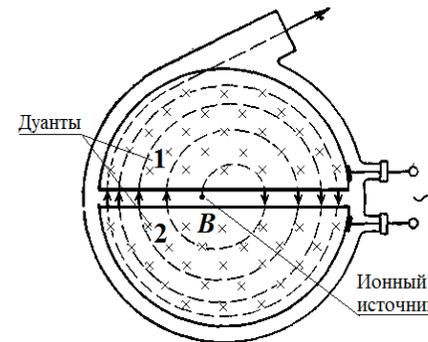


Рис. П.67.2

Согласно формуле (67.5) радиус окружности, по которой движется заряженная частица в магнитном поле,

$$R = \frac{v}{\frac{q}{m} B}$$

Скорость протона выразим через его кинетическую энергию. При этом будем пользоваться нерелятивистским выражением для кинетической энергии

$$E_k = \frac{m_p v^2}{2},$$

т.к. кинетическая энергия протона по условию 20 МэВ, что гораздо меньше его энергии

покоя $E_0 = 938,2$ МэВ. Отсюда скорость протона

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m_p}}$$

Радиус дуанта очевидно не может быть меньшим радиуса описываемой протоном окружности. Определим его в системе СИ, заменив электронвольты на джоули ($1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж):

$$R \geq \frac{\sqrt{\frac{2E_k}{m_p}}}{\frac{e}{m_p} B} = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot 20 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,67 \cdot 10^{-27}}}}{0,959 \cdot 10^8 \cdot 2} = 0,323 \text{ м} = 32,3 \text{ см}$$

§ 68. Эффект Холла

Если вдоль проводящей пластины, помещенной в поперечное магнитное поле, идет ток, то на носители тока будет действовать сила Лоренца в направлении, перпендикулярном и к магнитному полю, и к току (рис. 68.1).

Действием этой силы объясняется возникновение поперечного электрического поля в проводнике или полупроводнике с током при помещении его в магнитное поле. Это явление было обнаружено американским физиком Э.Холлом еще до открытия электронов.

Рассмотрим проводящую пластину с током, которую пронизывает магнитное поле с индукцией \mathbf{B} , направленное «от нас» (рис. 68.1). Каждый носитель тока оказывается под действием силы Лоренца.

У отрицательных зарядов вектор скорости упорядоченного движения \mathbf{v} и ток I направлены в противоположные стороны, у положительных зарядов эти направления совпадают. Применяя правило левой руки, находим, что в обоих случаях, изображенных на рис. 68.1, сила Лоренца направлена к верхней грани пластины. Следовательно, носители зарядов, независимо от их знака, накапливаются на верхней грани пластины.

Если носителями тока являются электроны (у металлов и полупроводников n -типа), у верхней грани образуется избыток отрицательных зарядов, соответственно у нижней грани – избыток положительных зарядов. У полупроводников p -типа носителями тока являются так называемые «дырки», имеющие

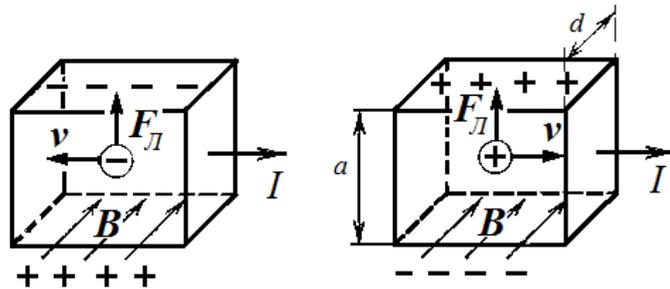


Рис. 68.1.

положительный заряд. В этом случае верхняя грань заряжается положительно, а нижняя – отрицательно.

Заряды, скопившиеся на верхней и нижней гранях пластины, создают внутри пластины поперечное (и к току, и к полю) электрическое поле напряженностью \mathbf{E}_X . Это поле действует на электрические заряды с силой

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}_X. \quad (68.1)$$

С другой стороны, на заряды действует сила Лоренца, равная по модулю

$$F_L = qvB$$

(т.к. \mathbf{v} перпендикулярно \mathbf{B}).

Эти две силы уравниваются друг друга:

$$qvB = qE_X,$$

откуда

$$E_X = vB. \quad (68.2)$$

Из формулы для плотности тока $j = qnv$ находим скорость упорядоченного движения зарядов

$$v = \frac{j}{qn}. \quad (68.3)$$

Тогда для напряженности поперечного (холловского) электрического поля получаем

$$E_X = \frac{B}{qn} j. \quad (68.4)$$

Умножив напряженность E_X на расстояние a между гранями пластины, получим поперечное напряжение (разность потенциалов между этими гранями)

$$U_X = E_X a = \frac{B}{qn} ja = R_X Bja. \quad (68.5)$$

Здесь коэффициент

$$R_X = \frac{1}{qn} \quad (68.6)$$

называется *постоянной Холла*.

Поскольку сила тока $I = jS = jad$,

$$U_H = R_X \frac{IB}{d} \quad (68.7)$$

Определив знак холловской разности потенциалов, можно установить знак носителей тока, а измерив постоянную Холла, можно определить концентрацию носителей тока в соответствующих металлах и полупроводниках. Так, было найдено, что плотность электронов в металлах составляет $n \approx 10^{28} \text{ м}^{-3}$, а в полупроводниках $n \approx 10^{20} \text{ м}^{-3}$ (в кубическом сантиметре, соответственно, 10^{22} и 10^{14}).

На основе эффекта Холла работают датчики Холла: приборы, позволяющие прямо и точно измерять индукцию магнитного поля, а также выполняющие другие задачи автоматики.

Пример. По серебряной ленте толщиной $d = 0,1$ мм проходит ток силой $I = 10$ А. Лента находится в магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл. Линии индукции перпендикулярны к ленте. Холловская разность потенциалов оказалась равной $U_H = -8,87$ мкВ. Определить концентрацию n носителей тока в серебре.

Поскольку холловская разность потенциалов по условию отрицательна, носители тока имеют отрицательный заряд. Это электроны, что, вообще говоря, очевидно, т.к. серебро – металл.

Концентрацию электронов в серебре можно найти из соотношения

$$n = \frac{1}{R_H e}$$

Постоянная Холла определяется выражением

$$R_H = \frac{U_H d}{IB}$$

Откуда концентрация электронов в серебре

$$n = \frac{IB}{U_H d e} = \frac{10 \cdot 1}{(-8,87 \cdot 10^{-6}) \cdot 10^{-4} \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19})} = 7,05 \cdot 10^{28} \text{ 1/м}^3$$

§ 69. Циркуляция вектора магнитной индукции в вакууме

Напомним, что *циркуляцией вектора \mathbf{B}* по заданному замкнутому контуру L называется криволинейный интеграл по замкнутому контуру от скалярного произведения вектора \mathbf{B} и вектора элемента длины контура $d\mathbf{l}$. Модуль вектора $d\mathbf{l}$ равен малому элементу длины dl , а направление совпадает с направлением обхода контура.

$$\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \oint_L B dl \cos \alpha = \oint_L B_l dl. \quad (69.1)$$

Здесь $B_l = B \cos \alpha$ – проекция вектора \mathbf{B} на направление $d\mathbf{l}$, α – угол между вектором \mathbf{B} и вектором элемента длины $d\mathbf{l}$.

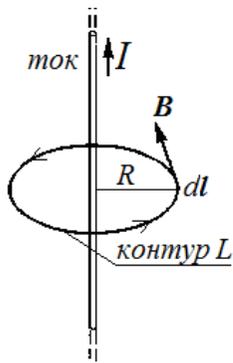


Рис. 69.1.

Циркуляцию вектора \mathbf{B} проще всего вычислить на примере магнитного поля прямолинейного проводника с током (рис. 69.1). Линии магнитной индукции поля прямого тока представляют собой концентрические окружности, лежащие в плоскости, перпендикулярной к проводу, по которому течет ток, и согласованные с направлением тока правилом правого винта. Выберем одну из таких линий в качестве замкнутого контура L , направление обхода контура также согласуем с направлением тока правилом правого винта. Вычислим интеграл (69.1) по этому замкнутому контуру.

В каждой точке данного контура вектор \mathbf{B} направлен по касательной к окружности и равен по модулю

$$B_l = B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}.$$

Подставив это значение в формулу (69.1), и учитывая, что $\oint_L dl = 2\pi R$ (длина окружности), получим

$$\oint_L B_l dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \oint_L dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} 2\pi R = \mu_0 I. \quad (69.2)$$

Мы доказали, что циркуляция вектора \mathbf{B} поля прямолинейного тока в вакууме по окружности, *охватывающей* ток, равна произведению магнитной постоянной на силу тока.

Равенство (69.2) справедливо также для контура L произвольной формы, который *охватывает* проводник с током I .

Если замкнутый контур L *не охватывает* проводника с током, то криволинейный интеграл по такому пути равен нулю.

Докажем это также на примере. Пусть замкнутый контур L ограничивает сегмент $ABCD$ и образован двумя дугами AB и CD , являющимися частями магнитных силовых линий прямого тока I (рис. 69.2), и двумя отрезками радиусов AD и BC этих окружностей. Ток I перпендикулярен к плоскости рисунка, направлен «к нам» и не охватывается контуром.

Вычислим циркуляцию $\oint_{ABCD} B_l dl$ вектора \mathbf{B}

по этому контуру. Контур будем обходить, например, против часовой стрелки. Разобьем криволинейный интеграл на 4 интеграла по отдельным участкам контура:

$$\oint_{ABCD} B_l dl = \int_{AB} B_l dl + \int_{BC} B_l dl + \int_{CD} B_l dl + \int_{DA} B_l dl.$$

Напомним, что B_l – это проекция вектора магнитной индукции \mathbf{B} на направление $d\mathbf{l}$, которое задается выбором направления обхода контура, т.е.

$$B_l = B \cdot \cos \alpha,$$

где α – угол между векторами \mathbf{B} и $d\mathbf{l}$.

Поскольку отрезки BC и AD (радиусы) перпендикулярны к вектору \mathbf{B} (направленному по касательной), то проекции B_l вектора \mathbf{B} на эти отрезки равны нулю. Поэтому второй и четвертый интегралы равны нулю.

Для выбранного нами направления обхода контура всюду на дуге CD угол α равен нулю (рис. 69.2), $\cos 0 = 1$ и $B_l = B_2$.

На дуге AB угол α равен 180° (рис. 69.2), $\cos 180^\circ = -1$ и $B_l = -B_1$.

Учитывая, что на дугах AB и CD магнитная индукция имеет постоянное числовое значение, получим

$$\oint_{ABCD} B_l dl = -B_1 \int_{AB} dl + B_2 \int_{CD} dl = -B_1 \cdot AB + B_2 \cdot CD \quad (69.2)$$

Из формулы $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$ следует отношение

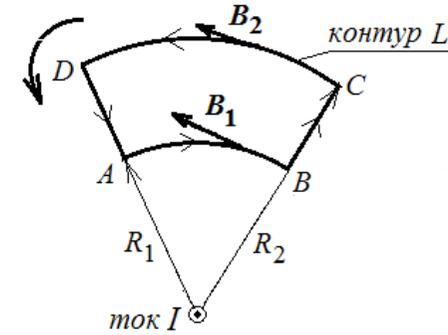


Рис. 69.2.

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{R_2}{R_1}. \quad (69.3)$$

Однако, CD длиннее AB в то же число раз, так как эти две дуги стягивают один и тот же угол относительно проводника:

$$\frac{CD}{AB} = \frac{R_2}{R_1}. \quad (69.4)$$



Рис. 69.3.

Тогда полный интеграл (69.2) обращается в нуль. Мы доказали, что циркуляция вектора магнитной индукции поля прямолинейного проводника с током вдоль замкнутого контура, *не охватывающего* этот проводник, равна нулю.

Любой замкнутый контур произвольной формы можно представить в виде построенного из радиальных сегментов и дуг (рис. 69.3). Если этот контур не охватывает тока, криволинейный интеграл по такому контуру равен нулю.

Если имеется большое количество проводников с токами и часть из них охватывается контуром интегрирования, то циркуляция вектора \mathbf{B} определяется алгебраической суммой только таких токов, которые охватываются контуром.

В силу принципа суперпозиции

$$\oint_L \mathbf{B}_i dl = \oint_L (\mathbf{B}_{1i} + \mathbf{B}_{2i} + \dots) dl = \mu_0 I_1 + \mu_0 I_2 + \dots \quad (69.5)$$

Таким образом, **циркуляция вектора магнитной индукции по произвольному контуру равна умноженной на магнитную постоянную алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром:**

$$\oint_L \mathbf{B}_i dl = \mu_0 \sum_i I_i. \quad (69.6)$$

Выражение (69.6) теоремы о циркуляции называют также **законом полного тока**.

При вычислении алгебраической суммы токов будем пользоваться таким **правилом знаков**. Положительным будем считать ток, направление которого связано с направлением обхода по контуру правилом правого винта, ток противоположного направления будем считать отрицательным.

Пример. Ток силой $I = 6$ А течет по сплошному однородному стержню круглого сечения радиуса $R = 1$ см. Пользуясь теоремой о циркуляции вектора \mathbf{B} , определить магнитную индукцию в точках, расположенных внутри стержня и удаленных на расстояние $r = 0,5$ см от оси стержня и вне стержня ($r = 1,5$ см).

Пусть точка наблюдения лежит *вне* стержня, $r \geq R$. В качестве контура для вычисления циркуляции выберем окружность радиуса r , лежащую в плоскости, перпендикулярной току и имеющую центр на оси стержня (рис. П.69.1).

Теорема о циркуляции дает

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I,$$

откуда

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (\text{вне стержня, } r \geq R).$$

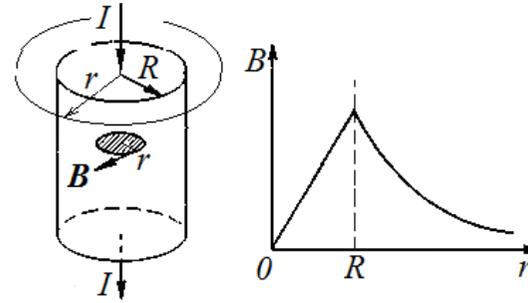


Рис. П.69.1.

где $j = I / \pi R^2$ – плотность тока, текущего через стержень.

Отсюда

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r \quad (П.69.1)$$

$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 6}{2 \cdot 3,14 \cdot 10^{-4}} 0,5 \cdot 10^{-2} = 60 (\text{мкТл})$$

Таким образом, *внутри* однородного стержня магнитная индукция увеличивается с расстоянием от оси по линейному закону, а *вне* стержня уменьшается по гиперболическому закону (рис. П.69.1).

Пусть теперь ток течет по поверхности полой тонкостенной трубки. Каким будет магнитное поле внутри трубки?

Если взять замкнутый контур, лежащий внутри трубки, то он не охватывает токов. Тогда из теоремы о циркуляции вытекает, что магнитного поля внутри трубки с током нет.

Сравним циркуляцию электростатического и магнитного полей в вакууме. Как было показано в § 37, **циркуляция вектора напряженности электростатического поля по произвольному замкнутому контуру равна нулю.**

$$\oint_L \mathbf{E}_i dl = 0.$$

Это условие позволило ввести скалярный потенциал электростатического поля ϕ .

Циркуляция вектора магнитной индукции пропорциональна алгебраической сумме токов, охватываемых контуром. Поэтому для магнитного поля нельзя ввести скалярный потенциал, как это было сделано для электростатического поля.

Поле, у которого циркуляция отлична от нуля, называется **вихревым**.

Основное отличие магнитного поля от электростатического заключается в том, что в то время, как электростатическое поле потенциально, магнитное поле является вихревым.

Наиболее наглядно разницу потенциальных и вихревых полей можно представить по картине силовых линий. Силовые линии электростатического поля начинаются и заканчиваются на электрических зарядах или уходят на бес-

Этот результат уже известен – это магнитное поле прямого тока.

$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 6}{2 \cdot 3,14 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}} = 80 (\text{мкТл})$$

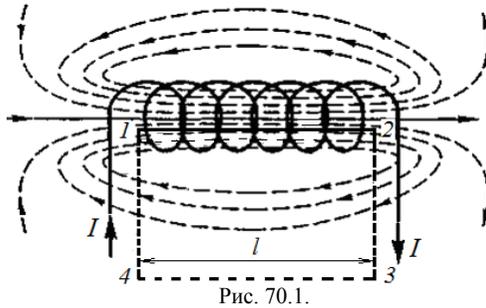
Определим теперь магнитную индукцию в какой-либо точке *внутри* стержня ($r \leq R$). Замкнутый контур опять выберем в виде окружности, проходящей через эту точку с центром на оси стержня. Тогда по теореме о циркуляции имеем:

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 j \pi r^2,$$

конечность. Силовые линии магнитного поля всегда замкнуты и охватывают текущие токи, либо приходят из бесконечности и уходят на бесконечность.

§ 70. Магнитное поле соленоида и тороида

Соленоид представляет собой изолированный проводник, намотанный по винтовой линии на цилиндрический каркас. Если длина соленоида гораздо



больше его диаметра, соленоид считается бесконечно длинным. Каждый из витков соленоида представляет собой круговой ток, создающий в центре магнитное поле, направленное по оси витка. Очевидно, так же будет направлено и магнитное поле на оси соленоида.

Экспериментальное изучение магнитного поля соленоида показывает, что внутри со-

леноида поле является однородным и направлено параллельно оси, вне соленоида — неоднородным и очень слабым.

Линии магнитного поля соленоида показаны на рис. 70.1. Внутри соленоида направление линий образует с направлением тока правовинтовую систему.

Рассчитаем, применяя теорему о циркуляции, индукцию магнитного поля внутри соленоида. Рассмотрим соленоид длиной l , имеющий N витков, по которому течет ток I . Число витков соленоида, приходящихся на единицу длины, $n=N/l$.

Возьмем прямоугольный контур 1234 (рис. 70.1) и вычислим циркуляцию вектора \mathbf{B} по этому контуру, охватывающему все N витков. Интеграл по 12341 можно представить в виде четырех интегралов: по 12, 23, 34, 41:

$$\oint_L \mathbf{B}_l dl = \int_{1 \rightarrow 2} \mathbf{B}_l dl + \int_{2 \rightarrow 3} \mathbf{B}_l dl + \int_{3 \rightarrow 4} \mathbf{B}_l dl + \int_{4 \rightarrow 1} \mathbf{B}_l dl. \quad (70.1)$$

На участках 23 и 41 контур перпендикулярен линиям магнитной индукции, откуда следует $B_l = 0$, и второй и четвертый интегралы равны нулю. Участок 34 можно выбрать достаточно далеко от соленоида, где магнитное поле равно нулю. Таким образом, учитывая, что на участке 12 вектор магнитной индукции \mathbf{B} параллелен вектору элементарной длины контура $d\mathbf{l}$ и, следовательно, $B_l = B$, получим

$$\oint_L \mathbf{B}_l dl = \int_{1 \rightarrow 2} \mathbf{B}_l dl = Bl. \quad (70.2)$$

Рассмотренный контур охватывает суммарный ток $NI = nIl$, где n — число витков соленоида, приходящееся на единицу длины, I — сила тока в соленоиде. Следовательно, $Bl = \mu_0 nIl$ или

$$B = \mu_0 nI, \quad (70.3)$$

т.е. поле внутри длинного соленоида всюду одинаково (однородно). Искажением поля вблизи торцов соленоида обычно пренебрегают.

Поскольку две половины бесконечного соленоида в точке их соединения вносят одинаковый вклад в магнитное поле, то магнитная индукция полубесконечного соленоида у его края вдвое меньше, чем в объеме:

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 nI \quad (70.4)$$

Тороидом называется кольцевая катушка, витки которой намотаны на каркас, имеющий форму тора (рис. 70.2). Вычислим индукцию магнитного поля внутри замкнутой тороидальной катушки. Из условий симметрии следует, что силовые линии магнитного поля тороида должны иметь форму окружностей, центры которых совпадают с центром тороида. Возьмем контур в виде окружности радиуса $r_1 < r < r_2$ и вычислим циркуляцию вектора магнитной индукции вдоль этого контура. Из соображений симметрии очевидно также, что вектор \mathbf{B} в каждой точке силовой линии должен быть направлен по касательной к контуру (окружности), а его модуль одинаков во всех точках окружности.

Тогда по теореме о циркуляции имеем

$$\oint_L \mathbf{B}_l dl = B \cdot 2\pi r = \mu_0 IN,$$

где N — полное число витков, а I — ток в обмотке тороида. Отсюда

$$B = \frac{\mu_0 IN}{2\pi r} \quad (70.5)$$

Формула (70.5) показывает, что поле тороида зависит от расстояния r до центра, т.е. в отличие от поля соленоида, не является однородным. Магнитная индукция в торе максимальна вблизи внутренней стороны и минимальна вблизи внешней стороны тора.

Если $r < r_1$, то окружность радиуса r не охватывает проводников с током, $\Sigma I_i = 0$, и по теореме о циркуляции (69.6) $B = 0$.

Если $r > r_2$, то окружность радиуса r охватывает $2N$ проводников с током, причем в N из них ток течет в одном направлении, а в других N — в противоположном. Поэтому $\Sigma I_i = 0$ и $B = 0$.

Следовательно, вне тороида магнитного поля нет.

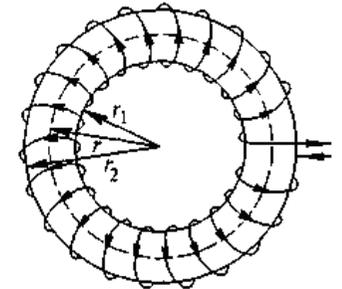


Рис. 70.2

§ 71. Поток вектора магнитной индукции

Аналогично тому, как в электростатике был введен поток вектора напряженности \mathbf{E} , введем понятие потока вектора магнитной индукции \mathbf{B} .

Потоком вектора \mathbf{B} магнитной индукции или магнитным потоком через малую площадку dS называется физическая величина, равная произведению величины площадки и проекции B_n вектора на нормаль к этой площадке, т.е.

$$d\Phi_B = B_n dS. \quad (71.1)$$

Введем в рассмотрение вектор $d\mathbf{S}$ – вектор площадки, направленный перпендикулярно к плоскости площадки в направлении внешней нормали и равный по величине площади этой элементарной площадки (рис. 71.1).

Тогда элементарный магнитный поток через малую площадку dS можно записать как скалярное произведение векторов \mathbf{B} и $d\mathbf{S}$:

$$d\Phi_B = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = B dS \cos \alpha = B_n dS, \quad (71.2)$$

где B_n – проекция вектора \mathbf{B} на нормаль к площадке, $B_n = B \cos \alpha$, α – угол между нормалью к площадке и направлением магнитного поля (рис. 71.1).

Полный поток Φ_B вектора магнитной индукции через произвольную поверхность S равен алгебраической сумме потоков через все малые участки этой поверхности – интегралу по поверхности:

$$\Phi_B = \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = \int_S B dS \cos \alpha = \int_S B_n dS = \int_S B dS_n \quad (71.3)$$

В СИ единица магнитного потока называется *вебер* (Вб). Магнитный поток в 1 Вб создается магнитным полем с индукцией, равной 1 Тл, через площадку в 1 м^2 , расположенную перпендикулярно к направлению поля:

$$1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot 1 \text{ м}^2.$$

Так же, как в случае электрического поля, можно условиться проводить столько магнитных силовых линий через единичную площадку, перпендикулярную направлению поля, какова в этом месте магнитная индукция. Тогда магнитный поток приобретает наглядный образ – это полное число магнитных силовых линий, проходящих через данную поверхность.

Отсутствие в природе магнитных зарядов приводит к тому, что линии вектора магнитной индукции \mathbf{B} не имеют ни начала, ни конца – линии магнитной индукции всегда замкнуты. Поэтому число линий, входящих в некоторый объем пространства, равно числу линий, выходящих из объема. Если входящие потоки брать с одним знаком, а выходящие – с другим, то суммарный поток вектора магнитной индукции через замкнутую поверхность будет равен нулю.

Следовательно, **поток вектора магнитной индукции \mathbf{B} через любую замкнутую поверхность равен нулю.** Т.о. для любого магнитного поля и произвольной замкнутой поверхности S выполняется условие

$$\oint_S B_n dS = 0 \quad (71.4)$$

Формула (71.4) выражает *теорему Гаусса для вектора \mathbf{B}* и является интегральным признаком любого вихревого векторного поля.

Продemonстрируем справедливость теоремы Гаусса для магнитного поля на *примере*.

Рассмотрим отрезок прямого проводника с током и найдем магнитный поток через окружающую его замкнутую поверхность. В качестве замкнутой поверхности S возьмем поверхность прямого кругового цилиндра, ось которого совпадает с проводником (рис. 71.2).

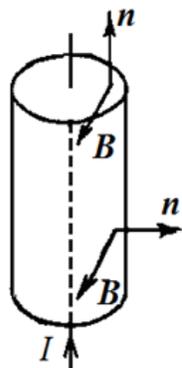


Рис. 71.2.

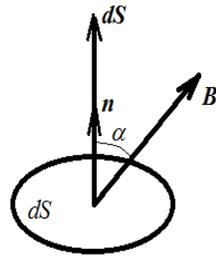


Рис. 71.1

Линии индукции магнитного поля прямого тока представляют собой концентрические окружности, центры которых лежат на оси проводника, а плоскости перпендикулярны к нему. Поэтому линии индукции не пересекают ни боковой поверхности цилиндра, ни его оснований. В любой точке поверхности цилиндра проекция вектора \mathbf{B} на направление нормали \mathbf{n} к поверхности равна нулю ($B_n = 0$), так что действительно $\oint_S B_n dS = 0$.

Для сравнения отметим, что электростатическая теорема Гаусса утверждает, что поток вектора напряженности \mathbf{E} электростатического поля через замкнутую поверхность определяется суммой электрических зарядов, заключенных внутри этой поверхности. Равенство нулю магнитного потока через произвольную замкнутую поверхность равносильно, по сути дела, утверждению об отсутствии в природе магнитных зарядов.

ДО ВНОСИЛ испр замечания ВПК работа 27 мар

§ 72. Работа, совершаемая при перемещении проводника с током в магнитном поле

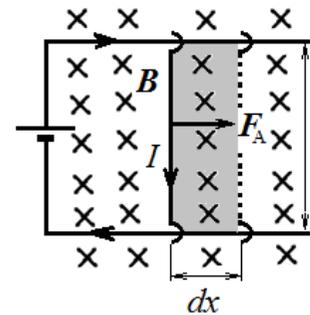


Рис. 72.1.

Пусть прямолинейный проводник длиной l , по которому течет ток силой I , помещен в однородное магнитное поле \mathbf{B} перпендикулярно линиям магнитной индукции (рис. 72.1). В таком случае на него со стороны магнитного поля будет действовать в соответствии с законом Ампера сила, модуль которой

$$F_A = IBl. \quad (72.1)$$

Направление силы легко определить с помощью правила левой руки – при указанных на рисунке направлениях тока и магнитного поля сила направлена вправо. Под действием этой силы проводник будет перемещаться (например, с помощью скользящих контактов)

и передвинется на некоторое расстояние dx .

Определим работу амперовой силы на пути dx :

$$dA = F_A dx = IBldx$$

Произведение ldx равно заштрихованной на рис. 74.1 площади dS , а BdS – потоку магнитной индукции через эту площадь:

$$dA = IBdS = Id\Phi. \quad (72.2)$$

Работа при перемещении проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока в проводнике на магнитный поток, пересеченный проводником при его движении.

Необходимо подчеркнуть, что работа перемещения проводника с током в магнитном поле совершается не за счет энергии магнитного поля, а за счет энергии источника, поддерживающего постоянный ток в проводнике.

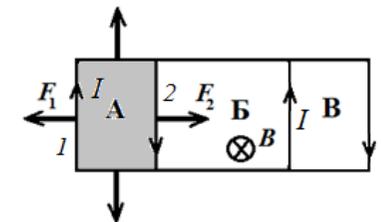


Рис. 72.2.

Пусть теперь замкнутый контур, для простоты прямоугольной формы (рис. 72.2), с постоянным током I перемещается в перпендикулярном к плоскости чертежа магнитном поле B (направленном «от нас» за чертеж) из положения A в положение B . Определим работу перемещения.

Силы F_1 и F_2 , действующие на боковые участки контура, направлены в противоположные стороны и равны по модулю. Работа силы F_2 положительна, работа силы F_1 отрицательна. Силы, действующие на верхний и нижний участки контура работы не производят, т.к. эти силы перпендикулярны перемещению. Сторона 2 пересекает при движении магнитный поток через поверхности B и B' , работа силы F_2 :

$$A_2 = I(\Phi_B + \Phi_{B'})$$

Соответственно, сторона 1 пересекает поверхности A и B' , работа силы F_1

$$A_1 = -I(\Phi_A + \Phi_{B'})$$

Результирующая работа

$$A = A_1 + A_2 = -I(\Phi_A + \Phi_{B'}) + I(\Phi_B + \Phi_{B'}) = I(\Phi_B - \Phi_A) = I(\Phi_K - \Phi_H) = I\Delta\Phi. \quad (72.3)$$

Здесь Φ_H – магнитный поток через контур в начале перемещения, Φ_K – магнитный поток через контур в конце перемещения, $\Delta\Phi$ – приращение потока через контур. Можно доказать, что эта формула верна для контура произвольной формы в произвольном постоянном магнитном поле.

Работа перемещения замкнутого контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на приращение магнитного потока через контур.

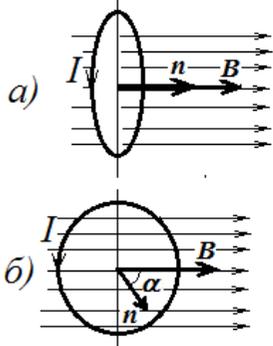


Рис. П.72.1.

В начальном положении (рис. П.72.1 а) контур установился свободно, и нормаль к плоскости контура образует угол $\alpha_H = 0$ с направлением вектора магнитной индукции ($\cos \alpha_H = 1$).

В конечном положении (рис. П.72.1 б) угол между направлением поля и нормалью $\alpha_K = 90^\circ$, $\cos \alpha_K = 0$. Работа сил поля отрицательна:

$A = I(\Phi_K - \Phi_H) = I B \cdot S (\cos \alpha_K - \cos \alpha_H) = -IBS$. Работа внешних сил равна по модулю и противоположна по знаку работе сил поля:

$$A_{\text{внеш}} = IBS = I B (\pi a^2/4) = 7,85 \text{ мДж.}$$

Пример 1. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,01$ Тл расположен перпендикулярно полю проводник длиной $l = 8$ см, по которому протекает ток $I = 5$ А. Определить работу A силы Ампера при поступательном перемещении проводника на расстояние $x = 5$ см. Очевидно, что магнитный поток, пересеченный проводником при его движении, $\Delta\Phi = Blx$. Тогда работа сил поля $A = IBlx = 0,2$ мДж.

Пример 2. Круговой контур диаметром $d = 10$ см, по которому течет постоянный ток $I = 2$ А свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,5$ Тл, перпендикулярно плоскости контура. Какую работу надо совершить, чтобы медленно повернуть виток на угол $\alpha = \pi/2$ вокруг оси, совпадающей с диаметром?

Изменение магнитного потока в данном случае

$$\Delta\Phi = \Phi_K - \Phi_H = B \cdot S (\cos \alpha_K - \cos \alpha_H)$$

Условие медленности поворота необходимо, чтобы можно было пренебречь токами индукции, наводимыми в контуре.

§ 73. Момент сил, действующих на контур с током в однородном магнитном поле

Рассмотрим плоский прямоугольный контур с текущим по нему током I , который помещен в однородное магнитное поле с индукцией B (рис. 73.1). Контур может вращаться вокруг вертикальной оси OO' . Обозначим через α угол между направлением магнитного поля и направлением нормали к плоскости контура. Согласно закону Ампера силы, действующие на участки 1-4 и 2-3 контура, направлены вертикально, они только деформируют контур, стремясь растянуть его. Силы же, действующие на участки 1-2 и 3-4 контура, определяются выражением

$$F = IbB$$

и стремятся повернуть контур так, чтобы его плоскость была перпендикулярна магнитному полю.

Т.о. со стороны магнитного поля на контур действует пара сил с моментом, равным, как видно из рис.73.1 внизу (на нижнем рисунке показан вид на контур сверху вдоль вертикальной оси):

$$M = Fh = IbB a \sin \alpha = BIS \sin \alpha,$$

где h – плечо пары сил, $S = ab$ – площадь контура. Направление – по оси вверх – механического момента, вращающего контур, показано на рис. 73.1 (для заданного направления тока и магнитного поля).

Величина, численно равная произведению силы тока I , протекающего в контуре, на площадь контура S называется магнитным моментом p_m

$$p_m = IS.$$

Таким образом, можно записать момент пары сил в виде

$$M = p_m B \sin \alpha, \quad (73.1)$$

Магнитный момент контура с током – векторная величина. Направление магнитного момента p_m совпадает с направлением положительной нормали к плоскости контура, которое определяется правилом винта: если головку винта вращать по направлению тока в контуре, то поступательное движение винта показывает направление вектора p_m .

Выражение для момента сил может быть записано в векторной форме

$$M = [p_m, B]. \quad (73.2)$$

Можно показать, что эта формула справедлива для плоского контура любой формы.

Под действием момента M контур поворачивается так, чтобы векторы p_m и B стали параллельными и одинаково направленными. Это соответствует по-

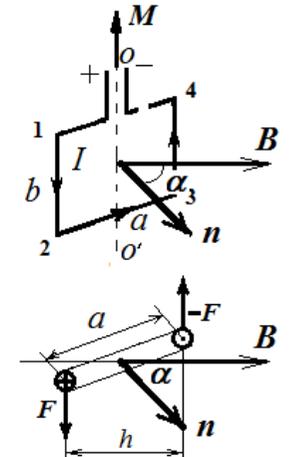


Рис. 73.1.

ложению устойчивого равновесия. Состояние, при котором векторы антипараллельны, неустойчиво.

При повороте контура на малый угол da вокруг оси OO' (рис. 73.1) нужно совершить против сил, действующих на контур в магнитном поле, работу

$$dA = Mda = p_m B \sin \alpha da.$$

Эта работа затрачивается на увеличение потенциальной энергии $W_{\text{пот}}$, которой обладает контур в магнитном поле. Действительно, поворачиваясь в первоначальное положение, контур возвращает затраченную на его поворот работу.

$$dW_{\text{пот}} = Mda = p_m B \sin \alpha da.$$

Интегрируя, получим

$$W_{\text{пот}} = -p_m B \cos \alpha + \text{const.}$$

Постоянную можно принять равной нулю (потенциальная энергия, как известно, определяется с точностью до постоянной величины).

Тогда потенциальная энергия запишется в виде скалярного произведения

$$W_{\text{пот}} = -p_m B \cos \alpha = -\mathbf{p}_m \mathbf{B}. \quad (73.3)$$

Устойчивому равновесию, при котором потенциальная энергия минимальна, соответствует случай, когда магнитный момент ориентирован параллельно направлению магнитного поля.

Пример. Квадратный проволочный контур со стороной $a = 5$ см может вращаться вокруг вертикальной оси. По контуру пропускают ток силой $I = 4$ А и помещают в магнитное поле с индукцией $B = 0,01$ Тл. Контур удерживают от поворота в положении, когда угол между нормалью к плоскости контура и направлением поля составляет $\alpha_H = 45^\circ$. Какую работу необходимо совершить, чтобы повернуть контур в положение, когда указанный угол составит $\alpha_K = 60^\circ$?

Работа внешних сил, преодолевающих действие амперовых сил и поворачивающих контур вокруг вертикальной оси, пойдет на увеличение потенциальной энергии контура с током в магнитном поле. Ситуация подобна закручиванию упругой пружины. Закручивая пружину, мы увеличиваем ее потенциальную энергию. Итак, работа внешних сил равна приращению потенциальной энергии контура:

$$A_{\text{внеш}} = \Delta W_{\text{пот}}.$$

Напомним, что *приращение* какой-либо величины – это *разность между тем, что стало и тем, что было*. Формула потенциальной энергии (с точностью до произвольной постоянной)

$$W_{\text{пот}} = -p_m B \cos \alpha.$$

Учитывая, что магнитный момент контура с током равен $p_m = IS = Ia^2$, получим

$$A_{\text{внеш}} = \Delta W_{\text{пот}} = -p_m B \cos \alpha_K - (-p_m B \cos \alpha_H) = Ia^2 B (\cos \alpha_H - \cos \alpha_K) = 4 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 0,01 \cdot (\cos 45^\circ - \cos 60^\circ) = 10^{-4} (\sqrt{2}/2 - 1/2) = 20 \text{ (мкДж)}.$$

Контрольные вопросы.

1. Какой физический смысл вектора \mathbf{B} магнитной индукции?
2. Известно, что существуют два вида электрических зарядов - положительные и отрицательные, которые можно разделить пространственно. Можно ли разделить магнит на два разноименных полюса - северный и южный?
3. По двум параллельным прямым проводникам в одном направлении проходят одинаковые токи. Чему равна индукция магнитного поля в точке, расположенной строго посередине рас-

стояния между проводниками? Каким будет поле, если токи имеют противоположное направление?

4. Как определить направление вектора магнитной индукции поля, создаваемого движущимся зарядом в данной точке пространства? Носители тока в проводнике участвуют в тепловом движении, создавая при этом магнитные поля. Почему они не учитываются?
5. Как должен быть расположен по отношению к магнитному полю проводник с током, чтобы действующая на него сила со стороны поля была максимальной?
6. Можно ли выделить отдельно (осуществить на опыте) элемент тока?
7. По двум параллельным прямым проводникам в одном направлении проходят токи. Известно, что такие проводники притягиваются. Будут ли притягиваться два параллельных пучка электронов?
8. Проводник с током электрически нейтрален, полный заряд его равен нулю. Почему же на него действует магнитное поле?
9. По двум параллельным прямым проводникам проходят постоянные токи. За счет какой энергии совершается работа притяжения или отталкивания проводников?
10. При движении контура с током в постоянном магнитном поле силы Ампера совершают работу. За счет какой энергии совершается эта работа?
11. Чем отличаются взаимодействия неподвижных зарядов и движущихся (например, в проводнике, по которому течет ток)?
12. Прочему сила Лоренца не выполняет работу?
13. Чему равна и как направлена сила, действующая со стороны магнитного поля на движущийся заряд?
14. Пучок заряженных частиц влетает в магнитное поле. Траектории частиц представляют собой окружности разного радиуса. Какие характеристики частиц определяют размеры окружностей? Почему одни частицы закручиваются в одну сторону, другие – в другую?
15. Какой вид может иметь траектория электрона, если в той области пространства, где он движется, существуют: а) только электрическое поле; б) только магнитное поле; в) одновременно оба поля? Какой вид имеет траектория электрона, влетевшего в магнитное поле Земли из космоса?
16. Электрон в некоторой области пространства движется прямолинейно. Свидетельствует ли это об отсутствии магнитного поля в данной области пространства?
17. Чем объясняется синхронность движения ионов в дуантах и изменения электрического поля в зазоре между ними?
18. Как с помощью явления Холла определить тип примесной проводимости полупроводников и концентрацию носителей тока?
19. Может ли циркуляция вектора напряженности электрического поля быть отличной от нуля?
20. Чем отличаются циркуляции вектора напряженности электрического поля и вектора магнитной индукции? В чем заключается физический смысл такого различия?
21. Какое соотношение является выражением вихревого характера магнитного поля?
22. Какой физический смысл имеют выражения $\oint \mathbf{E}_l d\mathbf{l}$ и $\oint \mathbf{B}_l d\mathbf{l}$?
23. Чему равен поток вектора магнитной индукции через замкнутую поверхность?
24. Чем отличаются потоки вектора напряженности электрического поля и вектора магнитной индукции? В чем заключается физический смысл такого различия?
25. Рамка с током ориентирована своим магнитным моментом \mathbf{p}_m по отношению к магнитному полю: а) параллельно; б) антипараллельно; в) перпендикулярно. Какое положение рамки является положением устойчивого равновесия?
26. Как действует однородное магнитное поле на плоский замкнутый контур с током?

ГЛАВА 7. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

§ 74. Намагничивание вещества

Как было отмечено ранее, источниками магнитного поля являются движущиеся заряды. Любой движущийся заряд создает в окружающем его пространстве магнитное поле. Поэтому магнитные поля могут создаваться не только электрическими токами, текущими по проводам (токами проводимости или *макротоками*), но и движением электронов в атомах, ионах и молекулах вещества (молекулярными токами или *микротоками*).

Движение электронов в атомах подчиняется квантовым законам. Однако для объяснения многих магнитных явлений можно использовать полуклассическую боровскую модель атома.

Согласно теории Н. Бора, электроны вращаются вокруг атомных ядер по замкнутым орбитам. Кроме того, они совершают вращения вокруг собственных осей подобно вращениям планет вокруг своих осей. С таким внутренним вращением связан определенный момент импульса, называемый *спином* электрона. Спином обладают не только электроны, но и атомные ядра. Орбитальные и спиновые вращения заряженных частиц аналогичны токам и возбуждают магнитные поля.

Квантовая механика заменила наглядное представление о движении электронов по орбитам и об их вращениях вокруг собственных осей более общей картиной движения. В этой картине не существует понятия траектории электрона. Хотя электрону в атоме нельзя приписать движение по какой-то определенной траектории (орбите), термин «орбитальное движение» сохранился. Электрон обладает как магнитным моментом, связанным с движением относительно атомного ядра (орбитальный магнитный момент), так и спиновым магнитным моментом, связанным с наличием у него собственного момента импульса (спина).

Магнитный момент атома является векторной суммой магнитных моментов отдельных электронов и может быть отличен от нуля или равняться нулю (только у атомов с четным числом электронов).

Магнитный момент атомного ядра примерно в тысячи раз меньше электронного магнитного момента, поскольку тяжелые атомные ядра движутся значительно медленнее легких электронов. Поэтому магнитным моментом атомного ядра, как правило, пренебрегают, и ответственными за магнитные свойства атомов являются электроны.

Из-за наличия беспорядочного теплового движения магнитные моменты атомов в отсутствие внешнего магнитного поля обычно, ориентированы хаотически. Возбуждаемые ими магнитные поля в окружающем пространстве компенсируют друг друга.

При наложении внешнего магнитного поля \mathbf{B}_0 магнитные моменты атомов ориентируются в направлении этого поля, и тогда компенсация нарушается. В таких случаях говорят, что тело *намагничено*.

Современные представления о природе магнетизма вещества хорошо согласуются с гипотезой французского физика А. Ампера, выдвинутой еще в первой половине 19-го века.

Согласно гипотезе Ампера, магнитные свойства вещества обусловлены особыми, текущими внутри молекул вещества молекулярными токами.

Эти микроскопические молекулярные токи могут поворачиваться в магнитных полях макротоков, создавая в теле дополнительное магнитное поле. Блестящая догадка Ампера подтвердилась и дополнилась дальнейшим развитием науки, начиная с открытия строения атомов и молекул

Все вещества способны намагничиваться, они называются *магнетиками*.

Когда вещество намагничивается, то возникает дополнительное поле \mathbf{B}' , которое складывается с внешним полем \mathbf{B}_0 , так что, согласно принципу суперпозиции, полное поле в веществе

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}' \quad (74.1)$$

Для того, чтобы характеризовать степень намагничивания вещества, вводится понятие *намагниченности* \mathbf{J} .

Намагниченностью называется величина, равная отношению суммарного магнитного момента атомов, содержащихся в малом объеме ΔV вещества, к величине этого объема:

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum \mathbf{p}_m, \quad (74.2)$$

здесь ΔV – физически бесконечно малый объем магнетика, \mathbf{p}_m – магнитный момент отдельного атома (молекулы). Таким образом, намагниченность есть магнитный момент единицы объема.

Из формулы (74.2) установим размерность \mathbf{J} . Так как размерность магнитного момента

$$[\mathbf{p}_m] = [I] [S] = \text{А} \cdot \text{м}^2, \text{ то}$$

$$[J] = \frac{\text{А} \cdot \text{м}^2}{\text{м}^3} = \frac{\text{А}}{\text{м}}.$$

§ 75. Описание магнитного поля в веществе Циркуляция вектора магнитной индукции в веществе. Напряженность магнитного поля. Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость

В вакууме магнитное поле создают только макротоки, а в веществе – макротоки и микротоки. Вектор магнитной индукции \mathbf{B} в веществе складывается из двух полей: \mathbf{B}_0 , создаваемого намагничивающимися токами в вакууме (макротоками), и поля \mathbf{B}' намагниченного вещества (микротоками)

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}'.$$

Обобщим закон полного тока для магнитного поля в вакууме (69.6) на магнитное поле в веществе, т.е. определим циркуляцию вектора \mathbf{B} .

Для поля в веществе в правую часть закона полного тока (69.6) должна входить сумма как токов проводимости, так и молекулярных токов, пронизывающих рассматриваемый контур, т.е.

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{l} = \mu_0 (\sum I_{\text{макро}} + \sum I_{\text{мол}}). \quad (75.1)$$

Здесь $\sum I_{\text{макро}}$ и $\sum I_{\text{мол}}$ – алгебраические суммы макро- и микротоков (молекулярных токов), охватываемых замкнутым контуром L , т.е. результирующие макро- и микротоки сквозь поверхность, натянутую на контур L .

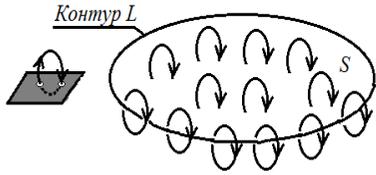


Рис. 75.1.

Согласно представлениям классической физики, электроны в атомах движутся по некоторым замкнутым орбитам. Такое движение электрона эквивалентно замкнутому круговому току (*молекулярному току*).

Вычислим алгебраическую сумму молекулярных токов, текущих через поверхность S , ограниченную некоторым контуром L (рис. 75.1).

Для *внутренних точек* поверхности S каждый молекулярный ток пересекает поверхность S дважды – в одну сторону и другую в противоположных направлениях. Вклад такого тока в сумму токов равен нулю (рис. 75.1, слева).

Для *приграничных точек* поверхности S (рис. 75.1, справа) имеются молекулярные токи, которые огибают контур L поверхности, т.е. пересекают рассматриваемую поверхность в одном направлении, создавая некомпенсированный результирующий ток через поверхность.

Найдем сумму молекулярных токов, которые обвиваются вокруг контура, как говорят, «нанизанных» на контур L . Обозначим через α угол между вектором dl малого элемента замкнутого контура L и вектором намагничённости \mathbf{J} (рис. 75.2).

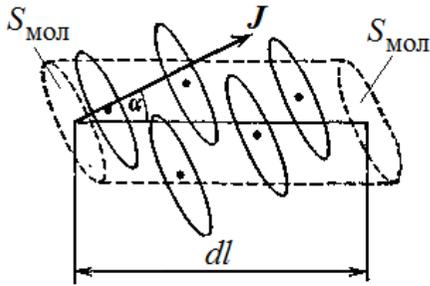


Рис. 75.2.

На элемент dl контура «нанизаны» молекулярные токи всех молекул, находящихся в объеме косоугольного цилиндра с образующей dl и основанием, равным $S_{\text{мол}}$ ($S_{\text{мол}}$ – площадь, охватываемая отдельным молекулярным током). Объем косоугольного цилиндра $S_{\text{мол}} dl \cos \alpha$. Если n – число молекул в единице объема, то суммарный ток, охватываемый элементом dl равен

$$n I_{\text{мол}} S_{\text{мол}} dl \cos \alpha.$$

По определению магнитный момент

отдельного кругового тока

$$p_m = I_{\text{мол}} \cdot S_{\text{мол}}.$$

Тогда намагничённость или магнитный момент единицы объема (по модулю)

$$\mathbf{J} = n I_{\text{мол}} S_{\text{мол}}, \quad (75.2)$$

а выражение $n I_{\text{мол}} S_{\text{мол}} \cos \alpha$ дает проекцию J_l вектора \mathbf{J} на направление элемента dl .

Следовательно, на элемент dl «нанизан» молекулярный ток $J_l dl$, а на весь контур L «нанизаны» молекулярные токи

$$\sum_L I_{\text{мол}} = \oint_L J_l dl = \oint_L \mathbf{J} dl. \quad (75.3)$$

Теперь выражение (75.1) для закона полного тока в веществе примет вид

$$\oint_L \mathbf{B} dl = \mu_0 \sum I_{\text{макро}} + \mu_0 \oint_L \mathbf{J} dl.$$

Разделив на μ_0 и объединив обе циркуляции, получим

$$\oint_L \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{J} \right) dl = \sum I_{\text{макро}} \quad (75.4)$$

Выражение упрощается, если ввести вспомогательную величину

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{J} \quad (75.5)$$

Эта вспомогательная величина \mathbf{H} называется *напряженностью магнитного поля*.

Ее циркуляция определяется только макроскопическими токами:

$$\oint_L \mathbf{H} dl = \oint_L H_l dl = \sum I_{\text{макро}} \quad (75.6)$$

Т.е. *циркуляция вектора напряженности магнитного поля по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости, пронизывающих этот контур*.

Единицей напряженности магнитного поля является ампер на метр (А/м). В технике используется также внесистемная единица – *эрстед*. $1 \text{ Э} \approx 79,58 \text{ А/м}$.

Как показывает опыт, для достаточно слабых магнитных полей и большинства встречающихся в природе веществ зависимость \mathbf{J} от \mathbf{H} имеет линейный характер

$$\mathbf{J} = \chi \mathbf{H}. \quad (75.7)$$

Коэффициент пропорциональности χ называется *магнитной восприимчивостью* данного вещества.

Так как \mathbf{J} и \mathbf{H} имеют одинаковую размерность, χ – безразмерная величина. Магнитная восприимчивость χ характеризует способность вещества намагничиваться во внешнем магнитном поле.

Для вакуума $\chi = 0$, а для любого вещества $\chi \neq 0$, т.е. все вещества способны намагничиваться и потому являются магнетиками. Для одних веществ (*диамагнетиков*) $\chi < 0$ (т.е. направление \mathbf{J} противоположно \mathbf{H} и внешнее поле в диамагнетиках ослабляется).

Для других – (*парамагнетиков*) $\chi > 0$ (т.е. направление \mathbf{J} и \mathbf{H} совпадают и внешнее поле усиливается).

Из равенства (75.5) вытекает $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{J}$, т.е. магнитное поле в магнетике состоит из внешнего магнитного поля $\mu_0 \mathbf{H}$ и магнитного поля намагничённого магнетика $\mu_0 \mathbf{J}$. С учетом (75.7) это равенство можно переписать так:

$$\mathbf{B} = \mu_0 (1 + \chi) \mathbf{H},$$

и материальное уравнение для магнитного поля принимает вид

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}. \quad (75.8)$$

Безразмерная величина

$$\mu = (1 + \chi) \quad (75.9)$$

называется *магнитной проницаемостью* вещества.

Магнитная проницаемость μ – макроскопический параметр, материальная константа, которая характеризует магнитные свойства разных магнетиков. Магнитную проницаемость μ определяют экспериментально.

Описание магнитного поля в терминах векторов \mathbf{B} и \mathbf{H} позволяет не рассматривать молекулярных токов. Для однородной намагничивающейся среды формулы закона Био-Савара-Лапласа и др. могут быть получены заменой в них μ_0 на $\mu_0 \mu$:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi} \int_L \frac{[d\mathbf{l}, \mathbf{r}]}{r^3} \text{ и т.д.}$$

Чтобы выяснить физический смысл напряженности магнитного поля \mathbf{H} и

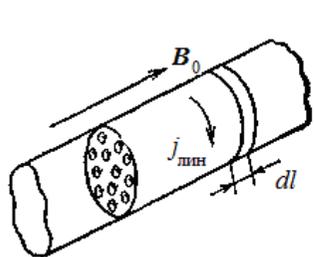
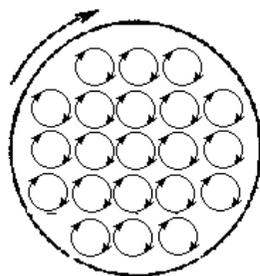


Рис. 75.3



магнитной проницаемости μ , рассмотрим магнетик в виде кругового цилиндра, внесенного в однородное внешнее магнитное поле с индукцией \mathbf{B}_0 и расположенного вдоль внешнего поля (рис. 75.3, слева).

Под действием поля молекулярные токи установятся так, что их магнитные моменты расположатся вдоль оси цилиндра, а плоскости токов станут перпендикулярными этой оси. Рассмотрим молекулярные токи, лежащие в одном из поперечных сечений цилиндра. (рис. 75.3, справа).

Молекулярные токи соседних молекул в местах их соприкосновения текут в противоположных направлениях и компенсируют друг друга. Нескомпенсированными остаются только молекулярные токи, выходящие на наружную боковую поверхность цилиндра. Эти токи складываются в макроскопический поверхностный ток, циркулирующий по боковой поверхности цилиндра.

Обозначим линейную плотность поверхностного тока через $j_{\text{лин}}$. Ток, текущий по боковой поверхности цилиндра, подобен току в соленоиде с числом ампер-витков $nI = j_{\text{лин}}$.

Магнитная индукция внутри такого соленоида определяется формулой (70.3)

$$\mathbf{B}' = \mu_0 j_{\text{лин}} \quad (75.10)$$

В соответствии с правилом правого винта направление \mathbf{B}' совпадает с направлением \mathbf{B}_0 . Вне цилиндра $\mathbf{B}' = 0$.

Выделим мысленно в цилиндре перпендикулярно к его оси слой толщины dl (рис. 75.3). Молекулярные токи, расположенные в этом слое, эквивалентны круговому току силы $j_{\text{лин}} dl$. По определению магнитного момента кругового тока

$$dp_m = j_{\text{лин}} S dl,$$

где S – площадь поперечного сечения цилиндра. Разделив dp_m на объем слоя $dV = S dl$, получим магнитный момент единицы объема – намагниченность цилиндра:

$$J = j_{\text{лин}} \quad (75.11)$$

Т.о. модуль намагниченности цилиндра равен линейной плотности обтекающего цилиндра молекулярного тока.

Тогда дополнительное поле \mathbf{B}' , создаваемое молекулярными токами

$$\mathbf{B}' = \mu_0 \mathbf{J} \quad (75.12)$$

Сложив векторы \mathbf{B}_0 и \mathbf{B}' , найдем магнитную индукцию результирующего поля внутри цилиндра

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}' = \mathbf{B}_0 + \mu_0 \mathbf{J}$$

Подстановка этого выражения в формулу (75.5) дает напряженность поля внутри цилиндра

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{J} = \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0} = \mathbf{H}_0 \quad (75.13)$$

Следовательно, напряженность поля в цилиндре оказывается совпадающей с напряженностью внешнего поля. В данном примере напряженность магнитного поля не зависит от магнитных свойств среды. В веществе напряженность магнитного поля \mathbf{H} определяет тот вклад в магнитную индукцию \mathbf{B} , который дают внешние источники поля (макротоки, другие магниты и т.д.).

Если, например, поле создается катушкой с током, в которую вставлен железный сердечник, то напряженность магнитного поля \mathbf{H} внутри сердечника имеет физический смысл внешнего поля и может быть рассчитана, исходя из геометрии катушки и тока в ней. Напряженность \mathbf{H} совпадает с точностью до постоянного размерного коэффициента μ_0 с вектором \mathbf{B}_0 , который был бы создан этой катушкой при отсутствии сердечника.

Умножив \mathbf{H} на $\mu_0 \mu$, получим магнитную индукцию внутри цилиндра:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H} = \mu_0 \mu \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0} = \mu \mathbf{B}_0 \quad (75.14)$$

Отсюда вытекает, что магнитная проницаемость μ показывает, во сколько раз усиливается поле в магнетике.

Примечание. Полученная трактовка напряженности справедлива лишь в тех случаях, когда однородный и изотропный магнетик заполняет весь объем, ограниченный поверхностями, которые образованы линиями вектора \mathbf{B}_0 .

§ 75, а. Граничные условия на границе раздела двух магнетиков

Рассмотрим магнитное поле на границе раздела двух магнетиков с различными магнитными проницаемостями μ_1 и μ_2 . Чтобы найти, как меняется магнитное поле на этой границе, мы воспользуемся теоремой Гаусса для магнитного поля и теоремой о циркуляции вектора напряженности \mathbf{H} .

Согласно теореме Гаусса поток вектора магнитной индукции \mathbf{B} через любую замкнутую поверхность всегда равен нулю:

$$\oint_S \mathbf{B}_n dS = 0.$$

Выберем поверхность S в виде параллелепипеда, основания которого лежат по разные стороны границы раздела магнетиков (рис. 75.4) Одно из оснований лежит в среде 1 с магнитной проницаемостью μ_1 , а другое – в среде 2 с магнитной проницаемостью μ_2 . Если устремить высоту h параллелепипеда к нулю, то поток вектора \mathbf{B} через боковую поверхность параллелепипеда также окажется

бесконечно малым, и мы получим полный поток, т.е. разность потоков через верхнюю и нижнюю грани :

$$B_{1n}S - B_{2n}S = 0.$$

где S – площадь основания. Это дает

$$B_{1n} = B_{2n}. \quad (75.15)$$

Рассмотрим теперь небольшой прямоугольный контур на границе раздела двух магнетиков, одно ребро которого длиной a лежит в среде 1, а другое – в среде 2 (рис. 75.5). Вычислим для него циркуляцию вектора \mathbf{H} . Ширину контура b возьмем настолько малой, чтобы вкладом в циркуляцию сторон, перпендикулярных к границе раздела, можно было пренебречь. Тогда для циркуляции получаем: $\oint_L \mathbf{H}_l dl = (H_{2\tau} - H_{1\tau})a$, где H_τ – модуль тангенциальной составляющей вектора \mathbf{H} .

Так как контур не охватывает токов проводимости, то в соответствии с теоремой о циркуляции вектора напряженности \mathbf{H} циркуляция должна быть равна нулю, поэтому:

$$H_{1\tau} = H_{2\tau}. \quad (75.16)$$

Таким образом, на границе раздела двух магнетиков нормальная составляющая магнитной индукции и тангенциальная составляющая напряженности магнитного поля остаются непрерывными, а тангенциальная составляющая магнитной индукции и нормальная составляющая напряженности магнитного поля терпят разрыв.

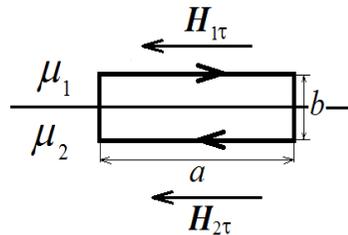


Рис. 75.5

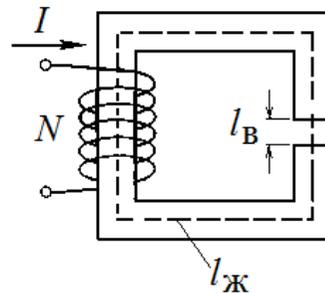


Рис. 75.6.

Технические приложения законов магнетостатики. В устройствах современной электротехники – электромагнитах, генераторах электрического тока, электродвигателях и т.д. – широко используют магнитные потоки.

На практике часто возникает задача об определении магнитного поля в зазоре между полюсами электромагнита. В изображенном на рис. 75.6 электромагните магнитное поле направлено вдоль оси железного сердечника, так что на границе между сердечником и воздушным зазором вектор \mathbf{B} направлен по нормали к поверхности раздела. В соответствии с формулой (75.15) это означает, что магнитная индукция в сердечнике и магнитная индукция в зазоре одинаковы по величине.

Применим теперь теорему о циркуляции вектора \mathbf{H} к контуру, проходящему по оси сердечника. Полный ток, охватываемый контуром, равен NI , где N – число витков обмотки электромагнита, а I – сила тока в ней. Обозначим через $l_{ж}$ и $l_{в}$ длины участков контура, проходящие соответственно через железный сердечник и через воздушный зазор. Имея в виду, что напряженность магнитного поля в сердечнике равна $H_{ж} = B/(\mu_0 \mu_{ж})$, где $\mu_{ж}$ – магнитная проницаемость железа, а напряженность магнитного поля в зазоре равна $H_{в} = B/(\mu_0 \mu_{в})$, где $\mu_{в}$ – магнитная проницаемость вещества в зазоре, мы можем записать теорему о циркуляции вектора \mathbf{H} :

$$\oint_L \mathbf{H}_l dl = H_{ж} l_{ж} + H_{в} l_{в} = NI,$$

или

$$\frac{B}{\mu_0 \mu_{ж}} l_{ж} + \frac{B}{\mu_0 \mu_{в}} l_{в} = NI.$$

Отсюда

$$B = \frac{NI}{\frac{l_{ж}}{\mu_0 \mu_{ж}} + \frac{l_{в}}{\mu_0 \mu_{в}}}. \quad (75.17)$$

Последнюю формулу можно преобразовать. Обычно длина $l_{ж}$ сердечника электромагнита бывает порядка 1 м, длина воздушного зазора $l_{в}$ – порядка нескольких сантиметров, магнитная проницаемость воздуха $\mu_{в} = 1$ с большой точностью, а магнитная проницаемость железа $\mu_{ж}$ порядка нескольких тысяч. Поэтому первым слагаемым в знаменателе формулы (75.17) можно пренебречь. Тогда

$$B \approx \frac{\mu_0 NI}{l_{в}}. \quad (75.18)$$

Увеличивая число витков N электромагнита и уменьшая размеры воздушного зазора $l_{в}$, можно получить поля с большим значением \mathbf{B} . Напомним, что значение магнитной индукции \mathbf{B} , полученное в лабораториях, имеет порядок нескольких тесла.

Пример. Электромагнит, изображенный на рис. 75.6, имеет следующие параметры: магнитная проницаемость железа $\mu_{ж} = 2000$, длина воздушного зазора $l_{в} = 5$ мм, число витков в обмотке $N = 1200$. Какой ток I должен протекать по обмотке, чтобы магнитная индукция в зазоре составляла $B = 1,5$ Тл?

Пользуясь формулой (75.18), находим

$$I = \frac{Bl_e}{\mu_0 N} = \frac{1,5 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 1,2 \cdot 10^3} \approx 5A.$$

§ 76. Природа молекулярных токов. Магнитные свойства атомов

Используем боровскую модель атома. Электрон, движущийся в атоме по круговой орбите (рис 76.1), можно условно уподобить контуру с током и считать, что электрон образует круговой ток.

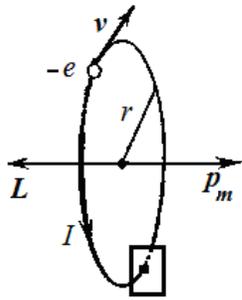


Рис. 76.1.

Представим себе площадку, пересекающую орбиту электрона и перпендикулярную к орбите. Сила тока равна заряду, переносимому через площадку за 1 с. За 1 с через нее будет перенесен заряд $I = ev$, где e – заряд электрона, v – число оборотов электрона в секунду. Следовательно, магнитный момент такого контура равен

$$p_m = IS = ev \cdot \pi r^2, \quad (76.1)$$

где r – радиус электронной орбиты. Свяжем p_m со скоростью электрона $v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r \nu$ (T -период вращения электрона), получим отсюда $\pi r v = \frac{v}{2}$, подставляя в

выражение для p_m , получим:

$$p_m = \frac{evr}{2}. \quad (76.2)$$

Эта величина называется **орбитальным магнитным моментом** электрона.

На рис. 76.1 электрон движется по часовой стрелке, а ток направлен в противоположную сторону - против часовой стрелки, т.к. заряд электрона отрицательный. Направление вектора p_m образует с направлением тока правовинтовую систему. Вектор p_m направлен перпендикулярно плоскости орбиты на рис. 76.1 вправо.

С другой стороны, движущийся по орбите электрон обладает моментом импульса

$$L = m_e vr,$$

где m_e — масса электрона. Вектор L называют **орбитальным механическим моментом** электрона. Он также образует с направлением движения электрона правовинтовую систему. Вектор L направлен перпендикулярно плоскости орбиты на рис. 76.1 влево.

Следовательно, для электрона (как отрицательно заряженной частицы) направления векторов p_m и L противоположны.

Отношение магнитного момента элементарной частицы к ее механическому моменту называется **магнитомеханическим** (или **гиромагнитным**) отношением. Для орбитального движения электрона оно равно

$$\frac{p_m}{L} = -\frac{e}{2m_e} \quad (76.3)$$

Знак минус указывает на то, что направления моментов противоположны.

Кроме орбитальных моментов электрон обладает **собственным механическим** L_s и **магнитным** $p_{m,s}$ **моментами**, для которых магнитомеханическое отношение в два раза больше:

$$\frac{p_{m,s}}{L_s} = -\frac{e}{m_e} \dots \dots \dots (76.4)$$

Собственный механический момент (**спин**) и связанный с ним собственный (спиновый) магнитный момент является неотъемлемыми свойствами элементарных частиц, как их масса и заряд. Спин имеет квантовую природу и не связан с перемещением частицы как целого. В очень грубом приближении его связывают с вращением частицы вокруг собственной оси.

Спин элементарных частиц (в проекции на направление внешнего магнитного поля B_0) оказывается целым или полуцелым кратным фундаментальной постоянной физики – постоянной Планка $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

В частности, эта проекция вектора L_s для электрона равна $\frac{\hbar}{2}$, поэтому обычно говорят, что спин электрона равен половине. Соответственно, собственный магнитный момент электрона (в проекциях на направление B_0) равен

$$p_{m,s} = -\frac{e}{m_e} L_s = -\frac{e\hbar}{2m_e} \quad (76.5)$$

Величину $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 0,927 \cdot 10^{-23}$ Дж/Тл называют **магнетонам Бора**.

Следовательно, собственный магнитный момент электрона равен одному магнетону Бора.

Как показывается в квантовой теории Бора, орбитальный механический момент может принимать значения, кратные постоянной Планка: $L = n\hbar$, $n = 1, 2, \dots$ С учетом (76.3) получаем, что наименьший отличный от нуля орбитальный магнитный момент равен $|p_m| = \frac{e\hbar}{2m_e} = \mu_B$. Таким образом, **магнетон Бора** —

наименьшая единица магнитного момента, «квант» магнитного момента.

Как видим, магнитный момент электрона складывается из орбитального и спинового магнитных моментов. Результирующий магнитный момент атома образуется в результате векторного сложения магнитных моментов всех элементарных частиц, содержащихся в атоме. Как уже указывалось, магнитные моменты ядер в тысячи раз меньше магнитных моментов электронов, поэтому ими пренебрегают. Поэтому общий магнитный момент атома (молекулы) p_a равен векторной сумме магнитных моментов (орбитальных и спиновых) входящих в атом (молекулу) электронов:

$$p_a = \sum p_m + \sum p_{ms}. \quad (76.6)$$

§ 77. Диа- и парамагнетизм

Все вещества являются магнетиками – при внесении их во внешнее магнитное поле намагничиваются, т.е. создают свое собственное магнитное поле, накладывающееся на внешнее поле.

По своим магнитным свойствам магнетики подразделяются на три основные группы:

- 1) *диамагнетики*, у которых магнитная восприимчивость χ отрицательна и мала по модулю, $\chi < 0$, $|\chi| \ll 1$, $|\chi| \sim 10^{-6} - 10^{-9}$, а магнитная проницаемость $\mu < 1$;
- 2) *парамагнетики*, у которых χ тоже мала, но положительна, $\chi > 0$, $\chi \sim 10^{-3} - 10^{-6}$, $\mu > 1$;
- 3) *магнитоупорядоченные вещества* (ферро-, антиферро-, и ферримагнетики) у которых χ положительна, $\chi > 0$ и достигает очень больших значений, $\chi \gg 1$, $10^2 < \chi < 10^5$, $\mu \gg 1$.

Диамагнетики – вещества, которые очень слабо намагничиваются против намагничивающего поля.

Диамагнетики состоят из таких частиц (атомов, ионов, молекул), в которых в отсутствие внешнего магнитного поля магнитный момент атома (сумма спиновых и орбитальных магнитных моментов) равен нулю.

Рассмотрим, что происходит с атомами диамагнетика во внешнем магнитном поле. Поскольку электрон в атоме можно уподобить круговому току, характеризующемуся магнитным моментом p_m , то при помещении атома во внешнее магнитное поле на электрон, движущийся по орбите, начнет действовать вращательный момент

$$M = [p_m, B_0],$$

стремящийся установить орбитальный момент электрона p_m по направлению поля B_0 (рис. 77.1). Под действием этого момента M вектор орбитального момента электрона p_m будет прецессировать вокруг направления вектора магнитной индукции B_0 , т.е. получит дополнительное равномерное вращение, при котором вектор p_m станет описывать конус вокруг направления B_0 (рис. 77.1). Таким образом, вектор p_m , перпендикулярный к плоскости электронной орбиты, сохраняет неизменный угол α наклона к внешнему полю и вращается вокруг B_0 с некоторой угловой скоростью. Это движение напоминает прецессию оси волчка вокруг вертикальной оси в поле силы тяжести.

Частота прецессии электронной орбиты

$$\Omega = eB/(2m_e), \quad (77.1)$$

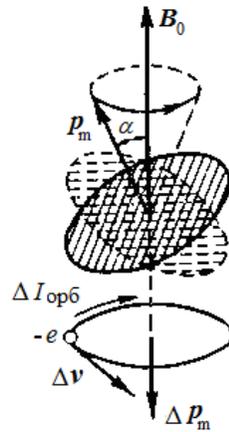


Рис. 77.1.

которую называют *ларморовской* частотой, не зависит ни от угла наклона орбиты электрона к вектору B_0 , ни от радиуса орбиты или скорости электрона и, следовательно, для всех электронов одинакова.

Прецессия электронной орбиты создает дополнительное движение электрона во внешнем магнитном поле B_0 . Это движение, как и любое движение зарядов, приводит к возникновению *индуцированного магнитного момента*, причем, в данном случае, направленного против поля.

На рис. 77.1 показано прецессионное движение электрона и его орбитального магнитного момента p_m . Прецессионное движение электрона создает индуцированный орбитальный магнитный момент Δp_m , противоположный вектору B_0 по направлению.

Следовательно, у *диамагнитных веществ во внешнем магнитном поле B_0 возникает противоположное индуцированное магнитное поле B' , которое ослабляет внешнее:*

$$B = B_0 - B',$$

т.е. магнитная восприимчивость $\chi < 0$, а магнитная проницаемость $\mu < 1$.

К диамагнетикам относятся инертные газы, азот, водород, многие металлы: висмут Bi, цинк Zn, медь Cu, золото Au, серебро Ag, вода, смолы, стекло, мрамор, кремний Si, фосфор P, также многие другие, как органические, так и неорганические, соединения. Человек в магнитном поле ведет себя как диамагнетик.

Пример 1. Приведем значения магнитной восприимчивости для некоторых диамагнетиков.

Диамагнетик	Магнитная восприимчивость, χ
N ₂ (газ)	$-6,75 \cdot 10^{-9}$
Bi	$-1,5 \cdot 10^{-4}$
Au	$-2,9 \cdot 10^{-5}$
Cu	$-1 \cdot 10^{-5}$
H ₂ O	$-7 \cdot 10^{-6}$

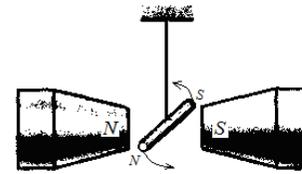


Рис. 77.2.

Можно показать на опыте, что намагничивание диамагнетика происходит против внешнего поля. Подвешенный между полюсами сильного электромагнита висмутовый стерженек (рис. 77.2) намагничивается так, что северный полюс диамагнетика оказывается против северного полюса магнита, а южный – против южного. Диамагнетик слабо выталкивается из магнитного поля. Стерженек устанавливается перпендикулярно полю.

Парамагнетики – также слабомагнитные вещества, но они намагничиваются по полю. У парамагнетиков векторная сумма орбитальных и спиновых моментов электронов не равна нулю, поэтому молекулы парамагнитного вещества имеют собственное магнитное поле.

В отсутствие внешнего магнитного поля эти магнитные микрополя молекул тепловым движением ориентированы в пространстве хаотически, и поэтому суммарное магнитное макрополе парамагнетика равно нулю.

При помещении парамагнитного вещества во внешнее магнитное поле B_0 у электронов вещества, также как у диамагнетиков, возникает ларморова прецессия. Однако внешнее магнитное поле не только индуцирует дополнительный магнитный момент Δp_m , но и ориентирует собственный момент атомов.

Возникающий при этом направленный по полю магнитный момент оказывается гораздо больше, чем индуцированный магнитный момент Δp_m , направленный против поля.

В результате суммарное собственное магнитное поле парамагнетика B становится отличным от нуля и направлено вдоль внешнего поля B_0 .

Следовательно, парамагнетик, помещенный во внешнее магнитное поле, усиливает это поле:

$$B = B_0 + B',$$

магнитная восприимчивость $\chi > 0$ и магнитная проницаемость $\mu > 1$.

Парамагнитный эффект зависит от температуры, поскольку тепловое движение атомов и молекул нарушает преимущественную ориентацию магнитных моментов во внешнем магнитном поле. П. Кюри экспериментально установил закон зависимости магнитной восприимчивости парамагнетиков от температуры

$$\chi = \frac{C}{T}, \quad (77.2)$$

где C – постоянная Кюри, зависящая от вещества, T – абсолютная температура.

При внесении парамагнитного стерженька (например, магниевого) в поле сильного электромагнита, он устанавливается вдоль поля и слабо притягивается к ближайшему полюсу (рис. 77.3).

К парамагнетикам относятся щелочноземельные и щелочные металлы – натрий Na, калий K, кальций Ca, а также платина Pt, алюминий Al, из газов – кислород O_2 .

Пример2. Приведем значения магнитной восприимчивости для некоторых парамагнетиков

Парамагнетик	Магнитная восприимчивость, χ
O_2 (жидк)	$3,6 \cdot 10^{-3}$
Pt	$2,5 \cdot 10^{-4}$
Al	$2,4 \cdot 10^{-3}$
O_2 (газ)	$1,5 \cdot 10^{-6}$

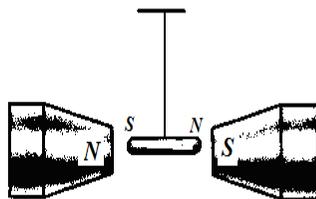


Рис. 77.3.

§ 78. Магнитоупорядоченные вещества (ферро -, антиферро -, ферримагнетики)

В отличие от диа- и парамагнетиков, которые называются слабомагнитными веществами, существуют сильномагнитные вещества – ферромагнетики.

Ферромагнетиками называются вещества, в которых собственное (внутреннее) магнитное поле в сотни и тысячи раз сильнее вызвавшего его внешнего магнитного поля. Ферромагнетики обладают самопроизвольной намагниченностью, т. е. они могут оставаться намагниченными даже в отсутствие внешнего магнитного поля.

К ферромагнетикам относятся кристаллы, построенные из атомов переходных элементов (атомов с недостроенными внутренними электронными слоями): железо Fe (от которого идет название «ферромагнетизм»), никель Ni, кобальт Co, гадолиний Gd, их оксиды и сульфиды, сплавы из неферромагнитных компонентов на основе марганца и хрома и др.

Ответственными за большую величину намагниченности ферромагнетиков являются собственные (*спиновые*) магнитные моменты электронов, принадлежащих ионам кристаллической решетки.

При определенных условиях в кристаллах могут возникать силы, которые заставляют спиновые магнитные моменты электронов выстраиваться параллельно друг другу. Происхождение этих сил – чисто квантовомеханический эффект, обусловленный волновыми свойствами электронов. В результате любое ферромагнитное тело оказывается разбитым на малые области *спонтанного* (самопроизвольного) *намагничивания*, которые называют **доменами**. Домены имеют размеры порядка 1—10 мкм.

В пределах каждого домена ферромагнетик спонтанно намагничен до предела и обладает определенным магнитным моментом. Направления этих моментов для разных доменов различны (рис. 78.1). Стрелками здесь условно изображены магнитные моменты электронов. Энергетически выгодным состоянием доменов являются замкнутые магнитные цепи, так что в отсутствие внешнего поля суммарный магнитный момент всего тела равен нулю.

Действие внешнего поля на домены на различных стадиях процесса намагничивания различно. Вначале, при слабых полях, наблюдается *смещение*

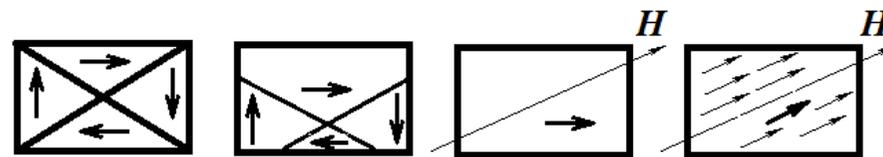


Рис. 78.1.

границ доменов (рис. 78.1). За счет объемов соседних доменов растут объемы доменов, у которых намагниченность ориентирована наиболее близко и выгод-

внешнего поля становится равной нулю (точка 2), намагниченность не исчезает и характеризуется величиной J_r , которая называется *остаточной намагниченностью*. При этом часть магнитных моментов атомов остается ориентированной в первоначальном направлении. Магнитная индукция имеет, соответственно, значение B_r , называемое *остаточной индукцией*.

Итак, уменьшение H не сопровождается соответствующим уменьшением J , наблюдается отставание размагничивания. Явление отставания (запаздывание) изменений намагниченности тела от изменений напряженности магнитного поля называется магнитным *гистерезисом* (от греч. «запаздывание»). Для полного размагничивания образца будем увеличивать H в противоположном направлении (изменим направление тока в катушке на противоположное). При $H = -H_n$ остаточная намагниченность исчезает (кривая 2 — 3).

Напряженность поля H_c , при которой уничтожается остаточная намагниченность J_r , является мерой устойчивости ферромагнетика и называется задерживающей или *коэрцитивной силой*.

Существование остаточной намагниченности делает возможным изготовление *постоянных магнитов*, т. е. тел, которые без затраты энергии на поддержание макроскопических токов обладают магнитным моментом и создают в окружающем их пространстве магнитное поле. Постоянный магнит тем лучше сохраняет свои свойства, чем больше коэрцитивная сила материала, из которого он изготовлен.

Если дальше увеличивать H в противоположном направлении, то намагниченность изобразится кривой 3—4, и при $H = -H_n$ достигается насыщение (точка 4), ферромагнетик перемагничивается. Затем образец можно опять намагнитить (кривая 4—5—6) и вновь перемагнитить до насыщения (кривая 6—1).

Таким образом, при действии на ферромагнетик переменного магнитного поля намагниченность J изменяется в соответствии с кривой 1—2—3—4—5—6—1, которая называется *петлей гистерезиса*. Гистерезис приводит к тому, что намагниченность J ферромагнетика не является однозначной функцией H , т. е. одному и тому же значению H соответствует несколько значений J . Например, в поле напряженности H_1 (рис. 78.6) намагниченность может иметь любое значение в пределах от J'_1 до J''_1 .

Работа, необходимая для перемагничивания ферромагнетика совершается за счет энергии внешнего магнитного поля. Можно показать, что энергия, которая расходуется за один цикл перемагничивания ферромагнетика, пропорциональна площади петли гистерезиса.

Если коэрцитивная сила H_c велика, ферромагнетик называется **магнитно-жестким**. Для него характерна широкая петля гистерезиса. Ферромагнетик с малой H_c (и соответственно узкой петлей гистерезиса) называется **магнитно-мягким**. В зависимости от назначения используются ферромагнетики с той или иной характеристикой. Так, жесткие ферромагнетики (например, углеродистые и вольфрамовые стали) применяются для изготовления постоянных магнитов, а мягкие (например, мягкое железо, сплав железа с никелем) — для изготовления сердечников трансформаторов, электродвигателей и т. д., в

которых происходит перемагничивание в переменных магнитных полях, а потери энергии при этом будут незначительными.

Пример. Магнитно-мягкие материалы: железо (99,9% Fe) $\mu_{\max} = 5\,000$, коэрцитивная сила $H_c = 80$ А/м; пермаллой (78 % Ni, 22 % Fe) $\mu_{\max} \cong 10^6$, $H_c = 0,3$ А/м. Магнитно-жесткий материал: аллико (8 % Al, 14 % Ni, 24 % Co, 3 % Cu, 51% Fe): $H_c = 53\,000$ А/м.

Намагниченность ферромагнетиков зависит от температуры. С повышением температуры остаточное намагничивание уменьшается и при определенной температуре, которая называется **точкой Кюри**, исчезает совсем. Это объясняется достаточно интенсивным тепловым движением молекул ферромагнетика и дезориентацией спиновых магнитных моментов. Точка Кюри для разных ферромагнетиков неодинакова: для железа 768 °С, никеля — это 358 °С, кобальта — 1127 °С, пермаллоя — 550 °С и т. п. С переходом через точку Кюри ферромагнетик ведет себя во внешнем магнитном поле как парамагнетик. Переход вещества из ферромагнитного состояния в парамагнитное, происходящий в точке Кюри, не сопровождается поглощением или выделением теплоты, т. е. в точке Кюри происходит фазовый переход II рода.

Наконец, процесс намагничивания ферромагнетиков сопровождается изменением его линейных размеров и объема. Это явление получило название *магнитострикции*.

Существуют вещества, в которых обменные силы вызывают *антипараллельную* ориентацию спиновых магнитных моментов электронов. Такие тела называются **антиферромагнетиками**.

К антиферромагнетикам относят вещества, для которых обменное взаимодействие приводит к противоположной ориентации магнитных моментов соседних атомов. Кристаллическую структуру таких веществ можно представить как наложение двух или более кристаллических подрешеток, в каждой из которых магнитные моменты атомов параллельны друг другу и одинаковы по модулю. Для разных подрешеток магнитные моменты атомов направлены противоположно и равны по модулю (рис. 78.7, б). Поэтому в отсутствие магнитного поля, несмотря на то, что векторы намагничивания каждой подрешетки отличны от нуля, намагниченность всего антиферромагнетика равна нулю.

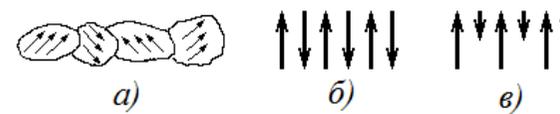


Рис. 78.7.

Типичными примерами антиферромагнетиков являются такие металлы, как марганец, хром, самарий, неодим, а также окислы металлов MnO, FeO, CoO и др.

Для антиферромагнетиков существует температура, выше которой он теряет свои необычные свойства и становится парамагнетиком. Эта температура получила название температуры Нееля.

Так, например, для марганца она составляет $T_N = 100$ К, для хрома $T_N = 310$ К, для окисла NiO $T_N = 650$ К. Поведение ферромагнетика ниже температуры Кю-

ри и антиферромагнетика ниже температуры Нееля существенно отличаются. У ферромагнетика намагниченность может достигать больших значений, а для антиферромагнетика стремится к нулю.

Ферримагнетики имеют такую же кристаллическую структуру, как и антиферромагнетики – она состоит из нескольких подрешеток, магнитные моменты атомов соседних подрешеток направлены навстречу друг другу. Но в отличие от антиферромагнетика магнитные моменты атомов разных подрешеток не равны по модулю, что приводит к не равному нулю суммарному вектору намагниченности в отсутствие внешнего магнитного поля (рис. 78.7, в).

Поведение этих веществ во внешнем магнитном поле во многом аналогично поведению ферромагнетиков: они обладают высокими значениями магнитной проницаемости, для них существует температура Кюри, наблюдается магнитный гистерезис и т.д.

К таким веществам можно отнести, например, **ферриты** – двойные окислы переходных металлов, такие как NiFe_2O_4 , MnFe_2O_4 , и т.д. Они, как и ферромагнетики, обладают высокими значениями магнитной проницаемости, но при этом ферриты являются полупроводниками, их удельное сопротивление в $(10^7 - 10^{11})$ раз больше, чем у ферромагнетиков. Поэтому использование ферритов в высокочастотных полях резко уменьшает потери энергии на выделение тепла за счет протекания токов Фуко.

Отсюда их широкое применение в радиотехнике в качестве сердечников радиочастотных контуров. Ферриты применяются также для изготовления постоянных магнитов, ферритовых антенн, элементов оперативной памяти в вычислительной технике и т.д.

Контрольные вопросы.

1. Чем объясняется возникновение внутреннего дополнительного магнитного поля при помещении вещества во внешнее магнитное поле?
2. Каков физический смысл напряженности магнитного поля?
3. Что такое магнитная проницаемость и магнитная восприимчивость вещества?
4. Чей вклад больше – ядра атома или электронов – в суммарный магнитный момент атома?
5. Чему равен минимальный магнитный момент, и какая частица является его носителем?
6. В каких веществах – диа- или парамагнетиках – возникает ларморова прецессия электронных орбит?
7. Чем объясняется предел намагничивания – магнитное насыщение ферромагнетиков?
8. Чем объясняются сильномагнитные свойства ферромагнетиков?
9. Какой физический смысл имеет точка Кюри для ферромагнетиков?
10. Известен опыт по намагничиванию железного стержня, по торцу которого бьют молотком. Стержень располагают в направлении с севера на юг. Как объяснить намагничивание ферромагнитного стержня с позиций его доменной структуры?

ГЛАВА 8. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

§ 79. Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея. Вывод закона электромагнитной индукции из закона сохранения энергии. Правило Ленца

1. Опыты Фарадея. Индукционный ток. В 1831 году великий английский физик М.Фарадей открыл одно из наиболее фундаментальных явлений в электродинамике – явление электромагнитной индукции.

Напомним некоторые опыты, с помощью которых можно продемонстрировать это явление.

1. При вдвигании (или выдвигании) магнита в катушку, на которую намотана изолированная проволока, замкнутая на гальванометр, стрелка гальванометра отклоняется, свидетельствуя о появлении тока в цепи (рис. 79.1). Как только прекратится движение магнита, стрелка гальванометра возвращается к нулевому положению. То же явление наблюдается, если перемещать катушку относительно неподвижного магнита.

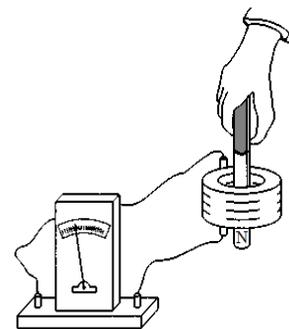


Рис. 79.1.

2. При движении катушки 1 в магнитном поле катушки 2 появляется ток в цепи катушки 1 (рис. 79.2). Ток в цепи катушки 1 возникает как при сближении катушек, так и при удалении их. Если оставить катушку 1 неподвижной, а двигать катушку с током 2, гальванометр также показывает ток.

3. Можно оставить обе катушки 1 и 2 неподвижными, но изменять силу тока в катушке 2 при помощи реостата. Тогда в цепи катушки 1 возникнет ток.

4. Индукционный ток возникнет, если оставить обе катушки 1 и 2 неподвижными, но в катушку 2 вдвигать или выдвигать железный сердечник (рис. 79.3). Этот опыт подчеркивает, что в явлении возникновения индукционного тока основную роль играет магнитная индукция, а не напряженность магнитного поля.

Опыты показывают, что во всех случаях причиной появления индукционного тока является *изменение потока магнитной индукции* через поверхность, ограниченную проводящим контуром.

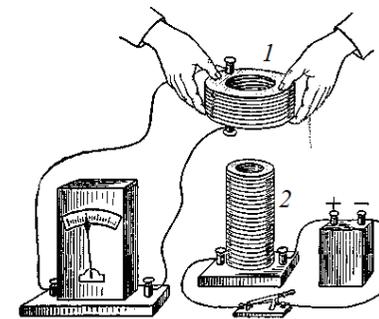


Рис. 79.2.

Явление возникновения в проводнике электродвижущей силы при изменении магнитного поля, пронизывающего площадь контура проводника, называется электромагнитной индукцией.

Если проводник замкнут, то в нем возникает электрический ток, который называется **индукционным**.

ЭДС индукции возникает, если поток Φ_B магнитной индукции \mathbf{B} через поверхность, ограниченную замкнутым проводящим контуром, *изменяется по любым причинам* – либо контур перемещается, поворачивается, деформируется, вращается в постоянном магнитном поле, либо контур неподвижен, а поток Φ_B изменяется за счет изменения магнитного поля \mathbf{B} .

При этом ЭДС ε_i электромагнитной индукции в контуре пропорциональна скорости изменения потока, т.е. значению производной $\frac{d\Phi_B}{dt}$

2. Вывод закона электромагнитной индукции из закона сохранения энергии. Немецкий физик Г. Гельмгольц показал, что основной закон электромагнитной индукции – закон Фарадея – является следствием закона сохранения энергии.

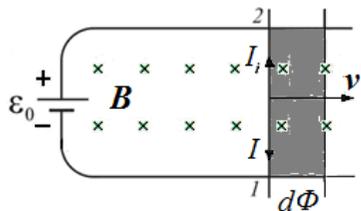


Рис. 79.4.

Рассмотрим замкнутый контур, изображенный на рис. 79.4. Одна сторона 1-2 (перемычка) контура может перемещаться. Контур помещен в однородное магнитное поле, перпендикулярное его плоскости, и содержит источник тока с ЭДС ε_0 .

За время dt источник совершает работу

$$dA = I \varepsilon_0 dt \quad (79.1)$$

Если по перемычке проходит ток, то под действием сил Ампера перемычка придет в движение. Элементарная работа амперовых сил dA_1 , совершаемая при перемещении контура с током за время dt , выражается формулой

$$dA_1 = I d\Phi_B, \quad (79.2)$$

где $d\Phi_B$ – приращение магнитного потока через площадь контура при этом перемещении.

Кроме того, в перемычке выделяется джоулево тепло

$$dQ = I^2 R dt. \quad (79.3)$$

По закону сохранения энергии сумма двух величин (79.2) и (79.3) должна равняться работе (79.1) источника тока:

$$dA = dQ + dA_1$$

или

$$\varepsilon_0 I dt = I^2 R dt + I d\Phi_B, \quad (79.4)$$

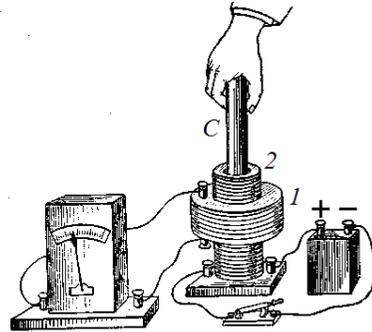


Рис. 79.3.

откуда

$$I = \frac{\varepsilon_0 dt - d\Phi_B}{R dt} = \frac{\varepsilon_0 + \left(-\frac{d\Phi_B}{dt}\right)}{R} \quad (79.5)$$

Полученное выражение можно рассматривать как запись закона Ома для замкнутого контура, в котором, кроме ЭДС источника ε_0 , имеется дополнительная ЭДС

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (79.6)$$

ЭДС электромагнитной индукции в замкнутом контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную этим контуром.

В этом состоит основной закон электромагнитной индукции – **закон Фарадея**.

Пример 1. Заряд, протекающий в контуре при изменении магнитного потока. Пусть проволочный виток расположен в однородном магнитном поле так, что в начальный момент времени плоскость витка перпендикулярна к направлению вектора \mathbf{B} магнитной индукции. Затем виток поворачивают на 90° вокруг оси, перпендикулярной к вектору \mathbf{B} . Какое количество электричества протекает в контуре?

При повороте витка изменяется магнитный поток через его площадь, и в витке возникает индукционный ток. Из определения силы тока следует

$$i_i = \frac{dq}{dt}.$$

Поэтому $dq = i_i dt = \frac{\varepsilon_i}{R} dt$. Заменяя ε_i по формуле (79.6), получим

$$dq = -\frac{1}{R} \cdot \frac{d\Phi_B}{dt} \cdot dt = -\frac{1}{R} \cdot d\Phi_B.$$

Интегрирование дает выражение для заряда q , протекающего по витку при изменении магнитного потока

$$q = \frac{\Phi_H - \Phi_K}{R}, \quad (П.79.1)$$

где Φ_H и Φ_K – значения магнитного потока через поверхность витка в его начальном и конечном положениях:

$$\begin{aligned} \Phi_H &= BS, & \Phi_K &= 0. \\ q &= \frac{BS}{R} \end{aligned} \quad (П.79.2)$$

Здесь S – площадь витка, R – его сопротивление. Измерив величину заряда q баллистическим гальванометром и зная площадь S и сопротивление R цепи, можно по формуле (П.79.2) определить магнитную индукцию B . На этом принципе основаны специальные приборы – флюксметры.

3. Правило Ленца.

Русский физик Э.Х. Ленц установил общее **правило нахождения направления индукционного тока**:

индукционный ток всегда направлен так, что магнитное поле этого тока препятствует изменению магнитного потока, вызывающего индукционный ток.

Например, при увеличении магнитного потока, пронизывающего поверхность, ограниченную проводящим контуром (рис. 79.5), в этом проводящем контуре возникает ток индукции такого направления, чтобы своим магнитным полем уменьшить магнитный поток.

Можно сформулировать правило Ленца короче: *индукционный ток всегда имеет такое направление, чтобы ослаблять действие причины, возбуждающей его.*

Такая формулировка облегчает нахождение направления индукционного тока.

Например, если к проводящему кольцу приближать прямой полосовой магнит северным полюсом (рис. 79.6), то на стороне кольца, обращенной к магниту, будет возникать тоже северный полюс (северный от северного отталкивается и противодействует приближению магнита). Затем, пользуясь правилом винта, можно определить направление тока индукции в кольце.

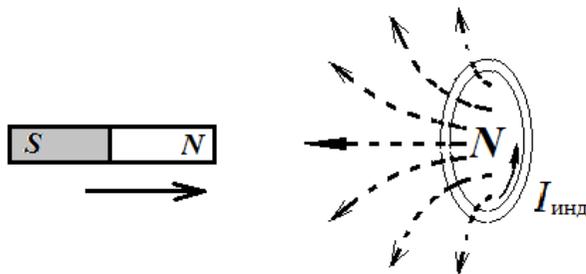


Рис. 79.6.

линиями магнитной индукции внешнего поля B (рис. 79.7).

Выберем произвольно направление *положительного обхода* контура, например, против часовой стрелки (рис. 79.7, а). Тогда по правилу правого винта *положительная нормаль* n к контуру будет направлена, как показано на рис. 79.7, а.

Выбирая определенное положительное направление нормали, мы тем самым определяем как знак потока, так и поло-

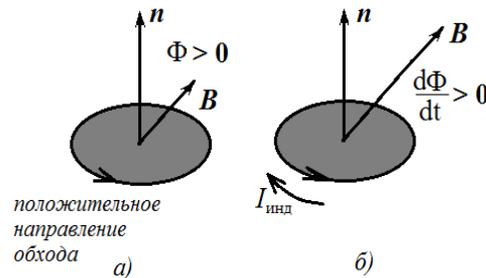


Рис. 79.7.

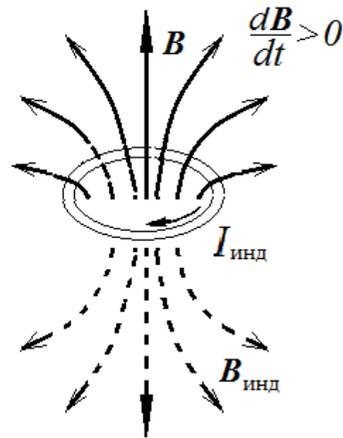


Рис. 79.5.

Математически правило Ленца отображается знаком минус в уравнении (79.6) закона Фарадея.

Чтобы пояснить смысл знака минус в законе Фарадея, рассмотрим контур, пронизываемый ли-

жительное направление тока и ЭДС в контуре.

При выбранном нами в качестве примера положительного направления обхода и остром угле между нормалью n и вектором магнитной индукции B магнитный поток через контур будет положительным, $\Phi > 0$.

Пусть теперь магнитное поле увеличивается (рис. 79.7, б). Положительный поток через контур также растет, $d\Phi/dt > 0$. Тогда по формуле (79.6) закона Фарадея ЭДС индукции $\varepsilon_{\text{инд}}$, а следовательно, и индукционный ток, будут отрицательными. Это означает, что ток течет в обратном направлении по отношению к выбранному пути обхода, т.е. по часовой стрелке, что соответствует правилу Ленца.

Пример 2. В одной плоскости с бесконечно длинным проводом расположена проводящая квадратная рамка со стороной a так, что провод проходит параллельно одной из сторон рамки на расстоянии d от нее. Сопротивление рамки R . Сила тока в проводе изменяется по закону $I(t) = \alpha t^2$, где $\alpha = \text{const}$. Определить зависимость силы тока в рамке от времени.

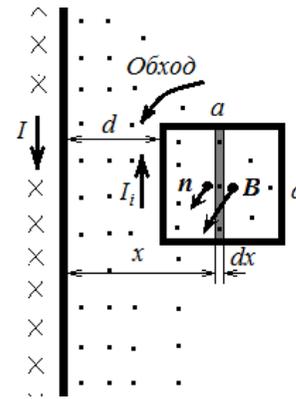


Рис. П. 79.1

Для решения этой задачи мы воспользуемся законом электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Вначале определим магнитный поток Φ через рамку, создаваемый током, протекающим по проводу. Магнитное поле прямого бесконечного провода является неоднородным, убывающим обратно пропорционально расстоянию x до точки, где оно рассматривается (рис. П.79.1):

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} n.$$

Здесь n – единичный вектор нормали к плоскости рамки. Направление нормали связано правилом правого винта с направлением обхода рамки. Выбираем произвольно направление обхода, например, против часовой стрелки (рис. П.79.1). Этим мы определяем направление положительной нормали – от чертежа «к нам», так же направлена магнитная индукция поля прямого провода с током в случае, изображенном на рис. П.79.1, и этим мы определяем знак потока Φ . При сделанном нами выборе направлений, поток Φ положительный, $\Phi > 0$.

Для определения величины потока Φ через рамку разделим площадь рамки на узкие полоски так, чтобы в пределах каждой полоски магнитное поле можно было бы считать однородным. Пусть одна из таких полосок шириной dx расположена на расстоянии x от провода. Тогда элементарный магнитный поток через полоску

$$d\Phi_B = B_n dS = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} a dx. \quad (\text{П.79.1})$$

После интегрирования находим полный поток через рамку

$$\Phi_B = \int_S B dS = \int_S B_n dS = \frac{\mu_0 a I}{2\pi} \int_d^{d+a} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln \frac{d+a}{d}. \quad (\text{П.79.2})$$

Эд.с. индукции в рамке:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{d}\right) \frac{dI}{dt} = -\frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{d}\right) 2\alpha t \quad (\text{П.79.3})$$

Наконец, по закону Ома находим ток индукции в рамке

$$I_i = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{\mu_0 \alpha a}{\pi R} \ln\left(1 + \frac{a}{d}\right). \quad (\text{П.79.4})$$

Отрицательное значение силы тока означает, что он течет против выбранного нами положительного направления обхода рамки – ток индукции течет по часовой стрелке.

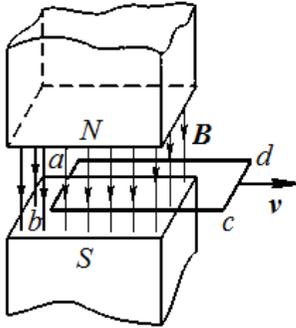


Рис. 80.1.

§ 80. Природа ЭДС индукции. Вывод закона электромагнитной индукции на основе электронной теории

Какова физическая причина возникновения ЭДС индукции? Возникновение электродвижущей силы индукции может быть обусловлено

сторонними силами разной физической природы.

При этом возможны два случая:

- 1) проводящий контур движется в постоянном магнитном поле;
- 2) проводящий контур в магнитном поле покоится, а магнитное поле изменяется.

Рассмотрим их по очереди.

1). Пусть прямоугольная металлическая *рамка abcd* движется с постоянной скоростью v в магнитном поле, как показано на рис. 80.1. Сторона *ab* пересекает силовые линии однородного магнитного поля B , существующего между полюсами магнита. ЭДС индукции в контуре *abcd* может быть вычислена с помощью закона электромагнитной индукции (79.6).

Пусть за время dt контур передвинулся на dx . По определению скорости

$$v = \frac{dx}{dt}.$$

Площадь контура, пронизываемая магнитным потоком, уменьшилась на $dS = l dx$ (l – длина стороны *ab*). Магнитный поток уменьшился на

$$d\Phi_B = -B dS = -B l dx = -B l v dt,$$

откуда согласно закону Фарадея (79.6) ЭДС индукции в движущемся проводнике

$$\varepsilon_{\text{инд.}} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = Blv. \quad (\text{80.1})$$

Вычислим теперь эту же ЭДС индукции на основе электронной теории.

Рассмотрим движение прямолинейного отрезка *ab* контура *abcd* (рис. 80.1) в однородном магнитном поле B (на рис. 80.2 поле направлено перпендикулярно чертежу «от нас»). При движении отрезка проводника со скоростью v электроны проводимости в нем начнут двигаться с такой же скоростью. В результате

на каждый движущийся в магнитном поле электрон начнет действовать лоренцева сила, и электроны станут перемещаться вдоль отрезка *ab* с некоторой скоростью упорядоченного движения u (скоростью дрейфа). Скорость u направлена вдоль отрезка *ab* от точки *a* к точке *b* (рис. 80.2).

Как показано на рис. 80.2, скорость электронов относительно лабораторной системы отсчета теперь станет равной

$$V = v + u. \quad (\text{80.2})$$

Тогда на каждый из свободных электронов в проводнике со стороны магнитного поля будет действовать сила Лоренца

$$F_{\text{Л}} = -e [V, B] \quad (\text{80.3})$$

(заряд электрона равен $-e$). Эта сила перпендикулярна вектору V и по правилу винта направлена, как указано на рис. 80.2.

Разложим силу Лоренца $F_{\text{Л}}$ на две составляющие – перпендикулярно проводнику и вдоль него.

Перпендикулярная проводнику составляющая $F_{\text{А}}$, просуммированная по всем носителям заряда на участке *ab* проводника, даст действующую на проводник с током силу Ампера. При равномерном движении проводника она уравновешивается внешней силой F , приводящей проводник в движение.

Направленная вдоль провода *составляющая* $F_{\text{стор}}$ *силы Лоренца — это и есть сторонняя сила, заставляющая электроны двигаться по проводнику*, т. е. создающая индукционный ток.

Работа силы Лоренца равна нулю, поскольку эта сила перпендикулярна скорости электронов V . Это значит, что равна нулю сумма работ силы Ампера и сторонней силы:

$$A_{\text{А}} + A_{\text{стор}} = 0,$$

откуда

$$A_{\text{стор}} = -A_{\text{А}}$$

Но работа силы Ампера равна работе внешней силы, взятой со знаком минус

$$A_{\text{А}} = -A_{\text{внеш.}}$$

Отсюда следует, что работа сторонних сил при движении электронов в контуре равна работе внешних сил, приводящих этот контур в движение:

$$A_{\text{стор}} = A_{\text{внеш.}} \quad (\text{80.4})$$

Другими словами, *электрическая энергия индукционного тока возникает благодаря механической работе, совершаемой внешними силами.*

Сторонняя сила $F_{\text{стор}}$ совершает работу только на участке *ab* длины l :

$$A_{\text{стор}} = F_{\text{стор}} l = F_{\text{Л}} \cos \alpha \cdot l = eVB l \cos \alpha,$$

где α — угол между векторами v и V , а, следовательно, $V \cos \alpha = v$.

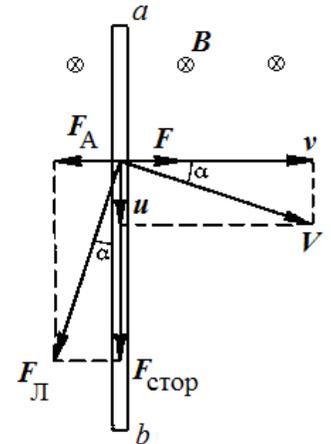


Рис. 80.2.

В результате получаем окончательно для работы сторонних сил:

$$A_{\text{стор}} = evBl, \quad (80.5)$$

Отношение этой работы к заряду e , т.е. работа перемещения единицы заряда по определению представляет собой электродвижущую силу индукции $\varepsilon_{\text{инд}}$. Таким образом,

$$\varepsilon_{\text{инд}} = Blv,$$

что совпадает с формулой ЭДС в данном случае, выведенной другим путем (80.1).

Отметим, что ЭДС индукции в такой рамке возникает лишь тогда, когда только часть рамки находится в однородном магнитном поле (как показано на рис. 80.1), или, когда магнитное поле неоднородно. Если рамка целиком находится в однородном поле, то при ее поступательном движении магнитный поток не меняется и ЭДС индукции равна нулю: хотя на отдельных участках рамки сторонние силы действуют, но работа этих сил вдоль всей рамки равна нулю.

Таким образом, *если магнитное поле постоянно, а магнитный поток изменяется вследствие движения проводника, то возникающая ЭДС порождается силой Лоренца, которая определяется действием магнитного поля на движущиеся (с контуром) заряды.*

2). Иную физическую природу имеет вызывающая индукционный ток сторонняя сила, возникающая в случае, когда *контур неподвижен*, а изменяется магнитное поле (например, в неподвижную катушку вдвигается магнит, рис. 79.1, или неподвижная катушка находится в переменном магнитном поле и др.). Магнитное поле не действует на покоящиеся заряды. Какая же сила возбуждает индукционный ток в неподвижном проводнике, находящемся в переменном магнитном поле?

Ответ был дан выдающимся английским физиком Д. К. Максвеллом. Согласно Максвеллу, *всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле* (рис. 80.3).

Такое поле имеет *вихревой характер*. В отличие от статического электрического поля, силовые линии которого всегда начинаются и заканчиваются на электрических зарядах или уходят на бесконечность, силовые линии вихревого электрического поля, порождаемого переменным магнитным полем, замыкаются сами на себя.

Это *вихревое электрическое поле и действует на неподвижные электрические заряды*, которые начинают двигаться, образуя ток индукции.

Как видим, механизм возникновения ЭДС индукции может быть разным, но конечный результат описывается одним и тем же законом Фарадея.

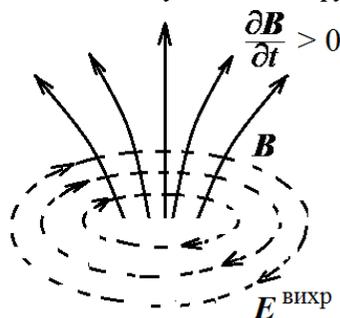


Рис. 80.3.

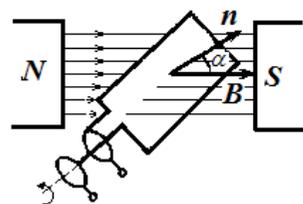


Рис. П.80.1.

Пример 1. Генераторами переменного тока называются устройства, преобразующие механическую энергию в энергию электрического тока. Принцип действия генератора основан на явлении электромагнитной индукции.

Пусть плоская проволочная рамка вращается в постоянном магнитном поле. Ось вращения рамки лежит в плоскости рамки и перпендикулярна вектору магнитной индукции B (рис. П.80.1).

Проведем вектор n нормали к плоскости рамки и обозначим через α угол между векторами n и B . Пусть в начальный момент времени $\alpha = 0$. Если угловая скорость вращения рамки равна ω и она постоянна, то угол α зави-

сит от времени по закону

$$\alpha = \omega t.$$

Магнитный поток через площадь S рамки

$$\Phi = BS \cos \alpha = BS \cos \omega t.$$

Используя основной закон электромагнитной индукции (79.6), найдем выражение для ЭДС индукции, возникающей в рамке

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = B \cdot S \cdot \omega \cdot \sin \omega t \quad (\text{П.80.1})$$

Т.о. ЭДС индукции изменяется по синусоидальному закону

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{\text{max}} \sin \omega t,$$

где $\varepsilon_{\text{max}} = BS \omega$ – амплитудное значение ЭДС. Чтобы снять ЭДС, концы проводника прикрепляют к контактным кольцам; от колец через скользящие контакты – щетки ЭДС включают в цепь потребителя.

Заметим, что описанную конструкцию используют редко, только в маломощных генераторах. Дело в том, что с помощью скользящих контактов невозможно передать мощный ток высокого напряжения. Поэтому генераторы конструируют так, чтобы переменный ток индуцировался бы в неподвижной обмотке (статор), а вращался двух- или многополюсный электромагнит (ротор) (рис. П.80.2)

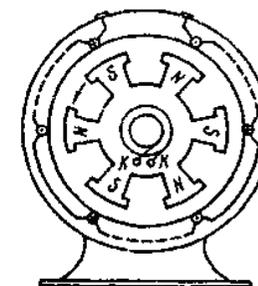


Рис. П.80.2.

Пример 2. Индукционные токи могут возникать в сплошных массивных проводниках при изменении пронизывающего их магнитного потока. Их называют *вихревыми токами* или *токами Фуко*. Вихревые токи образуются в проводящем теле либо вследствие изменения со временем магнитного поля, в котором оно находится, либо в результате движения тела в магнитном поле, при котором изменяется магнитный поток через тело.

Вихревые токи сами выбирают замкнутые пути в толще проводника, образуя вихреобразные контуры. Согласно правилу Ленца магнитное поле вихревых токов направлено так, чтобы противодействовать изменению магнитного потока, индуцирующему эти токи. В результате на движущийся в магнитном поле массивный проводник действует тормозящая сила. Это явление используется для гашения колебаний стрелок электроизмерительных приборов.

В соответствии с законом Джоуля-Ленца вихревые токи нагревают проводники, в которых они возникают. Это приводит к потерям энергии, например, в сердечниках трансформаторов. Приходится принимать меры для уменьшения этих токов, сердечники собирают из отдельных пластин, разделенных изолирующими прослойками, или заменяют ферромагнитный материал сердечника магнитодиэлектриками (ферритами).

С другой стороны, тепло, выделяемое токами Фуко, может быть использовано для плавки металлов в так называемых индукционных плавильных печах. В бытовой кухонной

индукционной плите разогрев металлической посуды производится вихревыми токами, создаваемыми высокочастотным магнитным полем частотой 20-100 кГц.

§ 81. Явление самоиндукции. Индуктивность. Явление взаимной индукции

Рассмотрим проволочную соленоидальную катушку, соединенную с источником тока (рис. 81.1).

Магнитное поле длинной катушки можно считать сосредоточенным только внутри нее. Будем называть магнитный поток через поперечное сечение катушки с током *потокосцеплением* или *полным магнитным потоком* Ψ .

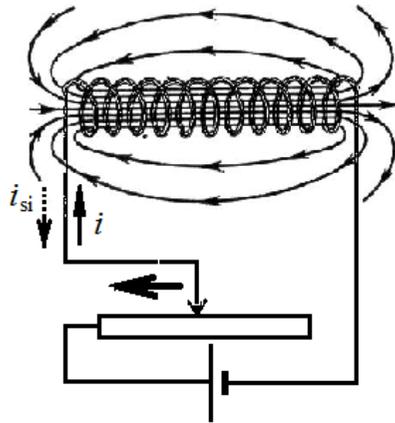


Рис. 81.1.

Пусть с помощью реостата ток через катушку изменяется, например, увеличивается (рис. 81.1). Тогда увеличивается и магнитное поле этого тока. Во всех случаях, когда изменяется магнитный поток сквозь контур, возникает электромагнитная индукция. В данном случае изменяющийся магнитный поток пронизывает витки катушки и по закону электромагнитной индукции наводит в ней ток индукции.

Возникновение ЭДС электромагнитной индукции в контуре вследствие изменения силы тока в этом же самом контуре называется самоиндукцией.

По закону электромагнитной ин-

дукции ЭДС самоиндукции равна

$$\varepsilon_{si} = -\frac{d\Psi}{dt}. \quad (81.1)$$

По правилу Ленца возникающий дополнительный к основному ток i_{si} в катушке будет противодействовать вызвавшей его причине, т. е. ток самоиндукции препятствует любым изменениям основного тока, текущего по цепи. В данном примере ток самоиндукции i_{si} будет направлен навстречу возрастающему току i в катушке.

В соответствии с законом Био-Савара-Лапласа магнитная индукция, а, следовательно, и создаваемый током полный магнитный поток пропорциональны силе тока в контуре

$$\Psi = LI \quad (81.2)$$

Коэффициент пропорциональности L называется *индуктивностью* катушки (контра).

Индуктивностью контра называется величина, численно равная отношению полного магнитного потока через контур, создаваемого протекающим по этому контуру током, к силе тока

$$L = \frac{\Psi}{I}.$$

В системе СИ за единицу индуктивности принимается индуктивность такого контра, в котором протекающий по нему ток силой в 1 А создает магнитный поток в 1 Вб. Эта единица называется *генри* (Гн). 1Гн = 1 Вб/1 А.

В качестве примера вычислим индуктивность длинного соленоида длиной l и площадью сечения S , обмотка которого содержит n витков на единицу длины. Соленоид можно рассматривать как систему из $N = nl$ последовательно соединенных витков. Полный магнитный поток через все витки соленоида (потокосцепление) равен

$$\Psi = N\Phi_0 = NBS = (nl) \cdot \mu\mu_0 nI \cdot S = \mu\mu_0 n^2 V \cdot I$$

Здесь учтено, что магнитная индукция поля в соленоиде $B = \mu\mu_0 nI$ и $V = lS$ – объем соленоида. Тогда индуктивность соленоида

$$L = \mu\mu_0 n^2 V \quad (81.3)$$

Как видим, индуктивность контра зависит от его формы и размеров, а также от магнитной проницаемости среды (среда неферромагнитная). Если сердечник соленоида сделан из ферромагнитного вещества, то μ зависит не только от материала сердечника, но и от силы тока в обмотке.

Выразим ЭДС самоиндукции через индуктивность контра и силу тока

$$\varepsilon_{si} = -\frac{d}{dt}(LI) = -L \frac{dI}{dt} \quad (81.4)$$

Электродвижущая сила самоиндукции равна взятому с обратным знаком произведению индуктивности контра на скорость изменения силы тока в нем.

Формула (814) справедлива для неферромагнитной среды, заполняющей контур.

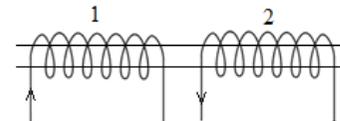


Рис. 81.2.

Рассмотрим теперь процесс *взаимной индукции* между двумя контурами, изображенными на рис. 81.2 в виде двух катушек, намотанных на общий сердечник.

Если в первом контуре течет ток I_1 , то он создает магнитный поток (потокосцепление), через второй контур величина которого пропор-

циональна I_1 :

$$\Psi_{21} = L_{21} I_1. \quad (81.5)$$

Если сила тока I_1 изменяется, то в соответствии с законом электромагнитной индукции переменное магнитное поле первого контра возбуждает во втором контуре ЭДС

$$\varepsilon_{21} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}. \quad (81.6)$$

Аналогично, если в контуре 2 течет ток I_2 , то созданный им магнитный поток через контур 1

$$\Psi_{12} = L_{12} I_2, \quad (81.7)$$

и при изменении силы тока I_2 в контуре 1 индуцируется ЭДС

$$\varepsilon_{12} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}. \quad (81.8)$$

Контуры 1 и 2, взаимодействующие посредством магнитного поля, называются *связанными*.

Явление возникновения электродвижущей силы в одном из связанных контуров при изменении силы тока в другом называется *взаимной индукцией*.

Коэффициенты пропорциональности L_{12} и L_{21} называются *взаимной индуктивностью* контуров 1 и 2.

Расчет показывает, что для произвольных контуров 1 и 2 при отсутствии ферромагнетиков эти коэффициенты равны друг другу

$$L_{12} = L_{21}. \quad (81.9)$$

Взаимная индуктивность зависит от формы, размеров и взаимного расположения контуров, а также от магнитной проницаемости среды. При наличии ферромагнетика взаимная индуктивность зависит от силы токов в контурах.

Взаимная индуктивность двух связанных контуров есть величина, численно равная электродвижущей силе индукции, возникающей в одном из контуров, при скорости изменения силы тока в другом контуре, равной 1 А за 1 с.

Система из двух катушек, соединенных ферромагнитным сердечником, представляет собой *трансформатор* (рис. 81.3).

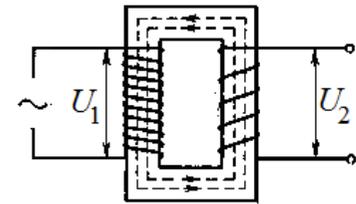


Рис. 81.3.

При помощи трансформатора можно повышать или понижать напряжение переменного тока.

При холостом ходе трансформатора, когда ток во вторичной обмотке отсутствует, отношение абсолютных значений напряжений на концах вторичной и первичной обмоток равно отношению соответствующих чисел витков.

$$\frac{|U_2|}{|U_1|} = \frac{N_2}{N_1}. \quad (81.10)$$

Для повышающего (понижающего) трансформатора $N_2 > N_1$ ($N_2 < N_1$).

Пример 1. Сколько витков проволоки диаметром $d = 0,4$ мм нужно намотать на картонный цилиндр диаметром $D = 4$ см, для того, чтобы получить катушку с индуктивностью $L = 1$ мГн? Обмотка соленооида однослойная, витки плотно прилегают друг к другу.

Число витков n на единицу длины найдем, разделив эту единицу длины на диаметр провода

$$n = \frac{1}{d}.$$

В соответствии с формулой (81.3) для соленооида без сердечника ($\mu = 1$)

$$L = \mu_0 n^2 l S = \mu_0 \left(\frac{1}{d}\right)^2 l \frac{\pi D^2}{4}.$$

Отсюда длина соленооида $l = \frac{4d^2 L}{\pi \mu_0 D^2}$ и полное число витков провода

$$N = nl = \frac{4dL}{\pi \mu_0 D^2} \approx 254 \text{ витка}.$$

§ 82. Ток при замыкании и размыкании цепи

Характерным примером самоиндукции может быть возникновение токов замыкания и размыкания.

При замыкании или размыкании цепи в ней вследствие явления самоиндукции возникают дополнительные токи, которые по правилу Ленца всегда препятствуют изменению основного тока в цепи. Следовательно, при замыкании цепи ЭДС самоиндукции будет замедлять скорость нарастания тока, а при размыкании, наоборот, замедлять скорость уменьшения тока.

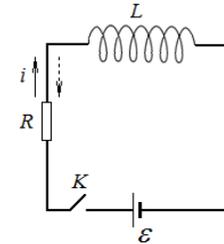


Рис. 82.1.

Рассмотрим цепь (рис. 82.1), состоящую из последовательно включенных сопротивления R , индуктивности L и источника тока ε (в сопротивление R включены внутреннее сопротивление источника и омическое сопротивление катушки).

После замыкания ключа K в цепи кроме ЭДС источника ε будет действовать ЭДС самоиндукции ε_{si} и соответствующий ей ток самоиндукции, который называется *экстраток* замыкания. Согласно правилу Ленца направление экстратока замыкания противоположно направлению основного тока, ток самоиндукции препятствует быстрому нарастанию основного тока.

Обозначим через $i(t)$ мгновенное значение силы тока в цепи. Согласно закону Ома

$$\varepsilon + \varepsilon_{si} = iR. \quad (82.1)$$

Подставляя выражение для ЭДС самоиндукции, получим

$$\varepsilon - L \frac{di}{dt} = iR. \quad (82.2)$$

Разделив переменные, получим уравнение

$$L \frac{di}{\varepsilon - iR} = dt. \quad (82.3)$$

Это соотношение представляет собой дифференциальное уравнение для силы тока. Возьмем интеграл от правой и левой частей уравнения

$$L \int \frac{di}{\varepsilon - iR} = \int dt$$

Оба интеграла табличные. После интегрирования получим

$$-\frac{L}{R} \ln(\varepsilon - iR) = t + const. \quad (82.4)$$

Произвольная постоянная интегрирования определяется из начальных условий: в момент времени $t = 0$ тока в цепи еще не было, $i(0) = 0$.

Тогда

$$\text{const} = -\frac{L}{R} \ln \varepsilon. \quad (82.5)$$

Подставляя (82.5) в (82.4), после несложных преобразований получим

$$\ln \frac{\varepsilon - iR}{\varepsilon} = -\frac{R}{L} t.$$

Или окончательно

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L} t}). \quad (82.6)$$

Величина $\frac{L}{R}$ имеет размерность времени, ее обозначают τ и называют *постоянной времени цепи (или временем релаксации, временем установления тока)*

$$\tau = \frac{L}{R}. \quad (82.7)$$

Тогда формула (82.6) примет вид

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = i_0 (1 - e^{-t/\tau}) \quad (82.8)$$

Из формулы (82.8) следует, что при включении источника ток в цепи не сразу, а постепенно достигает значения $i_0 = \frac{\varepsilon}{R}$, соответствующего силе установившегося тока (рис. 82.2). Нарастание силы тока происходит тем быстрее, чем больше отношение R/L , т. е. чем меньше индуктивность цепи и больше ее сопротивление.

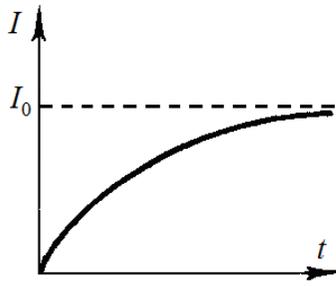


Рис. 82.2.

Пример 1. К источнику с внутренним сопротивлением $r_i = 2$ Ом подключили катушку с сопротивлением $R_k = 8$ Ом и индуктивностью $L = 10$ мГн. Найти время t , в течение которого ток в катушке, нарастая, достигнет значения, равного половине максимального. Полное сопротивление цепи равно $R = r_i + R_k$

Ток в момент времени t равен $i(t) = i_0 (1 - e^{-\frac{R}{L} t})$.

По условию $\frac{1}{2} = 1 - e^{-\frac{R}{L} t}$ или $e^{-\frac{R}{L} t} = \frac{1}{2}$, откуда $\frac{R}{L} t = \ln 2$. Окончательно

$$t = \frac{L}{R} \ln 2 = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{10} 0,693 \approx 0,7(\text{мс})$$

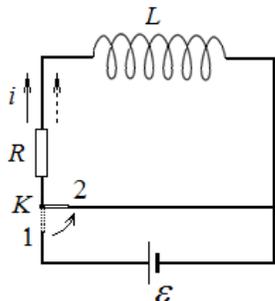


Рис. 82.3.

Рассмотрим теперь *процесс размыкания* тока. В цепи, изображенной на рис. 82.3, вначале ключ K находился в положении 1 и шел ток $i_0 = \varepsilon/R$ (как и в первом случае, в сопротивление R включены внутреннее сопротивление источника и омическое сопротивление катушки).

При повороте ключа в положение 2 источник тока отключается от цепи, и ток в ней начнет уменьшаться. Но он не сразу достигает нуля, т.к. через индуктивность и сопротивление потечет ток самоиндукции, который будет поддерживать спадающий ток.

Такой ток называется *экстраток размыкания*. Направление тока до размыкания показано сплошной стрелкой, после размыкания – штриховой. По закону Ома

$$iR = -L \frac{di}{dt} \quad (82.9)$$

После разделения переменных получаем уравнение

$$\frac{di}{i} = -\frac{R}{L} dt,$$

интегрирование которого дает $\ln i = -Rt/L + \text{const}$, или

$$i(t) = \text{const} \cdot e^{-\frac{R}{L} t}.$$

При $t = 0$ $i(0) = i_0 = \text{const} = \varepsilon/R$, так что окончательно имеем для тока размыкания

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{R}{L} t} = i_0 e^{-t/\tau}. \quad (82.10)$$

По закону Ленца экстраток размыкания по направлению совпадает с током источника, поэтому ток в цепи спадает постепенно (рис. 82.4) по экспоненциальному закону.

Скорость убывания тока от начального значения I_0 до нуля характеризуется постоянной времени $\tau = L/R$. Чем больше значение τ (чем больше индуктивность цепи и чем меньше сопротивление), тем медленнее спадает ток.

Согласно формуле (82.10) постоянная времени цепи τ равна времени, в течение которого сила тока уменьшается в e раз.

В цепях, содержащих большие индуктивности, при выключении тока экстратоки размыкания могут достигать большой величины и являются причиной искры на рубильнике. Это может привести к пробоем диэлектриков и выходу из строя электрооборудования. Чтобы предотвратить действие экстраток размыкания, ток перед размыканием постепенно уменьшают.

В заключение установим аналогию между индуктивностью L контура в электродинамике и массой тела m в механике. Индуктивность является мерой «инертности» по отношению к изменению тока в контуре и в этом смысле является аналогом массы – меры инертности тела при его поступательном движении.

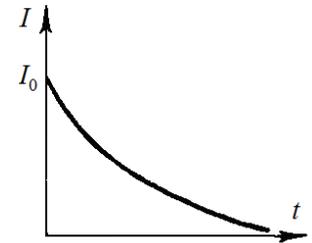


Рис. 82.4.

§ 83. Энергия магнитного поля

В том, что магнитное поле обладает энергией можно убедиться, рассматривая процесс спада тока в схеме рис.82.3. До размыкания цепи ток протекал в катушке и создал в ней магнитное поле. После размыкания ключа остается последовательно соединенная катушка и резистор. Благодаря явлению самоиндукции ток в цепи спадает постепенно, и на сопротивлении выделяется джоулева теплота. Согласно закону Джоуля-Ленца элементарная работа, которую выполняет ЭДС самоиндукции,

$$dA = I \varepsilon_{si} dt = -IL \frac{dI}{dt} dt = -LI dI. \quad (83.1)$$

За время убывания силы тока от начального значения I до нуля им будет совершена работа

$$A = -L \int_I^0 IdI = \frac{LI^2}{2}. \quad (83.2)$$

Эта работа идет на нагревание проводов. За счет каких запасов энергии выделяется теплота? Очевидно, что в данном случае источником работы может быть только магнитное поле тока.

Магнитное поле является носителем энергии, за счет которой совершается работа.

Энергия магнитного поля тока I , протекающего по проводнику с индукцией L ,

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (83.3)$$

Определим энергию, приходящуюся на единицу объема, занимаемого полем – *объемную плотность энергии магнитного поля*.

В качестве примера удобно рассмотреть магнитное поле соленоида, поскольку поле длинного соленоида однородно, а вне соленоида может быть принято равным нулю.

Индуктивность соленоида

$$L = \mu\mu_0 n^2 V.$$

Магнитная индукция внутри соленоида

$$B = \mu\mu_0 n I.$$

Откуда

$$I = \frac{B}{\mu\mu_0 n}. \quad (83.4)$$

Таким образом, энергия магнитного поля соленоида

$$W = \frac{1}{2} \frac{B^2 V}{\mu\mu_0}.$$

С учетом выражения $B = \mu\mu_0 H$ для плотности энергии магнитного поля можно написать три выражения

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{H \cdot B}{2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} \quad (83.5)$$

Пример. К обкладкам заряженного до напряжения $U_{\max} = 200$ В конденсатора, емкостью $C = 0,04$ мкФ присоединяют катушку индуктивности. Индуктивность катушки $L = 1,6$ мГн. Конденсатор начинает разряжаться и в цепи появляется электрический ток. Какова максимальная сила тока в контуре?

Электрическая энергия конденсатора превращается в энергию магнитного поля катушки с током

$$\frac{CU_{\max}^2}{2} = \frac{LI_{\max}^2}{2}.$$

Отсюда

$$I_{\max} = \sqrt{\frac{CU_{\max}^2}{L}} = \sqrt{\frac{0,04 \cdot 10^{-6} \cdot (200)^2}{1,6 \cdot 10^{-3}}} = 1 \text{ А}$$

§ 84. Релятивистское истолкование магнитного взаимодействия движущегося заряда и прямолинейного проводника с током. Относительный характер электрического и магнитного полей

Рассмотрим в качестве примера длинный прямолинейный проводник с током. Параллельно проводнику с некоторой скоростью v ($v \ll c$, $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с) в направлении, противоположном току, движется заряженная частица (например, отрицательно заряженная зарядом $-q$).

Как показывает опыт, частица притягивается к проводнику.

Как будет выглядеть взаимодействие частицы и проводника с током в различных инерциальных системах отсчета (ИСО)?

В ИСО, где проводник покоится, а частица движется (назовем ее K -системой), существует магнитное поле прямого тока. Со стороны этого магнитного поля на движущуюся в нем заряженную частицу будет действовать сила Лоренца. Отметим, что эта сила направлена перпендикулярно проводнику, «к нему».

Будем считать, что все электроны движутся упорядоченно с одинаковой скоростью v (для простоты задачи) и этим образуют ток в проводе. Перейдем теперь в ИСО, которая движется параллельно проводу в ту же сторону, что электроны, образующие ток, и с той же скоростью. Назовем ее K' -системой.

В этой ИСО заряженная частица покоится. Магнитное поле провода на покоящийся заряд не действует, и сила Лоренца, зависящая от скорости заряда, равна нулю.

Но взаимодействие заряда и провода с током должно наблюдаться в любой ИСО, оно исчезнуть не может!

Попытаемся объяснить взаимодействие заряда и тока в K' -системе без привлечения понятия магнитного поля. Для начала заметим, что в исходной K -системе проводник не заряжен. Металлический проводник можно рассматривать как остов положительных ионов, заполненный отрицательными электро-

нами. Плотность положительных ионов и отрицательных электронов одинакова, проводник нейтральный.

А в K' – системе проводник оказывается положительно заряженным! Действительно, согласно одному из следствий специальной теории относительности, длина движущихся тел сокращается в направлении движения (лоренцево сокращение).

В K' – системе электроны покоятся, а ионы движутся в противоположную сторону с такой же по модулю скоростью. За счет «лоренцева сокращения» длина остова положительных ионов становится меньше, расстояние между положительными ионами уменьшается, а их концентрация возрастает.

С другой стороны, переходя в K' – систему, мы обнаруживаем, что расстояние между электронами увеличивается в силу того же следствия СТО (наибольшей длина будет в той ИСО, в которой тело покоится). Т.о., в этой ИСО концентрация электронов становится меньше.

В итоге нейтральный в K – системе отрезок провода с током в K' – системе заряжается положительно.

Положительно заряженный проводник действует на расположенную рядом с ним отрицательно заряженную частицу и притягивает ее. Объяснение найдено.

Возникает вопрос. Если можно обойтись без привлечения понятия магнитного поля, если магнитные силы являются релятивистским эффектом, то зачем было вводить это понятие?

Ответ на этот вопрос можно дать такой – объяснение с помощью теории относительности является трудным и сложным! Гораздо проще оставить понятие магнитного поля, которое исторически возникло еще до появления специальной теории относительности. Что и было проделано физиками в разделе «Электromагнетизм».

Рассмотрим теперь этот пример более подробно и количественно

1. В ИСО K ток I , текущий по проводнику, создает магнитное поле \mathbf{B} , которое действует на заряженную частицу с силой Лоренца, направленной к проводнику с током (рис. 84.1)

$$\mathbf{F}_L = (-q) [\mathbf{v}, \mathbf{B}].$$

Поскольку проводник в целом электронейтрален, то электрического поля, которое действовало бы на заряженную частицу, вокруг себя он не создает, $\mathbf{E} = 0$.

Упорядоченное движение электронов (в сторону, противоположную направлению тока) образует ток I . Полагаем, что скорость упорядоченного движения электронов проводимости \mathbf{v}_- равна скорости движущейся рядом с проводником частицы: $\mathbf{v}_- = \mathbf{v}$. При этом скорость положительных ионов $\mathbf{v}_+ = 0$, поскольку в K -системе проводник покоится.

2. Перейдем теперь в ИСО K' , которая движется равномерно и прямолинейно со скоростью \mathbf{v} относительно K (рис. 84.2). В этой системе отсчета заряд $-q$ будет неподвижным, а проводник будет двигаться относительно K' – системы со скоростью $-\mathbf{v}$, т.е. в обратную по отношению к скорости частицы в первом случае сторону. Скорость положительных ионов $\mathbf{v}_+ = -\mathbf{v}$, скорость электронов проводимости $\mathbf{v}_- = 0$ (рис. 84.3).

Движущиеся положительные ионы создадут вокруг проводника магнитное поле \mathbf{B}' , которое однако на неподвижную частицу не действует. Тем не менее, она притягивается к проводнику.

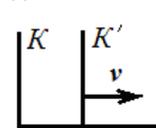


Рис. 84.2.

Согласно фундаментальному физическому закону – принципу относительности – любой процесс протекает одинаково в системе, находящейся в покое, и в такой же системе, находящейся в состоянии равномерного прямолинейного движения (оба состояния определяются по отношению к произвольно выбранной ИСО).

В рассматриваемом примере таким физическим процессом является взаимодействие движущегося заряда и проводника с током. Процесс одинаков в обеих системах, но причины взаимодействия объясняются неподвижным и движущимся наблюдателями по-разному.

В K' -системе сдвинуть с места неподвижную заряженную частицу может только электрическое поле \mathbf{E}' , которое и возникает в этой системе отсчета (рис. 84.3). Происхождение этого электрического поля \mathbf{E}' связано с различным лоренцевым сокращением которое испытывают цепочки положительных и отрицательных зарядов. Покажем это.

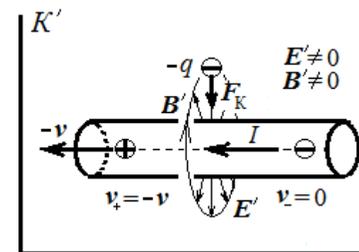


Рис. 84.3.

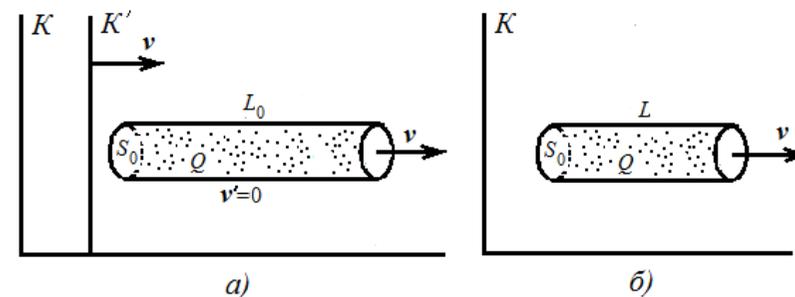


Рис. 84.4.

Пусть некоторая совокупность зарядов Q находится в цилиндрическом сосуде с размерами S_0, L_0 , неподвижном в системе K' (рис. 84.4, а). Плотность неподвижных зарядов

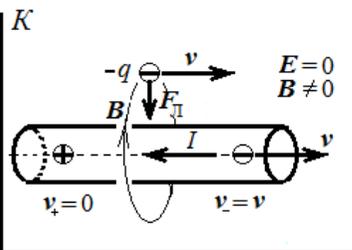


Рис. 84.1.

$$\rho_0 = \frac{Q}{S_0 L_0}. \quad (84.1)$$

Относительно системы K цилиндр с зарядами движется вдоль своей оси со скоростью v (рис. 84.4,б). Поскольку линейные размеры тел сокращаются в направлении движения, длина L движущегося цилиндра будет меньше той, которую он имел в состоянии покоя:

$$L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}. \quad (84.2)$$

Из-за релятивистского сокращения длины объем цилиндра $S_0 L$ становится меньше: (поперечные размеры S_0 не изменяются). Тогда плотность зарядов движущейся совокупности зарядов станет равной

$$\rho = \frac{Q}{S_0 L}. \quad (84.3)$$

Если учесть, что заряд Q при движении не изменяется (инвариантность заряда), то

$$\rho_0 S_0 L_0 = \rho S_0 L, \quad (84.4)$$

откуда

$$\rho = \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \text{ или } \rho_{\text{движ}} = \frac{\rho_{\text{неподвиж}}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (84.5)$$

Применим соотношение (84.5) к движущемуся вдоль своей оси цилиндрическому проводнику.

В K -системе проводник неподвижен, образующие остова проводника *положительные* заряды покоятся (рис. 84.1), в K' -системе они движутся со скоростью $-v$ (рис. 84.3). Тогда из (84.5) следует соотношение между плотностями *положительных* зарядов в разных системах

$$\rho'_+ = \frac{\rho_+}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (84.6)$$

Для *отрицательных* зарядов (рис. 84.3 и 84.1) наоборот: в K' -системе они неподвижны, в K -системе они движутся вправо со скоростью v . Уравнение (84.5) дает соотношение между плотностями отрицательных зарядов в разных системах

$$\rho_- = \frac{\rho'_-}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (84.7)$$

Результирующая плотность зарядов в K' -системе с учетом (84.6) и (84.7) равна

$$\rho' = \rho'_+ + \rho'_- = \frac{\rho_+}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + \rho_- \sqrt{1 - v^2/c^2}. \quad (84.8)$$

Поскольку неподвижный в K -системе проводник электрически нейтрален, т.е. сумма плотностей положительных ионов и отрицательных свободных электронов равна нулю, то

$$\rho_+ + \rho_- = 0, \quad \text{или} \quad \rho_+ = -\rho_-. \quad (84.9)$$

Тогда (84.8) запишется

$$\rho' = \rho_+ \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \sqrt{1 - v^2/c^2} \right) = \rho_+ \frac{v^2/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (84.10)$$

Формула (84.10) означает, что движущийся проводник с током уже не является электрически нейтральным. Он заряжается положительно и создает в точке, где находится покоящийся заряд электрическое поле E' . Это поле и обеспечивает притяжение заряда к проводу с током в ИСО K' .

Можно считать, что пространство, окружающее проводник с током, находится в некотором особом состоянии. В системе отсчета K это состояние пространства называется магнитным полем. В системе K' , движущейся вместе с зарядом $(-q)$, - электрическим полем. Принцип относительности утверждает, что воздействие проводника с током на заряд в любой ИСО будет одним и тем же. *Одно и то же воздействие, вызываемое одним и тем же состоянием пространства, в разных системах отсчета называется по-разному.* В действительности нет «чисто электрического» и «чисто магнитного» взаимодействия - есть единое взаимодействие, по-разному называемое в разных системах отсчета.

Рассмотренный пример позволяет сделать вывод о том, что электрическое и магнитное поля не имеют абсолютного характера. Отдельно эти поля не существуют. **В природе существует материальное электромагнитное поле, а отдельные его проявления в виде электрического или магнитного поля зависят от выбора ИСО, в которой рассматривается явление.**

Если в некоторой ИСО имеется только магнитное поле, то в другой появляется также и электрическое поле, и наоборот. Подходящим выбором ИСО можно устранить одно из полей. Однако электромагнитное поле нельзя уничтожить переходом в любую систему отсчета.

Приведем еще некоторые примеры.

Пример 1. Пусть электрический заряд движется с постоянной скоростью v относительно некоторой ИСО K , которую мы условно считаем неподвижной. Движущийся заряд создает как электрическое, так и магнитное поле. Однако, если перейти в ИСО K' , движущуюся относительно K со скоростью заряда v , то в ней заряд покоится и никакого магнитного поля в этой системе не обнаруживается, мы будем наблюдать только электрическое поле.

Пример 2. Пусть теперь два электрических заряда движутся навстречу друг другу с одинаковой скоростью v относительно некоторой ИСО K . В этой ИСО мы будем наблюдать как электрическое, так и магнитное поля. Однако найти такую систему отсчета, в которой наблюдалось бы только одно из полей, в данном случае невозможно.

Из приведенных примеров следует, что экспериментальное определение электрического или магнитного поля зарядов зависит от системы отсчета, в которой ведется наблюдение.

Заметим, что электрическое и магнитное поля нельзя рассматривать как составные части электромагнитного поля. Эти поля являются его частными случаями.

Электромагнитное поле — одно из первичных фундаментальных понятий, а поэтому его нельзя разделить на какие-то более мелкие понятия — составные части.

§ 85. Преобразования Лоренца для электромагнитного поля

Пусть имеются две ИСО: K -система и движущаяся относительно нее со скоростью \mathbf{v} система K' . В некоторой пространственно-временной точке K -системы известны значения полей \mathbf{E} и \mathbf{B} . Какими будут значения полей в той же самой пространственно-временной точке в K' -системе?

Специальная теория относительности показывает, что законы преобразования полей (преобразования Лоренца для электромагнитного поля) выражаются следующими формулами (величины со штрихом относятся к системе отсчета K' , движущейся относительно системы K вдоль оси x со скоростью v):

для компонент вектора напряженности электрического поля:

$$E'_{x'} = E_x, E'_{y'} = \frac{E_y - vB_z}{\sqrt{1 - \beta^2}}, E'_{z'} = \frac{E_z + vB_y}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (85.1)$$

для компонент вектора индукции магнитного поля

$$B'_{x'} = B_x, B'_{y'} = \frac{B_y + \frac{vE_z}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, B'_{z'} = \frac{B_z - \frac{vE_y}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (85.2)$$

Из уравнений (85.1) и (85.2) видно, что каждый из векторов \mathbf{E}' и \mathbf{B}' выражается как через \mathbf{E} , так и через \mathbf{B} . Это свидетельствует о единой природе электрического и магнитного полей. Электрическое и магнитное поля являются компонентами единого физического объекта — *электромагнитного поля*. Каждое из полей в отдельности не имеет абсолютного смысла: об электрических и магнитных полях можно говорить лишь с обязательным указанием ИСО, в которых эти поля рассматриваются.

Если, например, в системе K поле \mathbf{E} равно нулю, то в системе K' оно отлично от нуля. Если в системе K поле \mathbf{B} равно нулю, то в системе K' оно отлично от нуля.

Пример 1. Рассмотрим заряженную частицу, неподвижную в системе K . Поскольку заряд покоится, в этой системе мы будем наблюдать только электрическое поле

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{r} \quad (П. 85.1)$$

Здесь \mathbf{r} — радиус вектор, проведенный от частицы в данную точку поля. Неподвижные заряды магнитного поля не создают, поэтому в этой системе отсчета магнитного нет, $\mathbf{B} = 0$.

Что будет видеть наблюдатель движущейся системы отсчета K' ?

Воспользуемся формулами преобразования полей и для простоты рассмотрим случай, когда скорость системы отсчета K' много меньше скорости света, $v \ll c$. В этом случае квадратные корни $\sqrt{1 - v^2/c^2} \approx 1$ и формулы преобразования Лоренца принимают вид

$$E'_{x'} = E_x, E'_{y'} = E_y - vB_z, E'_{z'} = E_z + vB_y. \quad (П. 85.2)$$

$$B'_{x'} = B_x, B'_{y'} = B_y + vE_z/c^2, B'_{z'} = B_z - vE_y/c^2. \quad (П. 85.3)$$

Эти уравнения можно записать в векторном виде

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + [\mathbf{v}, \mathbf{B}]. \quad (П. 85.4)$$

$$\mathbf{B}' = \mathbf{B} - [\mathbf{v}, \mathbf{E}]/c^2. \quad (П. 85.5)$$

Поскольку мы рассматриваем нерелятивистский случай $v \ll c$, пространственные координаты и время связаны преобразованиями Галилея, поэтому радиус-вектор одинаков в обеих системах отсчета $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$.

Подставляя выражения для \mathbf{E} (П. 85.1) и $\mathbf{B} = 0$ в преобразования (П. 85.4) и (П. 85.5), получим, что в K' -системе наблюдаются как электрическое, так и магнитное поля данного заряда:

$$\mathbf{E}' = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{r}. \quad (П. 85.6)$$

$$\mathbf{B}' = -\frac{1}{c^2} [-\mathbf{v}, \mathbf{E}] = \frac{\mu_0 q}{4\pi r^3} [\mathbf{v}, \mathbf{r}]. \quad (П. 85.7)$$

Выражение (П. 85.6) — это кулоновское поле заряда, а выражение (П. 85.7) — магнитное поле движущегося заряда.

Таким образом, при переходе от одной системы отсчета к другой электрическое поле в одной системе выражается и через электрическое поле, и через магнитное поле в другой системе, и наоборот.

Ясно, что имеет смысл рассматривать эти поля совместно, как единое *электромагнитное поле*.

Теория относительности накладывает ограничения на взаимное превращение электрических и магнитных полей в движущихся системах отсчета. Оказывается, что при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой существуют инвариантные, т. е. не меняющие своего значения, комбинации из векторов \mathbf{E} и \mathbf{B} . Это скалярное произведение этих векторов и их разность квадратов:

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{E}' \cdot \mathbf{B}', \quad (85.3)$$

$$E^2 - c^2 B^2 = E'^2 - c^2 B'^2. \quad (85.4)$$

Формулы (85.3), (85.4) позволяют сделать ряд выводов о свойствах электромагнитного поля.

Если в какой-либо инерциальной системе отсчета электрическое и магнитное поля взаимно перпендикулярны (их скалярное произведение равно нулю, $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0$), то, как видно из (85.3), они будут взаимно перпендикулярны и во всякой другой системе.

Если левая часть соотношения (85.4) равна нулю в некоторой ИСО, что характерно для плоской электромагнитной волны в вакууме, то это свойство будет иметь место во всех ИСО, т. е. плоская электромагнитная волна будет оставаться плоской в любой другой ИСО.

Пример 2. Самолет летит вдоль земного меридиана к северу со скоростью $v = 250$ м/с. Магнитное поле Земли на этой широте составляет $B_3 = 60$ мкТл и направлено вертикально вниз. Какие поля наблюдает пилот самолета?

Направим ось Ox вдоль меридиана на север. Используя единичные векторы координатных осей $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$, можно записать скорость самолета, направленную вдоль оси Ox ,

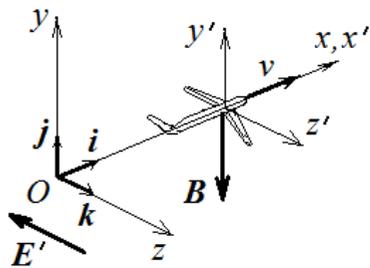


Рис. П.85.1.

$$\mathbf{v} = v \cdot \mathbf{i}, \quad (\text{П.85.8})$$

и магнитное поле Земли, направленное вертикально вниз

$$\mathbf{B} = -B_3 \cdot \mathbf{j}. \quad (\text{П.85.9})$$

Лабораторную систему отсчета K свяжем с Землей, а систему отсчета K' – с самолетом. Теперь задача выглядит таким образом: задано магнитное поле в K -системе. Пользуясь законами преобразования полей, определить электрическое и магнитное поля в K' -системе. Поскольку скорость самолета гораздо меньше скорости света, воспользуемся формулами преобразования полей для этого случая (П.85.4, П.85.5)

$$\begin{aligned} \mathbf{E}' &= \mathbf{E} + [\mathbf{v}, \mathbf{B}] \\ \mathbf{B}' &= \mathbf{B} - [\mathbf{v}, \mathbf{E}]/c^2 \end{aligned}$$

В лабораторной системе отсчета электрического поля нет, $\mathbf{E} = 0$. Тогда из этих формул вытекает, что магнитное поле в K' -системе будет таким же, как и в лабораторной K -системе:

$$\mathbf{B}' = \mathbf{B}. \quad (\text{П.85.10})$$

Что же касается электрического поля, то оно появляется в K' -системе:

$$\mathbf{E}' = [\mathbf{v}, \mathbf{B}] = -v B_3 [\mathbf{i}, \mathbf{j}] \quad (\text{П.85.11})$$

Согласно известному из векторной алгебры соотношению

$$[\mathbf{i}, \mathbf{j}] = \mathbf{k},$$

поэтому

$$\mathbf{E}' = -v B_3 \mathbf{k}. \quad (\text{П.85.12})$$

Подставив числа, найдем модуль напряженности электрического поля

$$E' = 250 \cdot 60 \cdot 10^{-6} = 0,015 \text{ (В/м)}.$$

Таким образом, пилот самолета, кроме магнитного поля, регистрирует электрическое поле, направленное вдоль крыльев с востока на запад. В результате действия этого поля, на конце левого крыла самолета будут накапливаться положительные заряды, а на конце правого крыла – отрицательные заряды. При размахе крыльев $l = 60$ м разность потенциалов между концами крыльев составит

$$\Delta\phi = E \cdot l = 0,015 \cdot 60 = 0,9 \text{ В}.$$

Контрольные вопросы.

1. Внутри металлической трубки падает намагниченный металлический шарик с диаметром, меньшим внутреннего диаметра трубки. Почему падение шарика замедляется по сравнению с падением в этой же трубке немагнитного шарика? В каком случае будут слышны удары шарика о стенки трубки?
2. Почему сердечники трансформаторов изготавливаются из отдельных листов, а не из сплошного куска железа?
3. Почему в мощных электрических генераторах вращают магнитное поле, а не рамку?
4. Последовательно с катушкой индуктивности включена лампа накаливания. При включении напряжения яркость лампы нарастает постепенно. Как объяснить это явление? Как зависит скорость нарастания яркости от индуктивности катушки?
5. В чем заключается относительность разделения электромагнитного поля на электрическое и магнитное поля?
6. Существуют ли ИСО, в которых электрический заряд является источником только одного магнитного поля?
7. Электрический заряд неподвижен в K -системе. Какие поля наблюдаются в K' -системе, движущейся относительно K -системы равномерно и прямолинейно?

8. Существует ли такая конфигурация электромагнитного поля, при которой в любой ИСО существуют одновременно и электрическое и магнитное поля?

9. Два одинаковых заряда движутся в K -системе отсчета навстречу друг другу с одинаковой скоростью U . Какие поля наблюдаются в этой системе? Можно ли найти такую ИСО, где наблюдалось бы только одно из полей?

10. В K -системе отсчета существует постоянное неоднородное магнитное поле (например, поле неподвижного постоянного магнита). Какие поля наблюдаются в ИСО K' , движущейся относительно K -системы?

11. В K -системе отсчета существует электрическое поле, но нет магнитного. В каком случае в K' -системе также будет наблюдаться только электрическое поле?

12. Как пользуясь законами преобразования полей показать, что при скорости света, равной бесконечности, магнитное взаимодействие между двумя движущимися параллельно с одинаковыми скоростями зарядами исчезает? Какие выводы можно сделать из этого?

Глава 9. УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Между электрическими и магнитными полями существует глубокая связь. Всякое изменение магнитного поля всегда сопровождается появлением электрического поля, и, наоборот, всякое изменение электрического поля приводит к появлению магнитного поля. Это взаимное превращение электрических и магнитных полей было открыто в 60-х годах 19 в. выдающимся английским физиком Дж.К.Максвеллом.

Уравнения Максвелла – это основные уравнения классической электродинамики, которые описывают электромагнитные явления в любой среде.

Уравнения были сформулированы Максвеллом на основе обобщения экспериментальных законов электрических и магнитных явлений и развития идеи английского ученого М.Фарадея о том, что взаимодействия между электрически заряженными телами осуществляется посредством электромагнитного поля.

Уравнения Максвелла связывают величины, характеризующие электромагнитное поле, с его источниками, т.е. с распределением в пространстве электрических зарядов и токов и позволяют решить основную задачу электродинамики: по заданному распределению зарядов и токов определить характеристики создаваемых ими электрических и магнитных полей.

Система уравнений Максвелла, описывающих электромагнитное поле, состоит из семи уравнений (порядок и нумерация их произвольны).

§ 86. Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла

Это уравнение дает углубленное истолкование явления электромагнитной индукции и является его математической формулировкой. В соответствии с законом Фарадея, при изменении магнитного потока Φ_B через замкнутый проводящий контур, возбуждается электродвижущая сила индукции

$$\mathcal{E}_i = - \frac{\partial \Phi_B}{\partial t}.$$

Максвелл, однако, подошел к рассмотрению явления электромагнитной индукции с несколько иной точки зрения, чем Фарадей. Согласно Фарадею, электромагнитная индукция состоит в возбуждении электрического тока и, следовательно, для ее проявления необходимо наличие замкнутого проводника. С точки зрения Максвелла, основным в явлении электромагнитной индукции является возбуждение электрического поля, а не тока, так что это явление существует и в том случае, когда в пространстве вообще нет никаких проводников (рис. 86.1), т.е. в диэлектрике или в вакууме. Проводящий контур в опытах Фарадея играет роль индикатора для обнаружения вихревого электрического поля.

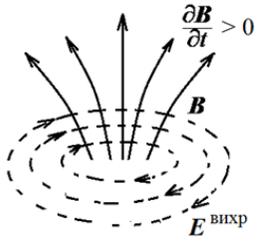


Рис. 86.1.

Учитывая определение ЭДС как циркуляции вектора напряженности E поля сторонних сил, можно записать

$$\varepsilon_i = \oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t},$$

где L – замкнутый контур интегрирования, $d\mathbf{l}$ – вектор элемента контура, проведенный в направлении обхода. Магнитный поток через произвольную поверхность S , натянутую на этот контур, определяется интегралом

$$\Phi_B = \int_S B_n dS = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}.$$

Здесь $d\mathbf{S} = dS \cdot \mathbf{n}$, \mathbf{n} – единичный вектор положительной нормали к элементу dS поверхности S , натянутой на замкнутый контур L (из конца вектора \mathbf{n} обход контура виден происходящим против часовой стрелки).

Тогда

$$\varepsilon_i = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

Вектор \mathbf{B} зависит от координат и времени. Здесь применен символ частной производной по времени, в предположении, что контур неподвижен.

Учитывая, что порядок дифференцирования по времени и интегрирования по поверхности можно поменять местами, поскольку поверхность, по которой производится интегрирование, остается неизменной, получаем:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \right) = \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$$

Таким образом, мы окончательно имеем I уравнение Максвелла в интегральной форме

$$\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (86.1)$$

Циркуляция вектора \mathbf{E} напряженности электрического поля по произвольному замкнутому контуру равна взятой с обратным знаком скорости измене-

ния потока магнитной индукции через поверхность, границей которой является данный контур.

Физический смысл I уравнения Максвелла можно кратко сформулировать следующим образом: **переменное магнитное поле порождает вихревое электрическое поле.**

Пример. В обмотке длинного прямого соленоида, длина которого гораздо больше его диаметра, изменяется ток по закону $I = I_0 \cos \omega t$. Число витков, приходящихся на единицу длины соленоида, равно n , сердечник изготовлен из немагнитного материала с магнитной проницаемостью μ . Определить закон изменения электрического поля как функцию расстояния r от оси соленоида.

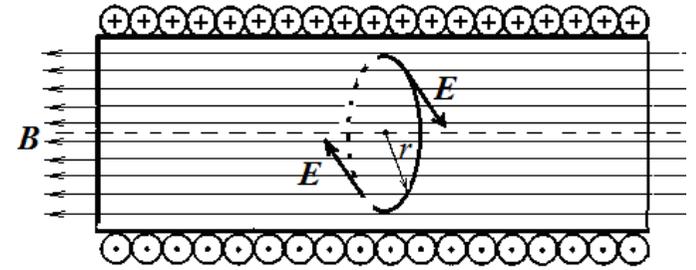


Рис. П.86.1.

Переменное магнитное поле внутри соленоида порождает вихревое электрическое поле. Математически это записывается в виде уравнения Максвелла так:

$$\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S}. \quad (\text{П.86.1})$$

Для вычисления стоящей слева в уравнении Максвелла циркуляции вектора \mathbf{E} в качестве контура интегрирования L выберем одну из силовых линий вихревого электрического поля. Это окружность с центром на оси соленоида (рис. П.86.1). Тогда

$$\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = E \oint_L d\mathbf{l} = E \cdot 2\pi r. \quad (\text{П.86.2})$$

Раскроем теперь содержание правой части уравнения Максвелла. Считая поле внутри соленоида однородным, т.е. одинаковым по сечению $S = \pi r^2$, вынесем магнитную индукцию B за знак интеграла и, пренебрегая краевыми эффектами, заменим выражением $B = \mu \mu_0 n I$:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = \frac{\partial}{\partial t} (B \int_S dS) = \frac{\partial}{\partial t} (\mu \mu_0 n I \pi r^2) = \mu \mu_0 n \pi r^2 \frac{\partial I}{\partial t}. \quad (\text{П.86.3})$$

Находим производную от силы тока по времени

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (I_0 \cos \omega t) = -I_0 \sin \omega t. \quad (\text{П.86.4})$$

Приравнявая левую и правую части уравнения Максвелла, получим для напряженности вихревого электрического поля

$$E(r, t) = \frac{\mu \mu_0}{2} \omega n r I_0 \sin \omega t. \quad (\text{П.86.5})$$

§ 87. Ток смещения. Второе уравнение Максвелла

Из явления электромагнитной индукции следует, что всякое переменное магнитное поле вызывает вихревое электрическое поле.

Основная идея Максвелла заключалась в том, что возможно и обратное явление, т.е. изменяющееся со временем электрическое поле должно приводить к появлению вихревого магнитного поля. Эта плодотворная идея впоследствии была подтверждена на опыте.

Чтобы проиллюстрировать открытие Максвелла, рассмотрим цепь переменного тока, содержащую конденсатор. В рассматриваемой схеме упорядоченное движение зарядов (электронов) существует только в проводнике, соединяющем обкладки. На обкладках конденсатора упорядоченное движение зарядов обрывается.



Рис. 87.1.

Однако, это не мешает существованию переменного тока в рассматриваемом контуре. Заряды в нем движутся от зажимов источника к обкладкам конденсатора и обратно, заряжая, разряжая и перезаряжая конденсатор. Заряды скапливаются на обкладках, не проникая внутрь конденсатора. Между обкладками конденсатора существует переменное электрическое поле.

Величину, пропорциональную скорости изменения со временем электрического поля, Максвелл назвал **током смещения**. Термин «ток» здесь употребляется не в прямом смысле – никакого упорядоченного движения зарядов между обкладками конденсатора нет. Сущность тока смещения можно выразить следующим образом: **это изменяющееся во времени электрическое поле**.

Ток смещения создает в окружающем пространстве магнитное поле такое же, как и поле равного ему тока проводимости. Впоследствии было доказано экспериментально, что изменяющееся электрическое поле создает вокруг себя магнитное поле.

Однако, ток смещения, в отличие от тока проводимости, не выделяет джоулевой теплоты.

Если согласно Максвеллу ток смещения $i_{см}$ в конденсаторе равен по величине току проводимости $i_{пр}$ в остальной части цепи:

$$i_{см} = i_{пр}, \quad (87.1)$$

то это условие позволяет выразить ток смещения через характеристики электрического поля конденсатора. Действительно, ток проводимости связан с изменением заряда каждой обкладки конденсатора общим соотношением:

$$i_{пр} = \frac{dq}{dt},$$

т. к. именно ток, т. е. движение зарядов в цепи, изменяет заряд конденсатора (заряды натекают на обкладки и стекают с них).

Далее, используем соотношения, известные из электростатики:

$$q = CU, \quad U = Ed, \quad C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}, \quad (87.2)$$

где U – напряжение на конденсаторе, C – его емкость, S, d – соответственно площадь каждой обкладки и расстояние между ними (для простоты рассматривается плоский конденсатор), $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная, ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика конденсатора, E – напряженность электрического поля между обкладками конденсатора.

После этого для тока смещения получим, используя (87.1):

$$i_{см} = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(CU) = \frac{d}{dt} \left(\frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d} Ed \right) = \frac{d}{dt} (\epsilon_0 \epsilon E \cdot S) = \frac{d}{dt} (DS) = \frac{d\Phi_D}{dt}. \quad (87.3)$$

Т.е.

$$i_{см} = \frac{d\Phi_D}{dt}. \quad (87.4)$$

Здесь $\Phi_D = DS$ есть поток вектора электрического смещения ($\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E}$) через площадь обкладок конденсатора.

Таким образом, согласно Максвеллу, **ток смещения равен скорости изменения потока вектора электрического смещения**.

Этот ток смещения в данном случае нужно представлять себе «текущим» через площадь, равную площади обкладки конденсатора S . Поэтому можно ввести понятие о **плотности тока смещения** $\mathbf{j}_{см}$, определив его (аналогично плотности тока проводимости) как ток через единичную площадку, перпендикулярную току. Тогда, очевидно, получим:

$$\mathbf{j}_{см} = \frac{i_{см}}{S} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

или в векторной форме, как особо доказал Максвелл

$$\mathbf{j}_{см} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (87.5)$$

плотность тока смещения по величине и направлению равна скорости изменения вектора электрического смещения.

Здесь учтено, что электрическое поле может быть неоднородным, т.е. зависеть не только от времени, но и от координат. Поэтому в выражении (87.5) использован знак частной производной.

Подчеркнем, что ток смещения определяется не самим вектором электрического смещения \mathbf{D} , а производной от него. Так, например, на рис. 87.2 ток проводимости натекает на верхнюю обкладку конденсатора, электрическое поле (вектор \mathbf{D}) направлено от положительной пластины к отрицательной сверху вниз и растет по величине. Приращение вектора \mathbf{D} и производная $\partial \mathbf{D} / \partial t$ (т.е. плотность тока смещения) имеют то же направление, что и ток проводимости $i_{пр}$.

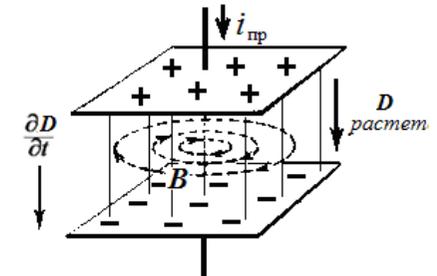


Рис. 87.2.

На рис. 87.3 изображена ситуация через пол периода переменного тока. Верхняя обкладка конденсатора по-прежнему заряжена положительно, но теперь

заряды стекают с верхней обкладки, ток проводимости $i_{пр}$ и ток смещения направлены снизу вверх.

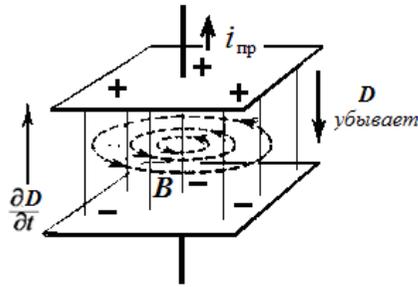


Рис. 87.3.

В диэлектрике вектор смещения D состоит из двух слагаемых :

$$D = \epsilon_0 E + P,$$

где P — поляризованность среды. Тогда формулу (87.5) можно записать в развернутом виде, раскрывающем «источники» тока смещения:

$$j_{см} = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial t} \quad (87.6)$$

Это значит, что ток смещения, в общем случае, состоит из двух частей: одна часть $\frac{\partial P}{\partial t}$ обусловлена изменением поляризованности среды в переменном электрическом поле, например, поворотом (смещением) молекулярных диполей при изменении направления поля.

Вторая часть $\epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$ — плотность тока смещения в вакууме — не связана с движением зарядов, а обусловлена только изменением во времени электрического поля. В вакууме часть плотности тока смещения $\frac{\partial P}{\partial t}$ отсутствует, но другое слагаемое отлично от нуля, поэтому ток смещения может существовать и в вакууме.

В общем случае токи проводимости и смещения в пространстве не разделяются, они существуют в одном и том же объеме. Например, внутри проводника, по которому течет переменный ток, имеется изменяющееся электрическое поле, а следовательно, ток смещения. Однако внутри проводов ток смещения пренебрежимо мал.

С помощью гипотезы о токе смещения Максвелл обобщил закон полного тока (69.6) введя в правую часть так называемый полный ток, т. е. сумму тока проводимости и тока смещения:

$$\oint H_l dl = \sum i_{пр} + i_{см}$$

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \left(\mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S} \quad (87.7)$$

Это соотношение представляет собой **второе основное уравнение системы Максвелла** в интегральной форме.

Циркуляция вектора \mathbf{H} напряженности магнитного поля по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости и скорости изменения потока электрического смещения через произвольную поверхность, натянутую на этот контур.

Подводя итоги, отметим **физический смысл II уравнения Максвелла**. Он состоит в том, что как ток проводимости, так и ток смещения (переменное электрическое поле) создают магнитное поле (рис. 87.4).

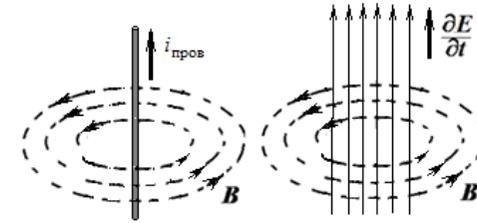


Рис. 87.4.

Пример. Плоский конденсатор состоит из двух круглых пластин радиуса R . Конденсатор заряжают постоянным током I , направление которого показано на рис. П.87.1.

- Как зависит от расстояния r от оси конденсатора напряженность H магнитного поля:
- внутри конденсатора;
 - вне конденсатора.

Чем можно объяснить скачок напряженности поля при переходе через поверхность пластины конденсатора?

Нарастающее при зарядке конденсатора электрическое поле (вектор электрического смещения которого D) создает магнитное поле напряженностью H , силовые линии которого — это концентрические окружности с центрами на оси конденсатора.

Вспользуемся этой цилиндрической симметрией при выборе контура обхода для теоремы о циркуляции.

В силу симметрии модуль H напряженности магнитного поля на окружности L , ось которой совпадает с током, одинаков во всех точках, поэтому циркуляция вектора H вдоль одной из этих окружностей радиуса r равна

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = H \oint_L d\mathbf{l} = H \cdot 2\pi r. \quad (\text{П. 87.1})$$

Как следует из уравнения Максвелла (87.7), для контура, лежащего *внутри* конденсатора, циркуляцию вектора \mathbf{H} следует приравнять току смещения, пронизывающему контур L :

$$\begin{aligned} I_{см} &= \int_S \left(\frac{\partial D}{\partial t} \right) dS = \frac{\partial D}{\partial t} \int_S dS = \frac{\partial D}{\partial t} \pi r^2 = \\ &= \pi r^2 \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{r^2}{R^2} \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{r^2}{R^2} I \end{aligned} \quad (\text{П. 87.2})$$

Приравняв (П.87.1) и (П.87.2), определяем напряженность магнитного поля

$$H = \frac{r}{2\pi R^2} I. \quad (\text{П. 87.3})$$

Для определения поля *вне* конденсатора применим теорему о циркуляции к контуру L_1 (рис. П.87.1). Циркуляцию вектора \mathbf{H} по этому контуру следует при-

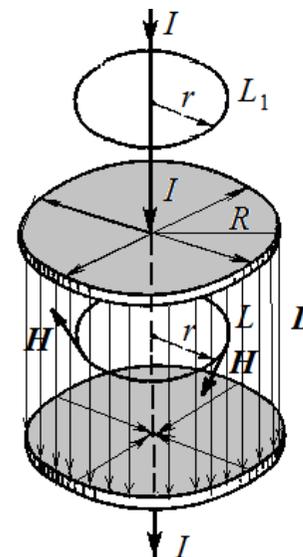


Рис. П.87.1.

равнять току проводимости I , заряжающему конденсатор, откуда

$$H_1 = \frac{I}{2\pi r} . \quad (\text{П. 87.4})$$

Как видим, поля внутри конденсатора и вне его различаются. Скачок напряженности поля при переходе через пластину конденсатора обусловлен наличием радиальных токов, текущих по поверхности пластин в процессе зарядки конденсатора (рис. П.87.1).

§ 88. Третье и четвертое уравнения Максвелла. Материальные уравнения

Из электростатики (см. § 43) известна теорема Гаусса для потока вектора \mathbf{D} : *поток вектора электрического смещения через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности свободных зарядов.*

$$\Phi_D = \oint_S D_n dS = \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \sum_i q_i .$$

Максвелл обобщил эту теорему, предположив, что она остается справедливой также и в случае *переменного* электрического поля. Выразив величину заряда $\sum q_i$ через плотность заряда ρ

$$\sum q_i = \int_V \rho dV , \quad (88.1)$$

где интеграл берется по объему V , охватываемому поверхностью S , мы получаем третье уравнение Максвелла в интегральной форме:

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \rho dV . \quad (88.2)$$

Физический смысл III уравнения Максвелла : *электрические заряды способны служить источниками электрического поля.*

Четвертое уравнение является обобщением теоремы Гаусса для статического магнитного поля на случай переменных магнитных полей:

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 . \quad (88.3)$$

Поток вектора магнитной индукции через произвольную замкнутую поверхность равен нулю.

Физический смысл IV уравнения Максвелла можно подытожить в виде утверждения: *в природе не существует магнитных зарядов.*

При решении задачи об определении электромагнитного поля в какой-либо среде к четырем уравнениям Максвелла необходимо добавить еще три соотношения, характеризующие электрические и магнитные свойства среды, в которой рассматривается электромагнитное поле. Эти дополнительные уравнения (материальные уравнения) имеют вид:

$$\mathbf{D} = \epsilon \epsilon_0 \mathbf{E}; \quad \mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H}; \quad \mathbf{j} = \gamma \mathbf{E}, \quad (88.4)$$

где ϵ и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости, γ – удельная электропроводность среды.

§ 89. Полная система уравнений Максвелла для электромагнитного поля

Система уравнений Максвелла в интегральной форме имеет вид:

$$\begin{aligned} \oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} &= -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} , \\ \oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} &= \int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} + \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} , \\ \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} &= \int_V \rho dV , \\ \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} &= 0 . \end{aligned} \quad (89.1)$$

Иногда эти уравнения (в вакууме) записывают без привлечения вспомогательных величин \mathbf{D} и \mathbf{H} :

$$\begin{aligned} \oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} &= -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} , \\ \oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} &= \mu_0 \int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} + \epsilon_0 \mu_0 \int_S \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} , \\ \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} &= \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV , \\ \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} &= 0 . \end{aligned} \quad (89.2)$$

Чтобы получить уравнения Максвелла в какой-либо среде делают замену $\epsilon_0 \rightarrow \epsilon_0 \epsilon$ и $\mu_0 \rightarrow \mu_0 \mu$.

С помощью теорем векторного анализа из (89.1) можно получить уравнения Максвелла в дифференциальной форме.

$$\begin{aligned} \text{rot} \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} , \\ \text{div} \mathbf{B} &= 0 , \\ \text{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} , \\ \text{div} \mathbf{D} &= \rho . \end{aligned} \quad (89.3)$$

Физический смысл их остается прежним, однако уравнения в дифференциальной форме связывают значения полей \mathbf{E} и \mathbf{B} и их производных по времени со значением плотностей заряда и тока в *одной и той же точке.*

В эти уравнения входят *дивергенция и ротор* электрического и магнитного полей. Это особые операции дифференцирования векторных полей. Не имея возможности останавливаться на этих операциях векторного анализа, отметим только, что дивергенция (по латыни «это извержение наружу, расхождение») описывает конфигурацию силовых линий, расходящихся из точек, где имеются

электрические заряды. Если дивергенция больше нуля, то точка является источником, если меньше – стоком.

Под **дивергенцией** вектора \mathbf{D} в данной точке понимают предел отношения потока вектора \mathbf{D} через поверхность S , окружающую точку, к объему V , заключенному внутри поверхности, когда поверхность стягивается в точку:

$$\operatorname{div}\mathbf{D} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}}{V}.$$

Операция ротора описывает вихревые поля (кольцеобразные силовые линии) вокруг их источников – токов или изменяющихся со временем полей. Ротор характеризует степень завихрения векторного поля.

Ротором вектора \mathbf{E} называется вектор, нормальная к площадке в данной точке проекция которого есть предел отношения циркуляции вектора \mathbf{E} по контуру площадки к ее величине, когда контур стягивается в точку

$$\operatorname{rot}_n \mathbf{E} = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}}{S}.$$

Теория Максвелла является величайшим достижением классической физики. Максвеллу удалось достичь в электромагнетизме того же, что сделал Ньютон в механике. Все явления электромагнетизма можно полностью описать уравнениями Максвелла.

Теория Максвелла не только объясняла уже известные факты, но и предсказала новые явления.

Из уравнений Максвелла следуют такие *выводы*:

1. Ни переменное электрическое, ни переменное магнитное поле не могут существовать одно без другого. Изменяющееся магнитное поле порождает вокруг себя вихревое электрическое поле, и наоборот, изменяющееся электрическое поле порождает вихревое магнитное поле. Оба поля являются составными частями единого электромагнитного поля.

2. Возникнув в одном месте пространства, переменное электрическое (или магнитное) поле не остается сосредоточенным в нем, а распространяется в окружающее пространство в виде электромагнитной волны.

Таким образом, Максвелл теоретически предсказал существование электромагнитных волн, т.е. переменного электромагнитного поля, распространяющегося в пространстве с конечной скоростью $c \approx 300\,000$ км/с.

Контрольные вопросы.

1. Чем отличаются фарадеевская и максвелловская трактовки явления электромагнитной индукции?
2. Ток через обмотку соленоида изменяется. Какое поле обнаруживается внутри соленоида?
3. Плоский конденсатор заряжается током. Какое поле обнаруживается между обкладками конденсатора?
4. Какие наблюдаемые физические явления позволяют обнаружить ток смещения?
5. В чем сходство и в чем различие токов проводимости и токов смещения?

6. По замкнутой цепи течет постоянный электрический ток. Чему равен в этом случае ток смещения в проводнике?

Рекомендованная литература

1. Савельев И.В. Курс физики. В 3-х т. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика. – М.: «Наука», 1989, – 464с.,
2. Кучерук І. М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. У 3 т. Т.2: Електрика і магнетизм. – К.: «Техніка», 2006, – 452 с
3. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М. «Высш. шк.», 1989, – 609 с.
4. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы. – М. «Лаборатория базовых знаний». 2002.– 320 с.
5. Сивухин Д.В. Общий курс физики. – М.: «Наука», 1977.– Т. 3. Электричество. 688 с.
6. Калашников С.Г. Электричество. М.: «Наука», 1964 – 666 с.
7. Калашников Н.П., Смондырев М.А. Основы физики. В 2 т. Т. 1. М.:Дрофа, 2003, 400 с.
8. Кингсеп А.С., Локшин Г.Р., Ольхов О.А. Основы физики. Курс общей физики. В 2 т. Т.1. Механика. Электричество и магнетизм. Колебания и волны, волновая оптика. М.: Физматлит, 2001. – 560 с.
9. Бутиков Е.И., Кондратьев А.С. Физика. Учеб. пособие. В 3 кн. Кн.2. Электродинамика. Оптика. – М.: Физматлит, 2004.-336 с.
10. Бушок Г.Ф., Левандовський В.В., Півень Г.Ф.. Курс фізики. У 2 кн.: Кн.1. Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм. – К.:«Либідь», 2001. – 448с.
11. Трофимова Т.И. Курс физики. – М., «Академия», 2005, – 560 с.
- 12.. Чертов А.Г. Воробьев А.А. Задачник по физике. – М.: «Физмат лит», 2005 – 640 с.
- 13.. Гаркуша І.П., Горбачук І.Т., Курінний В.П. та ін. Загальний курс фізики: Збірник задач – К.: «Техніка», 2004,– 560 с.

Предметный указатель

Ампер 17
Ампера закон 16
Антиферромагнетизм 56

Био-Савара-Лапласа закон

Вектор намагніченності 39
Взаимная индукция 69
Взаимная индуктивность 69
Взаимодействие параллельных токов 17
Вихревое магнитное поле 30

Вихревое электрическое поле 65, 82
Вихревые токи 66
Время релаксации 71

Генератор переменного тока 66
Гиромагнитное отношение 48
Гистерезис 55
Граничные условия для магнитного поля 45

Диамагнетики 50
Домены 52

Индуктивность 67
Индуктивность соленоида 68
Индукционный ток 58

Контур с током в магнитном поле 36

Ленца правило 61
Линии вектора \mathbf{B} 4

Магнетики 40
Магнитная восприимчивость 42
– индукция 5
– проницаемость 42,44
– поле 8
– в центре кругового тока 12
– движущегося заряда 15
– на оси кругового тока 12
– прямого длинного проводника 10
– соленоида 32
– тороида 32
Магнитно-мягкие и магнитно-жесткие материалы 55
Магнитный момент тока 5
Магнитный поток 32
Молекулярные токи 47

Напряженность магнитного поля 42,44
Намагниченность 40

Объемная плотность энергии магнитного поля 73
Орбитальный магнитный момент электрона 13,47
Основной закон электромагнитной индукции 60
Относительный характер электрического и магнитного полей 75

Парамагнетики 51
Петля гистерезиса 55
Плотность тока смещения 86
Поток вектора \mathbf{B} 32
Правило винта 4, 10
Преобразования Лоренца для электромагнитного поля 78
Принцип суперпозиции 9,11,14

Работа перемещения проводника с током в магнитном поле 34

Самоиндукция 67
Сила Лоренца 18
Спин 48

Теорема Гаусса для магнитного поля 33
– о циркуляции вектора \mathbf{B} 30
– о циркуляции вектора \mathbf{H} 42
Точка Кюри 56
Точка Нееля
Трансформатор 69

Уравнения Максвелла 89
– в дифференциальной форме 90

Ферромагнетики, ферриты 57
Ферромагнетики 52
Фарадея закон электромагнитной индукции 60

Холла эффект 25

Циклотрон 23
Циркуляция вектора \mathbf{B} в вакууме 29
Циркуляция вектора \mathbf{H} 42

Экстратоки замыкания 70
– размыкания 72
Электромагнитная индукция 59
– в движущихся проводниках 63
Электромагнитное поле 78, 80
Элемент тока 8
Энергия магнитного поля 73