

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

ВАРИАНТ 1

1. Начальная скорость частицы $\mathbf{v}_1 = 1\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$ (м/с), конечная – $\mathbf{v}_2 = 2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$. Определить: а) приращение скорости $\Delta\mathbf{v}$; б) модуль приращения скорости $|\Delta\mathbf{v}|$; в) приращение модуля скорости Δv .

2. Движения двух материальных точек выражаются уравнениями $x_1 = A_1 + B_1t + C_1t^2$, $x_2 = A_2 + B_2t + C_2t^2$, где $A_1 = 20$ м; $A_2 = 2$ м, $B_1 = B_2 = 2$ м/с; $C_1 = 4$ м/с²; $C_2 = 0,5$ м/с². В какой момент времени t скорости этих точек будут одинаковыми? Определить скорости v_1 и v_2 и ускорения a_1 и a_2 точек в этот момент

3. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 3$ рад/с². Определить радиус колеса, если через $t = 1$ с после начала движения полное ускорение точки на ободе колеса $a = 7,5$ м/с².

4. Две одинаковых тележки массой M каждая движутся по инерции (без трения) друг за другом с одинаковой скоростью v_0 . В какой-то момент времени человек массой m , находящийся на задней тележке, прыгнул в переднюю со скоростью u относительно своей тележки. Определить скорость v_1 передней тележки.

5. Тонкий однородный стержень длиной $l = 50$ см и массой $m = 400$ г вращается с угловым ускорением $\varepsilon = 3$ рад/с² около оси, проходящей перпендикулярно стержню через его середину. Определить вращающий момент M .

6. Полый тонкостенный цилиндр катится вдоль горизонтального участка дороги со скоростью $v = 1,5$ м/с. Определить путь, который он пройдет в гору за счет кинетической энергии, если уклон горы равен 5 м на каждые 100 м пути.

7. Две релятивистские частицы движутся в лабораторной системе отсчета навстречу друг другу вдоль одной прямой со скоростями $v_1 = 0,6c$ и $v_2 = 0,9c$. Определить их относительную скорость.

ВАРИАНТ 2

1. Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону $\mathbf{r} = 4t^2\mathbf{i} + 3t\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$. Определить: 1) скорость точки \mathbf{v} ; 2) ускорение точки \mathbf{a} ; 3) модуль скорости точки в момент времени $t = 2$ с.

2. Якорь электродвигателя, имеющий частоту вращения $n = 50$ с⁻¹, после выключения тока, сделав $N = 628$ оборотов, остановился. Определить угловое ускорение ε якоря.

3. К пружинным весам подвешен блок. Через блок перекинут шнур, к концам которого привязали грузы массами $m_1 = 1,5$ кг и $m_2 = 3$ кг. Каково будет показание весов во время движения грузов? Массой блока и шнура пренебречь.

4. Платформа с песком общей массой $M = 2$ т стоит на рельсах на горизонтальном участке пути. В песок попадает снаряд массой $m = 8$ кг и застревает в нем. Пренебрегая трением, определить, с какой скоростью будет двигаться платформа, если снаряд падает сверху вниз под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту со скоростью $v = 450$ м/с.

5. Сплошной однородный диск скатывается без скольжения по наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом. Определить линейное ускорение a центра диска.

6. Маховик, момент инерции которого $J = 40$ кг·м², начал вращаться равноускоренно из состояния покоя под действием момента силы $M = 20$ Н·м. Определить кинетическую энергию T , приобретенную маховиком через $t = 10$ с.

7. Время жизни покоящегося мюона $\tau_0 = 2,2$ мкс. От точки рождения до детектора, зарегистрировавшего его распад, мюон пролетел расстояние $l = 6$ км. С какой скоростью v' (в долях скорости света) двигался мюон?

ВАРИАНТ 3

1. Материальная точка движется вдоль прямой так, что ее ускорение линейно растет и за первые $t = 10$ с достигает значения $a = 5$ м/с². Определить в конце десятой секунды: 1) скорость точки; 2) пройденный точкой путь.

2. Колесо автомашины вращается равнозамедленно. За время $t = 2$ мин оно изменило частоту вращения от 240 до 60 мин⁻¹. Определить: 1) угловое ускорение колеса; 2) число полных оборотов, сделанных колесом за это время.

3. Пуля массой $m = 15$ г, летящая горизонтально со скоростью $v = 0,5$ км/с, попадает в подвешенный на тросах ящик с песком массой $M = 6$ кг и застревает в нем. Определить высоту h , на которую поднимется такой баллистический маятник, отклонившись после удара.

4. Тело массой $m = 0,4$ кг скользит по наклонной плоскости высотой $h = 10$ см и длиной $l = 1$ м. Коэффициент трения на всем пути $f = 0,04$. Определить: 1) кинетическую энергию тела у основания плоскости; 2) путь, пройденный телом на горизонтальном участке до остановки.

5. На вращающейся вокруг вертикальной оси платформе стоит человек и держит в руках стержень длиной $l = 2,4$ м и массой $m = 8$ кг, расположенный вертикально по оси вращения платформы. Платформа с человеком вращается с частотой $n_1 = 1$ с⁻¹. С какой частотой n_2 будет вращаться платформа с человеком, если он повернет стержень в горизонтальное положение? Суммарный момент инерции J человека и платформы равен 6 кг·м².

6. Маховик начинает вращаться из состояния покоя с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 0,4$ рад/с². Определить кинетическую энергию маховика через время $t_2 = 25$ с после начала движения, если через $t_1 = 10$ с после начала движения момент импульса L_1 маховика составлял 60 кг·м²/с.

7. Вычислить энергию покоя: 1) электрона; 2) протона; 3) α -частицы. Ответ выразить в джоулях и мегаэлектрон-вольтах.

ВАРИАНТ 4

1. Зависимость пройденного телом пути s от времени t задается уравнением $s = At - Bt^2 + Ct^3$ ($A = 2$ м/с, $B = 3$ м/с², $C = 4$ м/с³). Записать выражения для скорости и ускорения. Определить для момента времени $t = 2$ с после начала движения: 1) пройденный путь; 2) скорость; 3) ускорение.

2. Точка движется по окружности радиусом $R = 15$ см с постоянным тангенциальным ускорением a_τ . К концу четвертого оборота после начала движения линейная скорость точки $v = 15$ см/с. Определить нормальное ускорение a_n точки через $t = 16$ с после начала движения.

3. Пуля массой $m = 15$ г, летящая горизонтально, попадает в подвешенный на тросах длиной $l = 1$ м ящик с песком массой $M = 1,5$ кг и застревает в нем. Такой баллистический маятник отклонился после удара на угол $\varphi = 30^\circ$. Определить скорость пули.

4. Найти работу A подъема груза по наклонной плоскости длиной $l = 2$ м, если масса груза $m = 100$ кг, угол наклона наклонной плоскости $\varphi = 30^\circ$, коэффициент трения $f = 0,1$ и груз движется с ускорением $a = 1$ м/с².

5. Шар радиусом $R = 10$ см и массой $m = 5$ кг вращается вокруг оси симметрии согласно уравнению $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$ ($B = 2$ рад/с², $C = -0,5$ рад/с³). Определить момент вращающей силы M для $t = 3$ с.

6. Горизонтальная платформа массой $m = 25$ кг и радиусом $R = 0,8$ м вращается с частотой $n_1 = 18$ мин⁻¹. В центре стоит человек и держит на вытянутых руках гантели. Считая платформу диском, определить частоту вращения платформы, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от $J_1 = 3,5$ кг·м² до $J_2 = 1$ кг·м².

7. Полная энергия тела возросла на $\Delta E = 1$ Дж. На сколько при этом изменилась масса тела?

ВАРИАНТ 5

1. С вышки бросили камень в горизонтальном направлении. Через промежуток времени $t = 2$ с камень упал на землю на расстоянии $s = 40$ м от основания вышки. Определить начальную v_0 и конечную v скорости камня.

2. Диск радиусом $R = 10$ см вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ ($B = 1$ рад/с, $C = 1$ рад/с², $D = 1$ рад/с³). Определить для точек на ободу диска к концу второй секунды после начала движения: 1) тангенциальное ускорение a_τ ; 2) нормальное ускорение a_n ; 3) полное ускорение a .

3. Материальная точка массой $m = 1$ кг, двигаясь равномерно, описывает четверть окружности радиуса $r = 1,2$ м в течении времени $t = 2$ с. Найти изменение Δp импульса точки.

4. Пуля массой $m = 15$ г, летящая горизонтально со скоростью $v = 200$ м/с, попадает в подвешенный на тросах длиной $l = 1$ м ящик с песком массой $M = 1,5$ кг и застревает в нем. Определить угол отклонения φ такого баллистического маятника.

5. Сплошной цилиндр массой $m = 4$ кг катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Линейная скорость центра масс цилиндра $v = 1$ м/с. Определить полную кинетическую энергию T цилиндра.

6. На вращающейся вокруг вертикальной оси платформе стоит человек и держит в руках стержень длиной $l = 2,5$ м и массой $m = 8$ кг, расположенный вертикально по оси вращения платформы. Платформа с человеком вращается с частотой $n_1 = 12$ мин⁻¹. С какой частотой n_2 будет вращаться платформа с человеком, если он повернет стержень в горизонтальное положение? Суммарный момент инерции J человека и платформы равен 10 кг·м².

7. На космическом корабле-спутнике находятся часы, синхронизированные до полета с земными. Скорость v_0 спутника составляет $7,9$ км/с. На сколько отстанут часы на спутнике за время $\tau_0 = 0,5$ года по часам земного наблюдателя?

ВАРИАНТ 6

1. Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону $\mathbf{r} = 2t^2\mathbf{i} + 5t\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$. Определить: 1) скорость \mathbf{v} ; 2) ускорение \mathbf{a} ; 3) модуль скорости v в момент времени $t = 4$ с.

2. Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = At^2$ ($A = 0,5$ рад/с²). Определить к концу второй секунды после начала движения: 1) угловую скорость диска; 2) угловое ускорение диска; 3) для точки, находящейся на расстоянии 80 см от оси вращения, тангенциальное a_τ , нормальное a_n и полное a ускорения.

3. По наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ к горизонту скользит тело. Определить скорость тела в конце второй секунды от начала скольжения, если коэффициент трения $f = 0,15$.

4. Пуля массой $m = 10$ г, летящая с горизонтальной скоростью $v = 0,6$ км/с, попадает в мешок с песком массой $M = 10$ кг, висящий на длинной нити, и застревает в нем. Определить: 1) высоту, на которую поднимется мешок, отклонившись после удара; 2) долю кинетической энергии, израсходованной на пробивание песка.

5. Шар и сплошной цилиндр, изготовленные из одного и того же материала, одинаковой массы катятся без скольжения с одинаковой скоростью. Определить, во сколько раз кинетическая энергия шара меньше кинетической энергии сплошного цилиндра.

6. Человек массой $m = 60$ кг, стоит на краю горизонтальной платформы массой $M = 120$ кг, вращающейся по инерции вокруг неподвижной вертикальной оси с частотой $n_1 = 10$ мин⁻¹. Считая платформу круглым

однородным диском, а человека – точечной массой, определить, с какой частотой n_2 будет вращаться платформа, если человек перейдет к ее центру.

7. Электрон движется со скоростью $v = 0,6 c$. Определить релятивистский импульс p электрона.

ВАРИАНТ 7

1. Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = At^2$ ($A = 0,1$ рад/с²). Определить полное ускорение a точки на ободе диска к концу второй секунды после начала движения, если линейная скорость этой точки в этот момент $v = 0,4$ м/с.

2. Материальная точка массой $m = 2$ кг движется под действием некоторой силы F согласно уравнению $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $C = 1$ м/с², $D = -0,2$ м/с³. Найти значения этой силы в моменты времени $t_1 = 2$ с и $t_2 = 5$ с. В какой момент времени сила равна нулю?

3. К стальной проволоке радиусом $r = 1$ мм подвешен груз массой $m = 100$ кг. На какой наибольший угол α можно отклонить проволоку с грузом, чтобы она не разорвалась при прохождении этим грузом положения равновесия?

4. Шар массой $m_1 = 10$ кг, движущийся со скоростью $v_1 = 4$ м/с, сталкивается с шаром массой $m_2 = 4$ кг, скорость v_2 которого равна 12 м/с. Считая удар центральным и абсолютно неупругим, найти скорость u шаров после удара в двух случаях: 1) малый шар нагоняет большой шар, движущийся в том же направлении; 2) шары движутся навстречу друг другу.

5. Полная кинетическая энергия T диска, катящегося по горизонтальной поверхности, равна 24 Дж. Определить кинетическую энергию T_1 поступательного и T_2 вращательного движения диска.

6. Платформа, имеющая форму сплошного однородного диска, вращается по инерции вокруг неподвижной вертикальной оси. На краю платформы стоит человек, масса которого в 3 раза меньше массы платформы. Определить, как и во сколько раз изменится угловая скорость вращения платформы, если человек перейдет ближе к центру на расстояние, равное половине радиуса платформы. Считать человека точечной массой.

7. Фотонная ракета движется относительно Земли со скоростью $v' = 0,6 c$. Во сколько раз замедлится ход времени в ракете с точки зрения земного наблюдателя?

ВАРИАНТ 8

1. Диск радиусом $R = 10$ см вращается так, что зависимость линейной скорости точек, лежащих на ободе диска, от времени задается уравнением $v = At + Bt^2$ ($A = 0,3$ м/с², $B = 0,1$ м/с³). Определить момент времени, для которого вектор полного ускорения a образует с радиусом колеса угол $\varphi = 4^\circ$.

2. Вычислить работу A , совершаемую на пути $s = 12$ м равномерно возрастающей силой, если в начале пути сила $F_1 = 10$ Н, в конце пути $F_2 = 46$ Н.

3. Пружина жесткостью $k = 10$ кН/м была сжата на $x_1 = 4$ см. Какую нужно совершить работу A , чтобы сжатие пружины увеличить до $x_2 = 8$ см?

4. При центральном упругом ударе движущееся тело массой m_1 ударяется в покоящееся тело массой m_2 , в результате чего скорость первого тела уменьшается в два раза. Определить: 1) во сколько раз масса первого тела больше массы второго тела; 2) кинетическую энергию второго тела непосредственно после удара, если первоначальная кинетическая энергия первого тела равна 800 Дж.

5. Вал массой $m = 100$ кг и радиусом $R = 5$ см вращался с частотой $n = 8$ с⁻¹. К цилиндрической поверхности вала прижали тормозную колодку с силой $F = 40$ Н, под действием которой вал остановился через $t = 10$ с. Определить коэффициент трения f .

6. Бревно высотой $h = 3$ м и массой $m = 50$ кг начинает падать из вертикального положения на землю. Определить скорость верхнего конца и момент импульса бревна в момент падения на землю.

7. На сколько увеличится масса α -частицы при ускорении ее от начальной скорости, равной нулю, до скорости, равной 0,9 скорости света?

ВАРИАНТ 9

1. Зависимость пройденного телом пути от времени задается уравнением $s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ ($C = 0,1$ м/с², $D = 0,03$ м/с³). Определить: 1) через сколько времени после начала движения ускорение a тела будет равно 2 м/с²; 2) среднее ускорение $\langle a \rangle$ тела за этот промежуток времени.

2. Диск радиусом $R = 10$ см вращается так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = At + Bt^3$ ($A = 2$ рад/с, $B = 4$ рад/с³). Определить для точек на ободу колеса: 1) нормальное ускорение a_n в момент времени $t = 2$ с; 2) тангенциальное ускорение a_τ для этого же момента; 3) угол поворота φ_1 , при котором полное ускорение составляет с радиусом колеса угол $\alpha = 45^\circ$.

3. Тело массой $m = 2$ кг падает вертикально с ускорением $a = 5$ м/с². Определить силу сопротивления при движении этого тела.

4. Тело, падая с некоторой высоты, в момент соприкосновения с Землей обладает импульсом $p = 100$ кг·м/с и кинетической энергией $T = 500$ Дж. Определить: 1) с какой высоты тело падало; 2) массу тела.

5. Определить, во сколько раз уменьшится скорость шара, движущегося со скоростью v_1 при его соударении с покоящимся шаром, масса которого в n раз больше массы налетающего шара. Удар считать центральным абсолютно упругим.

6. Шар массой $m = 10$ кг и радиусом $R = 20$ см вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Уравнение вращения шара имеет вид $\varphi = A + Bt^2$

– Ct^3 , где $B = 4 \text{ рад/с}^2$; $C = -1 \text{ рад/с}^3$. Найти закон изменения момента сил, действующих на шар.

7. Два ускорителя выбрасывают навстречу друг другу частицы со скоростями $|v| = 0,9 \text{ с}$. Определить относительную скорость u_{21} сближения частиц в системе отсчета, движущейся вместе с одной из частиц.

ВАРИАНТ 10

1. Движение материальной точки задано уравнением $\mathbf{r}(t) = A(\mathbf{i} \cos \omega t + \mathbf{j} \sin \omega t)$, где $A = 0,5 \text{ м}$; $\omega = 5 \text{ рад/с}$. Начертить траекторию точки. Определить модуль скорости $|v|$ и модуль нормального ускорения a_n .

2. Диск радиусом $R = 10 \text{ см}$ вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ ($B = 1 \text{ рад/с}$, $C = 1 \text{ рад/с}^2$, $D = 1 \text{ рад/с}^3$). Определить для точек на ободу диска к концу второй секунды после начала движения: 1) тангенциальное ускорение a_τ ; 2) нормальное ускорение a_n ; 3) полное ускорение a .

3. Тело массой $m = 2 \text{ кг}$ движется прямолинейно по закону $s = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$ ($C = 2 \text{ м/с}^2$, $D = 0,4 \text{ м/с}^3$). Определить силу, действующую на тело в конце первой секунды движения.

4. Тело массой $m_1 = 3 \text{ кг}$ движется со скоростью $v_1 = 2 \text{ м/с}$ и ударяется о неподвижное тело такой же массы. Считая удар центральным и неупругим, определить количество теплоты, выделившееся при ударе.

5. Обруч и сплошной цилиндр, имеющие каждый массу $m = 2 \text{ кг}$, катятся без скольжения с одинаковой скоростью $v = 5 \text{ м/с}$. Определить кинетические энергии этих тел.

6. Маховик вращается по закону, выражаемому уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где $A = 2 \text{ рад}$; $B = 32 \text{ рад/с}$; $C = -4 \text{ рад/с}^2$. Найти среднюю мощность $\langle N \rangle$, развиваемую силами, действующими на маховик при его вращении, до остановки, если его момент инерции $J = 100 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

7. Определить импульс p частицы (в единицах m_0c), если ее кинетическая энергия равна энергии покоя.