

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №4

ВАРИАНТ 1

1. Амплитуда гармонических колебаний точки $A = 5$ см, амплитуда скорости $v_{\max} = 7,85$ см/с. Вычислить циклическую частоту ω колебаний и максимальное ускорение a_{\max} точки.

2. Точка совершает одновременно два гармонических колебания одинаковой частоты, которые происходят во взаимно перпендикулярных направлениях. Уравнения колебаний $x = A \cos \omega t$ и $y = A \cos (\omega t + \varphi)$. Определить уравнение траектории точки. Принять $A = 2$ см, $\varphi = \pi/2$.

3. Материальная точка, масса которой $m = 10$ г, осуществляет гармонические колебания по закону косинуса с периодом $T = 2$ с и начальной фазой $\varphi = 0$. Полная механическая энергия точки $E = 0,1$ мДж. Определить амплитуду колебаний A и записать закон движения точки. Вычислить максимальное значение F_{\max} силы, которая действует на точку.

4. Груз массой $m = 500$ г, подвешенный к спиральной пружине жесткостью $k = 20$ Н/м, совершает упругие колебания в некоторой среде. Логарифмический декремент затухания колебаний $\lambda = 0,004$. Определить количество N полных колебаний, которые может совершить груз, чтобы энергия колебаний уменьшилась в $n = 2$ раза. За какое время Δt состоится это уменьшение?

5. Плоская гармоническая звуковая волна возбуждается источником колебаний частоты $\nu = 200$ Гц и распространяется вдоль оси OX . Амплитуда колебаний точек источника $\xi_0 = 4$ мм. Написать уравнение колебаний источника $\xi(0, t)$, если в начальный момент времени смещения точек источника было максимальным. Определить смещение точек среды, которые находятся на расстоянии $x = 100$ см от источника, в момент времени $t = 0,1$ с. Скорость звуковой волны принять $v = 340$ м/с. Затуханием пренебречь.

6. Колебательный контур содержит конденсатор емкостью $C = 8$ пФ и катушку индуктивностью $L = 0,5$ мГн. Каково максимальное напряжение U_{\max} на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока в контуре $I_{\max} = 40$ мА?

7. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна, напряженность электрического поля которой описывается уравнением

$\mathbf{E} = \mathbf{e}_y E_m \cos(\omega t - kx)$, где \mathbf{e}_y – орт оси OY , $E_m = 160$ В/м, $k = 0,51$ м⁻¹. Определить напряженность магнитного поля \mathbf{H} волны в точке с координатой $x = 7,7$ м в момент времени $t = 33$ нс.

ВАРИАНТ 2

1. Точка совершает колебания по закону синуса с периодом $T = 12$ с. В некоторый момент времени смещения x точки равнялось 1 см. Когда фаза

колебаний увеличилась вдвое, скорость v точки стала равняться $\pi/6$ см/с. Определить амплитуду A колебаний.

2. Точка совершает одновременно два гармонических колебания одинаковой частоты, которые происходят в взаимно перпендикулярных направлениях по уравнениям: $x = A_1 \cos \omega t$ и $y = A_2 \sin \omega t$. Определить уравнение траектории точки. Принять: $A_1 = 3$ см, $A_2 = 1$ см.

3. Материальная точка, масса которой $m = 50$ г, совершает колебания по закону $x = 10 \sin(2t + \frac{\pi}{3})$, где x дано в сантиметрах, а аргумент синуса – в радианах. Определить максимальные значения силы F_{\max} , возвращающей точку в положение равновесия, и кинетической энергии $W_{k \max}$.

4. Амплитуда колебаний маятника длиной $l = 1$ м за время $t = 10$ мин уменьшилась в два раза. Определить логарифмический декремент λ затухания системы.

5. Плоская звуковая волна имеет период $T = 3$ мс, амплитуду $\xi_0 = 0,2$ мм и длину волны $\lambda = 1,2$ м. Найти скорость точек среды, удаленных от источника колебаний на расстояние $x = 2$ м, в момент времени $t = 7$ мс. Начальную фазу колебаний принять равной нулю.

6. Колебательный контур имеет такие параметры: резонансная частота $\nu_{\text{рез}} = 600$ кГц, емкость конденсатора $C = 350$ пФ, активное сопротивление $R = 15$ Ом. Определить добротность контура.

7. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна, амплитуда напряженности магнитного поля которой $H_m = 0,1$ А/м. Определить интенсивность волны.

ВАРИАНТ 3

1. Точка, которая совершает гармонические колебания по закону $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ см, в определенный момент времени t_1 имеет смещение $x_1 = 4$ см, скорость $v_1 = 5$ см/с и ускорение $a_1 = -80$ см/с². Определить амплитуду A и период T колебаний точки; фазу колебаний $\omega t + \varphi$ в момент времени, который рассматривается; максимальные скорость v_{\max} и ускорение a_{\max} точки.

2. Складываются два взаимно перпендикулярных колебания, которые выражаются уравнениями $x = A_1 \sin \omega t$ и $y = A_2 \cos \omega(t + \tau)$, где $A_1 = 2$ см, $A_2 = 1$ см, $\omega = \pi$ с⁻¹, $\tau = 0,5$ с. Найти уравнение траектории.

3. Брусок, масса которого $m = 0,5$ кг, лежит на гладком столе. Он соединен горизонтальной пружиной жесткостью $k = 32$ Н/м со стеной. В начальный момент времени пружину сжали на $x_0 = 1$ см и отпустили. Установить закон движения бруска. Трением пренебречь.

4. Логарифмический декремент λ затухания маятника равен 0,01. Определить число N полных колебаний маятника до уменьшения его амплитуды в 3 раза.

5. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура с скоростью 10 м/с. Амплитуда колебаний точек шнура 5 см, период колебаний 1 с.

Записать уравнение волны и определить: 1) длину волны, 2) фазу колебаний, смещение, скорость и ускорение точки, которая удалена на расстояние 9 м от источника колебаний в момент времени $t_1 = 2,5$ с.

6. На какую длину волны λ будет резонировать контур, который состоит из катушки индуктивностью $L = 4$ мкГн и конденсатора емкостью $C = 1,11$ нФ?

7. Чему равны амплитуды напряженностей E_m и H_m электрического и магнитного полей плоской электромагнитной волны в воздухе в фокусе излучения лазера, где интенсивность $I = 10^{14}$ Вт/см²?

ВАРИАНТ 4

1. Точка совершает колебания по закону $x = A \cos(\omega t + \varphi)$, где $A = 4$ см. Определить начальную фазу φ , если: а) $x(0) = 2$ см, $v(0) < 0$; б) $x(0) = -2$ см, $v(0) < 0$; в) $x(0) = 2$ см, $v(0) > 0$; г) $x(0) = -2$ см, $v(0) > 0$. Построить векторную диаграмму для момента времени $t = 0$.

2. Два гармонических колебания одинаковых амплитуд и периодов, которые направлены по одной прямой, складываются в одно колебание той же амплитуды. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ складываемых колебаний.

3. Гвоздь забит в стену горизонтально. На него подвешен тонкий обруч, который колеблется в плоскости, параллельной стене. Радиус обруча $R = 30$ см. Вычислить период T колебаний обруча.

4. Амплитуда затухающих колебаний за время $t_1 = 20$ с уменьшилась в два раза. Во сколько раз она уменьшится за время $t_2 = 1$ мин?

5. От источника колебаний распространяется гармоническая волна вдоль оси OX . Амплитуда ξ_0 колебаний равняется 10 см. Каким будет смещение точки, удаленной от источника на $x = 3/4 \lambda$, в момент, когда от начала колебаний прошло время $t = 0,9 T$?

6. Индуктивность L колебательного контура равняется 0,5 мГн. Какова должна быть емкость C контура, чтобы он резонировал на длину волны $\lambda = 300$ м?

7. Электромагнитная волна с частотой $\nu = 4$ МГц переходит из немагнитной среды с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 3$ в вакуум. Определить увеличение ее длины волны.

ВАРИАНТ 5

1. Точка совершает колебания по закону $x = A \sin(\omega t + \varphi)$, где $A = 4$ см. Определить начальную фазу φ , если: $x(0) = -2\sqrt{3}$ см и $v(0) > 0$. Построить векторную диаграмму для момента $t = 0$.

2. Вычислить возвращающую силу F в момент времени $t_1 = 1,25$ с и полную механическую энергию E материальной точки, масса которой $m = 10$ г, а колебания осуществляются по закону $x = 0,1 \cos(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{4})$, м.

3. Тонкий стержень, подвешенный за конец, совершает колебания с такой же частотой, что и математический маятник длиной $l = 1$ м. Чему равна длина стержня?

4. Добротность колебательной системы $Q = 3$, частота свободных колебаний $\omega = 150 \text{ с}^{-1}$. Определить собственную частоту ω_0 колебаний системы.

5. Определить интенсивность звука (Вт/м^2), если уровень громкости его $L = 67$ дБ. Интенсивность звука на пороге слышимости $I_0 = 10^{-12} \text{ Вт/м}^2$.

6. В колебательном контуре происходят свободные незатухающие электромагнитные колебания. Зная, что максимальный заряд конденсатора $q_m = 10^{-6}$ Кл, а максимальная сила тока $I_m = 10$ А, определить длину волны, на которую резонирует контур.

7. Электромагнитная волна имеет частоту $\nu = 4 \cdot 10^{14}$ Гц, длину в некотором веществе $\lambda = 0,1$ мкм. Какова скорость распространения волны в этом веществе? Чему равен показатель преломления вещества? Какой будет длина волны после перехода ее в воздух?

ВАРИАНТ 6

1. Максимальная скорость точки, которая совершает гармонические колебания, равняется 10 см/с , максимальное ускорение 100 см/с^2 . Определить круговую частоту ω колебаний, их период T и амплитуду A .

2. Определить амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания, которое получится при сложении двух колебаний одинакового направления и периода: $x_1 = A_1 \sin \omega t$ и $x_2 = A_2 \sin \omega (t + \tau)$, где $A_1 = A_2 = 1$ см; $\omega = \pi \text{ с}^{-1}$, $\tau = 0,5$ с.

3. Айсберг в виде прямой призмы колеблется вдоль вертикальной оси. Определить период T малых колебаний айсберга, если высота его надводной части $h = 100$ м.

4. Тело, масса которого $m = 1$ кг, совершает колебания под действием упругой силы ($k = 10 \text{ Н/м}$). Определить коэффициент сопротивления r вязкой среды, если период затухающих колебаний $T = 2,1$ с.

5. Звуковые колебания с частотой $\nu = 450$ Гц и амплитудой $\xi_0 = 0,3$ мм распространяются в воздухе. Длина волны $\lambda = 80$ см. Чему равняется средняя энергия, которая переносится волной в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению волны? Плотность воздуха $\rho = 1,29 \text{ кг/м}^3$.

6. Емкость конденсатора колебательного контура $C = 7$ мкФ, индуктивность его катушки $L = 0,23$ Гн, сопротивление $R = 40$ Ом. Конденсатору сообщили заряд $q_0 = 0,56$ мКл и присоединили его к катушке. Определить период колебаний, логарифмический декремент затухания и записать закон изменения напряжения на конденсаторе в зависимости от времени.

7. В колебательном контуре индуктивность катушки можно изменять от 50 до 500 Гн, а емкость конденсатора от 10 до 1000 пФ. Какой диапазон длин

волн можно получить при настройке такого контура?

ВАРИАНТ 7

1. Материальная точка, масса которой $m = 10$ г, осуществляет гармонические колебания по закону косинуса с периодом $T = 2$ с и начальной фазой $\varphi = 0$. Полная механическая энергия точки $E = 0,1$ мДж. Определить амплитуду колебаний A и записать закон движения точки. Вычислить максимальное значение F_{\max} силы, которая действует на точку.

2. Математический маятник длиной $l_1 = 40$ см и физический маятник в виде тонкого стержня длиной $l_2 = 60$ см синхронно колеблются около одной и той же горизонтальной оси. Определить расстояние от центра масс стержня до оси колебаний.

3. Амплитуда затухающих колебаний маятника за время $t_1 = 5$ мин уменьшилась в два раза. За какое время t_2 амплитуда уменьшится в восемь раз?

4. Груз массой $m = 0,5$ кг подвешен на пружине, жесткость которой $k = 0,49$ Н/см, и помещен в масло. Коэффициент сопротивления движению в масле $r = 0,5$ кг/с. На верхний конец пружины действует вертикальная возмущающая сила, которая изменяется по закону $F = 0,98 \sin \omega t$, Н. При какой частоте возмущающей силы амплитуда вынужденных колебаний будет максимальной? Чему она равняется?

5. Определить скорость v распространения волны в упругой среде, если разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек среды, отстоящих друг от друга на $\Delta x = 10$ см, равняется $\pi/3$. Частота колебаний $\nu = 25$ Гц.

6. Сила тока в колебательном контуре, который содержит катушку индуктивностью $L = 0,1$ Гн и конденсатор, с течением времени изменяется по уравнению $I = -0,1 \sin 200\pi t$. Определить: 1) период колебаний, 2) емкость конденсатора, 3) максимальное напряжение на обкладках конденсатора, 4) максимальную энергию магнитного поля, 5) максимальную энергию электрического поля.

7. В вакууме вдоль оси OX распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля волны составляет 18,8 В/м. Определить среднюю энергию, которая проходит за $t = 1$ мин через площадку $S = 0,5$ м², размещенную перпендикулярно направлению распространения волны.

ВАРИАНТ 8

1. Определить максимальные значения скорости v_{\max} и ускорения a_{\max} точки, которая совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 3$ см и круговой частотой $\omega = \pi/2$ с⁻¹.

2. Материальная точка массой $m = 50$ г совершает колебания, уравнение которых имеет вид $x = A \cos \omega t$, где $A = 10$ см, $\omega = 5$ с⁻¹. Найти силу F ,

действующую на точку, в двух случаях: 1) в момент, когда фаза $\omega t = \pi/3$; 2) в положении наибольшего смещения точки.

3. Груз подвешен на пружине, жесткость которой $k = 0,1$ Н/м, и погружен в среду с коэффициентом сопротивления $r = 0,05$ кг/с. Масса груза $m = 1$ кг. Определить добротность Q колебательной системы.

4. Шарик массой $m = 50$ г колеблется на легкой нити, длина которой $l = 1$ м. Считая, что коэффициент сопротивления воздуха $r = 0,1$ кг/с, определить частоту собственных колебаний ν_0 ; резонансную частоту колебаний $\nu_{рез}$; резонансную амплитуду $A_{рез}$, если амплитудное значение возмущающей силы $F_0 = 0,01$ Н.

5. Плотность некоторого двухатомного газа при нормальном давлении равна $1,78$ кг/м³. Определить скорость распространения звука в газе при этих условиях.

6. Напряжение на обкладках конденсатора колебательного контура изменяется по закону $U = 30 \cos 10^3 \pi t$, В. Емкость конденсатора $C = 0,3$ мкФ. Определить период T колебаний, индуктивность катушки L и установить закон изменения силы тока $I(t)$ в контуре.

7. В вакууме вдоль оси OX распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля волны составляет $18,8$ В/м. Длина волны $\lambda = 31$ м. Записать уравнение электромагнитной волны.

ВАРИАНТ 9

1. Точка совершает гармонические колебания. Наибольшее смещение x_{max} точки равняется 10 см, наибольшая скорость $v_{max} = 20$ см/с. Определить круговую частоту ω колебаний.

2. В электронном осциллографе электронный луч отклоняется в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Колебания луча описываются уравнениями $x = A \sin 3\omega t$, $y = A \cos 2\omega t$. Построить траекторию светящейся точки на экране, соблюдая масштаб. Принять $A = 4$ см.

3. Однородный диск радиусом $R = 30$ см совершает колебания вокруг горизонтальной оси, которая проходит через одну из образующих цилиндрической поверхности диска. Определить период T его колебаний.

4. Тело массой $m = 0,1$ кг подвешено на пружине жесткостью $k = 10$ Н/м. Верхняя часть пружины находится под действием вертикальной силы $F = 10^3 \cos \omega t$, Н. Колебания происходят в вязкой среде. Определить максимальную силу трения $F_{тр max}$, которая мешает движению, если при резонансе амплитуда $A_{рез} = 0,1$ м.

5. Плоская звуковая волна имеет период $T = 3$ мс, амплитуду $\xi_0 = 0,2$ мм и длину волны $\lambda = 1,2$ м. Для точек среды, удаленных от источника колебаний на расстояние $x = 2$ м, найти смещение $\xi(x, t)$ в момент $t = 7$ мс. Начальная фаза колебаний равна нулю.

6. Емкость конденсатора колебательного контура $C = 1$ мкФ, индуктивность его катушки $L = 10$ мГн. Какое активное сопротивление R

необходимо ввести в контур, чтобы его собственная частота колебаний уменьшилось на 0,01%?

7. Электромагнитные волны распространяются в однородной среде со скоростью $2 \cdot 10^8$ м/с. Какую длину волны имеют электромагнитные волны в этой среде, если их частота 1 МГц?

ВАРИАНТ 10

1. Груз массой $m = 0,1$ кг, подвешенный на спиральной пружине, растягивает ее на $\Delta x = 0,1$ мм. Какую амплитуду A будут иметь колебания груза, если полная механическая энергия $E = 1$ Дж?

2. Однородный диск радиуса $R = 30$ см совершает колебания вокруг горизонтальной оси, которая проходит через середину одного из радиусов перпендикулярно к плоскости диска. Определить период T его колебаний.

3. Груз, масса которого $m = 0,1$ кг, подвешен на вертикальной пружине жесткостью $k = 10$ Н/м. Сила сопротивления движения пропорциональна скорости, коэффициент пропорциональности $r = 0,87$ кг/с. Груз оттянули на $x_{\max} = 2$ см от положения равновесия и отпустили без толчка. Записать закон движения груза.

4. На гармонический осциллятор массой $m = 10$ г, который совершает колебания с коэффициентами квазиупругой силы $k = 10^2$ Н/г и затухания $\beta = 1$ с⁻¹, действует возмущающая сила $F = 0,1 \cos 90t$, Н. Установить закон, по которому происходят колебания. Сравнить значение амплитуды колебаний с амплитудой в резонансе

5. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура с скоростью $v = 10$ м/с. Амплитуда колебаний точек шнура $A = 5$ см, период колебаний $T = 1$ с. Записать уравнение волны и определить: 1) длину волны, 2) фазу колебаний, смещение, скорость и ускорение точки, отстоящей на 9 м от источника колебаний в момент времени $t_1 = 2,5$ с.

6. Емкость конденсатора колебательного контура $C = 39,5$ мкФ, индуктивность его катушки $L = 100$ мГн. Заряд конденсатора $q = 3$ мкКл. Пренебрегая сопротивлением контура, записать уравнение 1) изменения силы тока в контуре в зависимости от времени, 2) изменения напряжения на конденсаторе в зависимости от времени.

7. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна, амплитуда напряженности электрического поля которой $E_m = 160$ В/м. Определить амплитуду напряженности магнитного поля волны.