· Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Державний вищий навчальний заклад
«Національний гірничий університет»

І.П. Гаркуша

В.П. Курінний

Л.Ф. Мостіпан

Ф І З И К А

Методичні рекомендації до самостійної роботи

Навчальний посібник для студентів вищих технічних навчальних закладів
Видання 3-є, виправлене та доповнене

Дніпропетровськ
НГУ
2011

ББК 22.3я72
Г41
УДК 53(075.4)

Рекомендовано Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України як навчальний посібник для студентів напряму «Гірництво» вищих навчальних закладів (лист №14/18-Г-4 від 08.01.2009р.)

Рецензенти: д-р фіз.-мат. наук, проф. Є.Д.Солдатова (Дніпропетровський національний університет), д-р фіз.-мат. наук, проф. Є.Г.Попов (Дніпропетровський державний агроуніверситет), канд. фіз.-мат. наук, проф. Б.М.Дікарев (Придніпровська державна академія будівництва і архітектури)

Автори: Гаркуша І.П. – канд.. фіз.-мат. наук, професор (загальна редакція, розділи 1, 6) , Курінний В.П. – канд. техн. наук, професор (розділи 3, 4), Мостіпан Л.Ф. – канд. техн. наук, доцент (розділи 2, 5.)

Гаркуша І.П., Курінний В.П., Мостіпан Л.Ф.

Г41 **Фізика.**. Навчальний посібник для студентів вищих технічних навчальних закладів. - Дніпропетровськ: ДВНЗ «НГУ», 2011. -175с.

ISBN 978-966-350-135-2

Наведена робоча програма дисципліни «Фізика», відповідно до якої надані основні закони і формули, загальні методичні рекомендації, приклади розв’язування задач, контрольні запитання з відповідями та задачі для самостійного розв’язання. Містить довідкові фізичні таблиці та деякі необхідні відомості з математики.

Призначений для бакалаврів галузі знань 0503 «Розробка родовищ корисних копалин» при вивченні нормативної дисципліни природничонаукового циклу «Фізика» з метою застосування знань для розв’язання практичних завдань.

Може бути корисним студентам інших технічних напрямів підготовки, а також викладачам вищих навчальних закладів під час проведення семінарських занять з дисципліни «Фізика» та укладання індивідуальних завдань для студентів денної та заочної форми навчання.

ISBN 978-966-350-135-2

ЗМІСТ

Передмова

Навчальний посібник призначений для надання методичної допомоги у вивченні дисципліни «Фізика» і виконанні індивідуальних практичних завдань бакалаврам галузі знань 0503 «Розробка родовищ корисних копалин».

Посібник охоплює переважну більшість розділів діючої програми з фізики, яка приведена на початку посібника і відображає досвід роботи кафедри фізики ДВНЗ «Національний гірничий університет».

Вказана основна і додаткова сучасна навчальна література до опрацювання. Надані загальні методичні рекомендації з розв'язання задач.

У відповідності до вимог кредитно-модульної системи матеріал у посібнику розділений на 6 розділів. На початку кожного розділу наводяться відповідні закони і формули, контрольні запитання для самоперевірки (відповіді на них наведені в кінці посібника). Основну частину посібника складають приклади розв'язування типових задач, після яких йдуть задачі для самостійного розв'язання, які для зручності сформовані у вигляді індивідуальних завдань, по 10 варіантів у кожному.

Поряд з оригінальними укладачі використовували приклади і задачі з інших посібників, що мають значну методичну цінність.

У додатках наведені довідкові таблиці, що доповнюють умови задач, та деякі відомості з математики і наближених обчислень, які будуть корисними під час розв'язування задач.

Посібник буде корисним також студентам інших технічних напрямів підготовки та викладачам вищих навчальних закладів. Користуючись даним посібником, викладач в залежності від часу, що відводиться на вивчення курсу для різних спеціальностей та специфіки їх, має змогу розробити свою робочу програму дисципліни та варіювати кількість індивідуальних завдань. Посібник може використовуватись під час укладання завдань і для студентів заочної форми навчання.

РОБОЧА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ «ФІЗИКА» ДЛЯ БАКАЛАВРІВ ГАЛУЗІ ЗНАНЬ 0503 «РОЗРОБКА РОДОВИЩ КОРИСНИХ КОПАЛИН»

Вступ

Предмет фізики та її зв'язок з іншими науками.

Фізичні основи механіки

Елементи кінематики матеріальної точки. Система відліку, радіус-вектор, траєкторія, шлях, вектор переміщення. Середні та миттєві швидкість і прискорення точки. Нормальне і тангенціальне прискорення.

Динаміка матеріальної точки і поступального руху твердого тіла. Інерціальні та неінерціальні системи відліку. Маса. Сила. Закони Ньютона. Механічні сили (сила тяжіння і вага, сили пружності і тертя). Закон збереження імпульсу. Центр мас.

Робота й енергія. Робота сили, потужність. Кінетична і потенціальна енергії. Зв'язок кінетичної енергії з роботою сил, прикладених до системи. Консервативні сили. Зв'язок між консервативною силою і потенціальною енергією. Закон збереження механічної енергії. Застосування законів збереження до абсолютно пружного і абсолютно непружного ударів тіл.

Механіка твердого тіла. Кінематика обертального руху. Кутова швидкість і кутове прискорення. Зв'язок кутових і лінійних швидкостей і прискорень. Момент інерції. Кінетична енергія обертання. Момент сили. Рівняння динаміки обертального руху твердого тіла відносно нерухомої осі. Момент імпульсу і закон його збереження. Кінетична енергія тіла при плоскому русі.

Елементи спеціальної теорії відносності. Перетворення Галілея. Постулати Ейнштейна. Перетворення Лоренца. Наслідки з перетворень Лоренца. Інтервал між подіями. Основний закон релятивістської динаміки. Релятивістський вираз для кінетичної енергії. Взаємозв'язок маси й енергії спокою.

Основи молекулярної фізики і термодинаміки

Молекулярно-кінетична теорія ідеальних газів. Статистичний і термодинамічний методи. Дослідні закони ідеального газу. Рівняння Клапейрона – Менделєєва. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів. Число ступенів вільності молекули. Закон рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності молекул. Середня кінетична енергія молекул.

Основи статистичної фізики. Розподіл Максвелла молекул ідеального газу за швидкостями і енергіями теплового руху. Барометрична формула. Розподіл Больцмана частинок у зовнішньому потенційному полі. Середнє число зіткнень і середня довжина вільного пробігу молекул.

Основи термодинаміки. Робота, яку виконує газ під час зміни його об’єму. Кількість теплоти. Теплоємність. Внутрішня енергія. Перший закон термодинаміки. Застосування першого закону термодинаміки до ізопроцесів. Адіабатний процес. Круговий процес (цикл). Оборотні і необоротні процеси. Ентропія, її статистичний зміст. Другий закон термодинаміки. Теплові двигуни і холодильні машини. Цикл Карно і його ККД для ідеального газу.

Явища переносу. Зіткнення молекул. Дослідні закони дифузії, теплопровідності і внутрішнього тертя

Реальні гази, рідини і тверді тіла. Сили і потенціальна енергія міжмолекулярної взаємодії.. Рівняння Ван-дер-Ваальса. Будова рідин. Поверхневий натяг. Капілярні явища. Тверді тіла. Моно- і полікристали. Фізичні типи кристалів. Дефекти в кристалах.

Електрика і електромагнетизм

Електростатичне поле у вакуумі. Електричний заряд, його дискретність. Закон Кулона. Електричне поле. Напруженість. Принцип суперпозиції полів. Потік вектора напруженості. Теорема Гаусса для електростатичного поля у вакуумі і її застосування до розрахунку електростатичних полів. Робота з переміщення електричного заряду. Потенціал. Напруженість як градієнт потенціалу.

Електричне поле в діелектриках. Вільні і зв'язані заряди в діелектриках. Типи діелектриків. Поляризація. Поляризованість. Діелектрична сприйнятливість і діелектрична проникність речовини. Електричне зміщення. Напруженість поля в діелектрику.

Провідники в електростатичному полі. Електричне поле зарядженого провідника. Провідники в зовнішньому електричному полі. Електроємність відокремленого провідника. Конденсатори. Енергія системи зарядів, заряджених провідників і конденсаторів. Енергія електростатичного поля.

Постійний електричний струм. Сила і густина струму. Сторонні сили. Електрорушійна сила і напруга. Закон Ома. Опір провідників. Робота і потужність струму. Закон Джоуля-Ленца. Правила Кірхгофа для розгалужених кіл. Елементарна класична електронна теорія електропровідності металів. Виведення основних законів електричного струму з електронних представлень. Робота виходу електронів з металу. Термоелектронна емісія. Струм у газах. Поняття про плазму.

Магнітне поле. Магнітна індукція. Закон Біо-Савара-Лапласа. Магнітні поля прямолінійного провідника зі струмом і колового струму. Закон Ампера. Контур зі струмом у магнітному полі. Сила Лоренца. Рух заряджених частинок у магнітному полі. Ефект Холла. Потік і циркуляція вектора магнітної індукції. Магнітне поле соленоїда. Робота з переміщення провідника і контуру зі струмом у магнітному полі.

Електромагнітна індукція. Закон Фарадея. Правило Ленца. Явище самоіндукції. Індуктивність. Взаємна індукція. Енергія магнітного поля.

Магнітне поле в речовині. Магнітні моменти електронів і атомів. Діа- і парамагнетики. Намагніченість. Магнітна сприйнятливість і магнітна проникність речовини. Феромагнетики. Спінова природа феромагнетизму.

Основи теорії Максвелла для електромагнітного поля. Вихрове електричне поле. Струм зміщення. Рівняння Максвелла в інтегральній формі.

Коливання і хвилі

Механічні та електромагнітні коливання. Гармонічні коливання. Диференціальне рівняння гармонічних коливань. Пружинний, фізичний і математичний маятники. Енергія гармонічних коливань. Вільні гармонічні коливання в коливальному контурі. Додавання гармонічних коливань одного напрямку. Додавання коливань, які відбуваються у взаємно перпендикулярних напрямах. Диференціальне рівняння вільних згасаючих коливань (механічних й електромагнітних) і його розв’язок. Диференціальне рівняння вимушених коливань (механічних й електромагнітних) і його розв’язок. Резонанс.

Пружні хвилі. Утворення хвиль у пружному середовищі. Поздовжні і поперечні хвилі. Рівняння біжучої хвилі. Фазова швидкість. Енергія хвилі. Інтерференція хвиль. Стоячі хвилі. Звукові хвилі. Ефект Доплера в акустиці.

Електромагнітні хвилі, їх основні властивості і застосування. Рівняння електромагнітної хвилі. Енергія електромагнітних хвиль. Потік енергії. Вектор Умова-Пойнтінга. Випромінювання диполя.

Хвильова оптика

Інтерференція світла. Когерентність і монохроматичність світлових хвиль. Інтерференція світла від двох джерел. Інтерференція світла в тонких плівках. Інтерферометри.

Дифракція світла. Принцип Гюйгенса – Френеля. Метод зон Френеля. Дифракція на круглому отворі і диску. Дифракція Фраунгофера на щілині і дифракційних ґратках. Дифракція рентгенівського випромінювання. Формула Вульфа – Бреггів. Принцип голографії.

Вплив середовища на властивості світла. Природне і поляризоване світло. Закон Малюса. Поляризація світла під час відбивання і заломлення на межі двох діелектриків. Закон Брюстера. Подвійне променезаломлення. Поляроїди. Дисперсія, поглинання, розсіяння світла.

Квантова природа випромінювання

Теплове випромінювання. Дослідні закони випромінювання абсолютно чорного тіла (закони Кірхгофа, Стефана-Больцмана і Віна). Квантова гіпотеза і формула Планка. Фотоелектричний ефект. Фотони. Рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоефекта. Енергія й імпульс фотона. Тиск світла. Ефект Комптона і його елементарна теорія.

Елементи квантової механіки і атомної фізики

Атом водню і його спектр за теорією Бора.

Хвильові властивості мікрочастинок. Формула де Бройля. Співвідношення невизначеностей. Хвильова функція і її статистичний зміст. Рівняння Шредінгера для стаціонарних станів. Рух вільної частинки. Частинка в нескінченно глибокій «потенціальній ямі». Квантування енергії частинки. Проходження частинки крізь потенційний бар'єр.

Атом водню в квантовій механіці. Головне, орбітальне і магнітне квантові числа. Спін електрона. Магнітне спінове число. Принцип Паулі. Розподіл електронів в атомі за станами. Гальмовне і характеристичне рентгенівське випромінювання. Поглинання, спонтанне і вимушене випромінювання. Поняття про лазери.

Елементи фізики твердого тіла

Енергетичні зони в кристалах. Метали, діелектрики і напівпровідники за зонною теорією. Власна електронно-діркова провідність напівпровідників. Домішкова провідність *p*- і *n*-типу напівпровідників Контакт електронного і діркового напівпровідників (*p*-*n*-перехід). Фотоелектричні явища в напівпровідниках. Застосування напівпровідників.

Елементи фізики атомного ядра і елементарних частинок

Заряд, розмір і склад атомного ядра. Масове і зарядове числа. Ядерні сили. Дефект маси і енергія зв'язку ядра. Радіоактивність і ядерні реакції. Реакція поділу ядер. Поняття про ядерну енергетику. Реакція синтезу атомних ядер. Проблема керованих термоядерних реакцій. Елементарні частинки. Чотири типи фундаментальних взаємодій: сильне, електромагнітне, слабке і гравітаційне.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Основна

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцік П.П. Загальний курс фізики, – Київ. Техніка. – 1999-2000, т.1, 2, 3.
2. Курс фізики (під редакцією Лопатинського І.Є.). – Львів. – ”Бескід Біт”. – 2002.
3. Бушок Г.Ф., Левандовський В.В., Півень Г.Ф.. Курс фізики. У 2 кн.: Кн.1. Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм. – К.:«Либідь», 2001. – 448с.
4. Бушок Г.Ф., Венгер Е.Ф. Курс фізики. Кн.2. Оптика. Фізика атома і атомного ядра. Молекулярна фізика і термодинаміка. К. «Либідь»2001. – 422 с.
5. Гаркуша І.П., Курінний В.П. Фізика. Навчальний посібник у 7 частинах. Ч. 1. Механіка. Ч.2. Молекулярна фізика і термодинаміка. Ч.3. Електрика і магнетизм. Ч.4. Коливання і хвилі. Ч.5. Хвильова оптика. Ч.:6. Квантова фізика. Ч.7. Фізика атомно-го ядра і елементарних частинок. – Дніпро. НТУ «ДП» 2012-2021 рр.
6. Фізика: підручник / [І.Є.Лопатинський, І.Р.Зачек, Г.А.Ільчук, Б.М.Романишин] – Львів: Афіша, 2005. - 394 с.
7. Збірник задач з фізики: навч. посібник / [І.Є. Лопатинський, І.Р. За-чек, С.О.Юр’єв та ін.] – Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2016. – 244 с.
8. Гаркуша І.П., Горбачук І.Т., Курінний В.П. та ін. Загальний курс фізики: Збірник задач – К.: «Техніка», 2004,– 560 с.
9. Гаркуша І.П., Курінний В.П., Мостіпан Л.Ф. Фізика. Навчальний посібник для самостійної роботи студентів. – Дніпропетровськ: НГУ. 2011.
10. Гаркуша І.П., Мокляк З.П.,. Буслов Ю.О. Фізика. Задачі з розв'язаннями. – Дніпропетровськ. НГУ.2003.
11. Гаркуша И.П. Елементи фізики напівпровідників (полегшений варіант). Навчальний посібник. Дніпро. НТУ «Дніпровська політехніка» 2021. 36 с.
12. Певзнер М.Ш. Основи теорії відносності : навч. посіб. Дніпропетровськ: НГУ, 2013. 134 с.

Додаткова

1. Фізика і комп’ютерні технології: навч. посібник / [І.Р.Зачек, І.Є.Лопатинський, С.О. Юр’єв, О.В. Рибак, С.П.Дубельт] – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2019. - 360 с.
2. Збірник задач з фізики: навч. посібник / [І.Є. Лопатинський, І.Р. Зачек, С.О.Юр’єв та ін.] – Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2016. – 244 с
3. Лабораторний практикум з фізики. Частина 1. Лабораторія механіки та молекулярної фізики: Навчальний посібник / [І.В. Бандрівчак, С.Р. Баран І.М. Бордун та ін.]. - Львів: Вид-во НУ "Львівська політехніка", 2002.- 184 с.
4. Лабораторний практикум з фізики. Частина 2. Електрика і магнетизм: Навчальний посібник / [А.М. Андрейко, Ю.М. Білинський, В.О. Березіна та ін.]. - Львів: Видавництво НУ "Львівська політехніка", 2006. – 204 с.
5. В.П. Бригінець, С.О. Подласов. Хвильова оптика. Лекції з курсу фізики: Навчальний посібник за програмою підготовки бакалаврів з технічних спеціальностей вищих навчальних закладів. Електронний ресурс Київ, НТУУ «КПІ», 2014р.

6. П. Бригінець, С.О. Подласов, В.П. Сергієнко. Лекції з курсу загальної фізики. Механіка: Навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів / За редакцією професора В.П. Сергієнка. – К.: Видавництво НПУ імені М.П. Драгоманова, 2010. – 170 с. Електронний ресурс

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

1. Для успішного розв’язання задач спочатку треба розібрати відповідний *теоретичний матеріал за підручником.* Після цього можна розглянути наведені в даному посібнику формули, контрольні запитання та задачі з розв’язаннями.

2. Приступаючи до розв’язання задачі, необхідно з'ясувати її фізичний зміст і постановку питання. Як правило, жодне слово в умові не є зайвим. Необхідно *визначити всі інформативні слова* і відобразити інформацію, що вони несуть, у скороченому запису. Правильний запис умови в скороченому вигляді є першим і необхідним етапом розв’язання задачи.

Значення величин варто виражати тільки в одиницях СІ. Деякі відсутні в умові дані можна визначити з таблиць, наведених у кінці даного посібника.

3. Якщо дозволяє характер задачі, треба обов'язково *зробити рисунок* або схему, що пояснює суть задачі. Грамотний рисунок полегшує пошук розв’язання.

4. Один з методів розв’язання полягає в тому, що спочатку *визначають формулу,* що містить шукану величину і величини, задані в умові. Якщо в цій формулі є невідомі величини, то використовуючи допоміжні формули, виражають їх через відомі величини. Підставивши знайдені вирази цих невідомих величин у формулу шуканої величини, одержують формулу загального розв’язку задачі.

Багато фізичних задач вирішуються за допомогою *законів збереження* (імпульсу, механічної енеогії, моменту імпульсу, заряду та ін.). Але нагадаємо, що всякий фізичний закон є вірним лише за виконання певних умов. Тому варто перевірити, чи можна застосовувати той або інший закон в умовах даної задачі.

5. Вирішувати задачі треба *в загальному вигляді*, тобто виразити шукану величину в літерних позначеннях величин, що є заданими в умові. При такому способі уникають обчислення проміжних величин.

6. Одержавши розв’язання в загальному вигляді, треба його *проаналізувати,* для чого переконатися в тім, що отриманий результат має *одиниці вимірювання* шуканої величини (див. приклади **1.4**, **1.8** та ін.). Невірна одиниця вимірювання свідчить про помилковість розв’язання.

У додатку до посібника наводяться одиниці фізичних величин і їх зв’язок з основними одиницями (у СІ – метр, кілограм, секунда, ампер, кельвін, кандела).

7. Обчислення шуканої величини треба проводити, користуючись *правилами дій з наближеними числами* (див. додаток «Про наближені обчислення»). Виконуючи чисельні розрахунки, треба враховувати ступінь точності даних задачі. Поширеною є помилка, коли остаточний числовий результат, отриманий за допомогою калькулятора, має точність, що перевищує точність вихідних даних.

У посібнику всі величини ***в умовах*** задач виражені, як правило, з точністю ***до трьох значущих цифр***. Якщо яке-небудь число містить одну або дві значущі цифри, то це означає, що наступні дві або одна значущі цифри – нулі, які з метою спрощення запису опущені. Наприклад, числа 0,1; 4; 16 варто приймати за 0,100; 4,00; 16,0 і т.п.

Отже, ***відповідь повинна бути обчислена також з точністю до трьох значущих цифр***. Числовий результат варто записувати як добуток десяткового дробу з одною значущою цифрою перед комою на відповідний ступінь десяти. Наприклад, замість 3520 треба писати $3{,}52\cdot 10^3$, замість 0,00129 писати $1{,}29\cdot 10^{-3}$ і т.п.

8. Після одержання числового результату варто оцінити його *правдоподібність*. Така оцінка іноді допомагає визначити допущену помилку. Наприклад, швидкість частинки не може перевищувати швидкості світла, або заряд частинки не може бути меншим заряду електрона і т.п.

МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ З РОЗДІЛІВ КУРСУ ФІЗИКИ

1. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ

ОСНОВНІ ЗАКОНИ І ФОРМУЛИ

1.1. Кінематика матеріальної точки

- Положення матеріальної точки в просторі задається радіусом-вектором $\mathbf{r}$:

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

де $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ – одиничні вектори (орти) декартової прямокутної системи координат; x, y, z – координати точки.

- Модуль радіус-вектора $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.
- Переміщення

$$\Delta\,\mathbf{r} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0,$$

де $\mathbf{r}$ та $\mathbf{r}_0$ – радіуси-вектори матеріальної точки наприкінці та на початку руху.

- Середня і миттєва швидкості матеріальної точки

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t}, \qquad \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt},$$

де $\Delta\mathbf{r}$ – переміщення матеріальної точки за проміжок часу Δt,

$\boldsymbol{v} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k}$, $v_x = \dfrac{dx}{dt}$; $v_y = \dfrac{dy}{dt}$; $v_z = \dfrac{dz}{dt}$ – проекції вектора швидкості $\mathbf{v}$ на осі координат.

- Модуль вектора швидкості

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}\ .$$

- Шлях, що пройшла точка

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v\,dt\ .$$

- Середнє і миттєве прискорення

$$< \boldsymbol{a} >= \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}, \qquad \boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt};$$

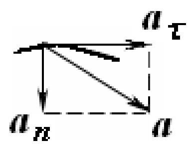
де $\boldsymbol{a} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k}$; $a_x = \frac{d\text{v}_x}{dt}$, $a_y = \frac{d\text{v}_y}{dt}$; $a_z = \frac{d\text{v}_z}{dt}$; – проекції вектора прискорення $\boldsymbol{a}$ на осі координат.

- Модуль миттєвого прискорення

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}\ .$$

- Повне прискорення при криволінійному русі

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a_n} + \boldsymbol{a}_\tau\ ,$$



де $\boldsymbol{a}_n$ – нормальна, $\boldsymbol{a}_\tau$ – тангенціальна складові прискорення.
Модулі цих прискорень

$$a_n = \frac{v^2}{R}; \quad a_\tau = \frac{dv}{dt}; \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}\ ,$$

де R – радіус кривизни траєкторії в даній точці.

- Шлях і швидкість для прямолінійного рівнозмінного руху

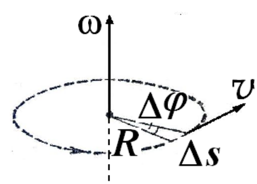
$$s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}; \; v = v_0 \pm at; \; v^2 - v_0^2 = \pm 2as\ ,$$

де v_0 – початкова швидкість.

1.2. Обертання абсолютно твердого тіла навколо нерухомої осі

- Середня і миттєва кутові швидкості

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}, \qquad \omega = \frac{d\varphi}{dt},$$



де $\Delta\varphi$ – кут повороту.

- Кутове прискорення

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

- Кутова швидкість для ***рівномірного*** обертання

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n\ ,$$

де T – період обертання, n – частота обертання ($n = N/t$, де N – число обертів, що зроблено тілом за час t).

- Кут повороту φ, кутова швидкість ω і кутове прискорення ε для ***рівнозмінного*** обертального руху

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}; \quad \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \quad \omega^2 - \omega_0^2 = \pm 2\varepsilon\varphi.$$

- Зв'язок між лінійними і кутовими величинами:

$$s = R\varphi, \ \mathrm{v} = \omega R, \ a_\tau = \varepsilon R, \ a_n = \omega^2 R, \ a = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

1.3. Динаміка матеріальної точки і поступального руху твердого тіла

- Імпульс матеріальної точки

$$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}.$$

- Другий закон Ньютона (основне рівняння динаміки матеріальної точки)

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} = m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt},$$

де $\boldsymbol{F}$ – результуюча сила, що діє на матеріальну точку.

- Сили, які розглядаються в механіці:

а) сила тяжіння

$$\mathbf{P} = m\mathbf{g};$$

б) сила гравітаційної взаємодії (закон всесвітнього тяжіння)

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

де F – сила взаємного притягання двох матеріальних точок масами m_1 і m_2; G – гравітаційна стала; r – відстань між точками.

в) сила пружності (закон Гука для поздовжнього розтягання або стиску)

$$F_x = -kx, \quad \text{або} \quad \sigma = \varepsilon E,$$

де F_x – проекція пружної сили на вісь Ox, k – коефіцієнт пружності (у випадку пружини – жорсткість), x– величина поздовжньої деформації; $\sigma = F_x/S$ – нормальне напруження, S – площа поперечного перерізу тіла, що деформується, $\varepsilon = x/l$ – відносна деформація, l – початкова довжина тіла, E – модуль Юнга.

г) сила тертя ковзання

$$F_{\text{тер}} = \mu N,$$

де μ – коефіцієнт тертя ковзання; N – сила нормального тиску (притискуюча сила).

- ***Закон збереження імпульсу***: для замкненої системи тіл сумарний імпульс залишається сталим

$$\mathbf{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \mathbf{v}_i = \text{const},$$

де $\mathbf{p_i} = m_i \mathbf{v}_i$ -імпульс *i*-го тіла.

- Робота, яку здійснює постійна сила,

$$dA = F\,ds\,\cos\alpha,$$

де α – кут між напрямками векторів сили **F** і переміщення $d\mathbf{s}$ точки прикладання сили.

- Робота змінної сили на шляху s

$$A = \int_s F_s ds.$$

- Миттєва потужність

$$N = \frac{dA}{dt} = F\text{v}\cos\alpha.$$

- Кінетична енергія тіла, що рухається поступально,

$$T = \frac{m\text{v}^2}{2}, \text{ або } T = \frac{p^2}{2m}.$$

- Потенціальна енергія:

  а) пружно деформованої пружини

$$\Pi = \frac{kx^2}{2},$$

  б) гравітаційної взаємодії двох матеріальних точок

$$\Pi = -G\frac{m_1 m_2}{r},$$

  в) тіла, що підняте над поверхнею Землі на висоту h

$$\Pi = mgh,$$

де g – прискорення вільного падіння (формула справедлива за умови $h \ll R$, де R – радіус Землі).

- ***Закон збереження механічної енергії***: в системі тіл, між якими діють лише консервативні сили, повна механічна енергія зберігається, тобто не змінюється з часом,

$$T + \Pi = \text{const}.$$

- Робота A результуючої всіх сил дорівнює приросту кінетичної енергії матеріальної точки:

$$A = T_2 - T_1.$$

- Робота A консервативних сил дорівнює убутку потенціальної енергії матеріальної точки:

$$A = \Pi_1 - \Pi_2.$$

- Швидкості куль масами m_1 і m_2 після абсолютно пружного центрального удару

$$u_1 = \frac{2m_2 v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2},$$

$$u_2 = \frac{2m_1 v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2},$$

де v_1 і v_2 – швидкості куль до удару.

- Швидкості куль масами m_1 і m_2 після абсолютно непружного центрального удару

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

1.4. Динаміка обертання твердого тіла навколо нерухомої осі

- Момент інерції матеріальної точки відносно осі Oz

$$J_z = mr^2,$$

де m – маса матеріальної точки, r – відстань від неї до осі Oz.

- Момент інерції твердого тіла відносно осі Oz

$$J_z = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2,$$

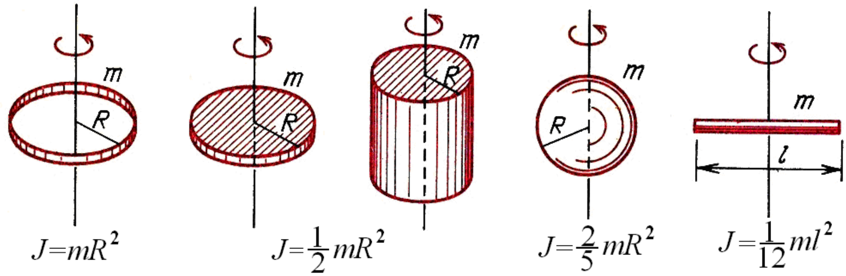
де r_i – відстань i-го елемента маси m_i до осі Oz. У випадку безперервного розподілу мас

$$J_z = \int r^2 dm.$$

- Моменти інерції деяких тіл правильної геометричної форми:

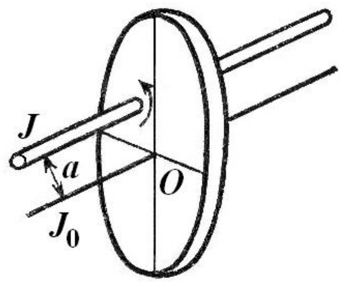
Тіло	*Вісь, відносно якої визначається момент інерції*	*Момент інерції*
Однорідний тонкий стрижень масою m і довжиною l	Проходить через центр мас стрижня перпендикулярно стрижневі	$\frac{1}{12}ml^2$
	Проходить через кінець стрижня перпендикулярно стрижневі	$\frac{1}{3}ml^2$
Тонке кільце, обруч, труба, маховик з масою, розподіленою по ободу, радіусом R і масою m	Вісь симетрії	mR^2
Круглий однорідний диск, циліндр радіусом R і масою m	Те ж	$\frac{1}{2}mR^2$

Однорідна куля радіусом R і масою m	Проходить через центр кулі	$\frac{2}{5}mR^2$



- Момент інерції тіла відносно довільної осі Oz (теорема Штейнера)

$$J_z = J_0 + ma^2,$$



де J_0 – момент інерції тіла відносно осі, що проходить через центр мас тіла паралельно заданій осі; a – відстань між осями; m – маса тіла.

- Момент сили (обертальний момент) відносно осі обертання Oz

$$M_z = F_{\perp} l,$$

де $F_{\perp}$ – проекція сили на площину, що є перпендикулярною осі Oz, l – плече сили (найкоротша відстань від осі обертання до лінії дії сили).

- Модуль моменту імпульсу частинки, що рухається:
  – вздовж прямолінійної траєкторії, $L_z = mvl$, де l – плече імпульсу (найкоротша відстань від осі обертання до напряму імпульсу);
  – по колу радіуса r, $L_z = mvr$.
- Момент імпульсу твердого тіла відносно нерухомої осі обертання Oz

$$L_z = J_z\omega,$$

де J_z – момент інерції відносно осі обертання, ω – кутова швидкість.

- Рівняння динаміки обертального руху твердого тіла відносно нерухомої осі z

$$M_z = \frac{dL_z}{dt} = J_z\frac{d\omega}{dt}, \qquad \text{або } M_z = J_z\varepsilon,$$

де M_z – результуючий момент відносно осі Oz зовнішніх сил, що діють на тіло; ε – кутове прискорення; J_z – момент інерції твердого тіла відносно осі обертання.

- ***Закон збереження моменту імпульсу*** тіла відносно нерухомої осі: якщо момент зовнішніх сил відносно нерухомої осі обертання тіла дорівнює нулю ($M_z = 0$), то момент імпульсу тіла відносно цієї осі не змінюється в процесі руху,

$$L_z = \text{const}, \qquad \text{або } J_{z1}\omega_1 = J_{z2}\omega_2 = \text{const}.$$

- Кінетична енергія тіла, що обертається навколо нерухомої осі O*z*,

$$T = \frac{J_z\omega^2}{2}.$$

- Елементарна робота при обертальному русі

$$dA = M_z d\varphi,$$

де $d\varphi$ – кут повороту тіла.

- Миттєва потужність

$$N = M_z\omega.$$

- Кінетична енергія тіла, що котиться по площині

$$T = \frac{m\text{v}_c^2}{2} + \frac{J_c\omega^2}{2},$$

де v_c – швидкість центра мас тіла, J_c – момент інерції тіла відносно осі, що проходить через його центр мас.

1.5. Релятивістська механіка

- В усіх задачах вважається, що система відліку K' рухається зі швидкістю v у додатному напрямку осі Ox системи K, причому осі Ox' і Ox збігаються, а осі Oy' і Oy, а також Oz' і Oz є паралельними.
- Релятивістське скорочення довжини стрижня

$$l = l_0\sqrt{1 - \left(\frac{\text{v}}{c}\right)^2},$$

де l_0 – довжина стрижня в системі координат, відносно якої стрижень нерухомий, l – довжина стрижня в системі координат, відносно якої він рухається зі швидкістю v, c – швидкість світла в вакуумі.

- Релятивістське сповільнення ходу годинника

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - (\text{v}/c)^2}},$$

де Δt_0 – інтервал часу між двома подіями, що відбуваються в одній точці системи K', виміряний по годиннику цієї системи (що рухається разом з тілом), Δt – інтервал часу між двома подіями, виміряний по годиннику системи K, відносно якої тіло рухається зі швидкістю v.

- Релятивістський закон додавання швидкостей

$$\text{v} = \frac{\text{v}' + \text{v}_0}{1 + \text{v}_0\text{v}'/c^2},$$

де v' – швидкість тіла відносно системи K'; v_0 – швидкість системи K' відносно K, v – швидкість тіла відносно системи K.

- Релятивістська маса і релятивістський імпульс

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}, \qquad p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-(v/c)^2}},$$

де m_0 – маса спокою.

- Повна E та кінетична T енергії релятивістської частинки

$$E = mc^2 = m_0c^2 + T, \quad T = (m - m_0)c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1\right).$$

- Зв'язок між енергією й імпульсом релятивістської частинки

$$E^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2, \quad p^2c^2 = T(T + 2m_0c^2).$$

Контрольні запитання

1. В якому випадку тіло можна вважати матеріальною точкою?
2. В якому випадку модуль переміщення дорівнює шляху матеріальної точки?
3. В якому випадку можна користуватися формулою шляху для рівнозмінного руху $s = v_{0x}t + a_xt^2/2$?
4. Рухаючись по колу, точка описала півкола. Чи співпадають середня шляхова швидкість і модуль середньої швидкості?
5. Чи можливий випадок, щоб
   1) середня швидкість $\langle \mathbf{v} \rangle$ за деякий проміжок часу дорівнювала нулю, а середня шляхова швидкість $v_{сер}$ була відмінною від нуля?
   2) навпаки, $v_{сер} = 0$, при цьому $\langle \mathbf{v} \rangle \neq 0$?
6. Точка рухається на площині за криволінійною траєкторією. Відомі компоненти швидкості як функції часу: $v_x(t)$, $v_y(t)$. Як визначити шлях, що пройшла точка за деякий час t_1?
7. Який фізичний зміст має розкладання вектора прискорення матеріальної точки на тангенціальну і нормальну складові?
8. Як спрямовані кутова швидкість і кутове прискорення коліс автомобіля – вправо чи вліво по відношенню до напряму руху?
9. Який зв’язок між лінійними і кутовими величинами?
10. Чому дорівнює вага тіла масою m, що лежить на підлозі ліфта, який вільно падає?
11. Чому дорівнює сила тяжіння космонавта, який знаходиться на орбіті штучного супутника Землі?
12. Для яких тіл є справедливим закон всесвітнього тяжіння у запису $F=Gm_1m_2/r^2$?
13. Як змінюється прискорення вільного падіння з глибиною шахти?
14. Якою є природа сили пружності?
15. Як зміниться жорсткість пружини, якщо її довжину зменшити у n разів?

16. За яких умов виконуються: 1) закон збереження імпульсу; 2) закон збереження механічної енергії?
17. Який напрям має сила тертя, що діє на людину під час її руху? Якою тут є робота сили тертя – додатною чи від'ємною?
18. Яким є зв'язок між кінетичною енергією матеріальної точки і роботою прикладених до неї сил?
19. Яким є зв'язок між потенціальною енергією матеріальної точки і роботою консервативних сил?
20. Між двома тілами різної маси розміщена стиснута пружина. Потім пружину відпустили. Як відносяться кінетичні енергії, що набудуть тіла?
21. Чи може тіло рухатись прискорено в деякій системі відліку, якщо на нього не діють інші тіла?
22. Чи має момент імпульсу частинка, що рухається прямолінійно? Якщо так, то за рахунок чого може змінюватися модуль цього вектора?
23. Чи може змінюватися момент імпульсу частинки, що рухається по колу?
24. Навіщо вертоліт обладнують другим гвинтом?
25. Чому дорівнює момент імпульсу твердого тіла відносно нерухомої осі обертання? Якою є ця величина – векторною чи скалярною? Чи може вона зберігатися? За яких умов?

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

Приклад 1. *Радіус-вектор матеріальної точки змінюється з часом за законом*

$$\mathbf{r} = 2\,t^3\,\mathbf{i} + 5\,t^2\,\mathbf{j} + 3\mathbf{k},$$

де **i**, **j, k** *– орти осей x, y і z . Визначити для моменту часу t = 1 с:*
1) модуль швидкості ; 2) модуль прискорення.

<u>Розв'язання</u>. Швидкістю називається векторна величина **v**, що дорівнює першій похідній за часом від радіус-вектора **r** точки, яка рухається (у фізиці похідні за часом позначають не штрихом, а точкою над літерою):

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \dot{\mathbf{r}} = \frac{d}{dt}(2t^3 \cdot \mathbf{i} + 5t^2 \cdot \mathbf{j} + 3) = 6t^2 \cdot \mathbf{i} + 10t \cdot \mathbf{j}$$

Тут похідна обчислена за звичайними правилами, враховуючи що **i**, **j** – орти осей x і y - є величинами сталими. Як видно, проекціями вектора швидкості на координатні осі являються:

$$v_x = 6\,t^2,$$
$$v_y = 10\,t\,.$$

Модуль вектора дорівнює кореню квадратному з суми квадратів його проекцій на осі :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(6t^2)^2 + (10t)^2} = \sqrt{36 + 100} = 11{,}66 \cdot м / с.$$

Прискорення дорівнює першій похідній від швидкості за часом:

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \dot{\mathbf{v}} = 12t \cdot \mathbf{i} + 10\,\mathbf{j}\,.$$

Модуль прискорення

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(12t)^2 + 10^2} = \sqrt{144 + 100} = 15{,}62 \cdot м / с$$

Приклад 2. *З вежі в горизонтальному напрямку кинуте тіло з початковою швидкістю* v_0 *= 10 м/с. Нехтуючи опором повітря, визначити для моменту часу* t *= 2 с після початку руху: 1) швидкість тіла; 2) радіус кривизни його траєкторії.*

<u>Розв'язання</u>. Припустимо, що через t = 2 с після початку руху тіло знаходиться в точці A (рис. 1.1). Проведемо в цій точці по дотичній до траєкторії вектор миттєвої швидкості і розкладемо його на горизонтальну $\mathbf{v}_x$ і вертикальну $\mathbf{v}_y$ складові. Тіло бере участь у двох взаємно перпендикулярних рухах: рівномірному прямолінійному русі уздовж осі Ox (зі швидкістю $\mathrm{v}_x = \mathrm{v}_0$) і вільному падінні уздовж осі Oy (зі швидкістю $\mathrm{v}_y = gt$). Отже, модуль швидкості тіла в точці A

$$\mathrm{v} = \sqrt{\mathrm{v}_0^2 + g^2 t^2}\,.$$

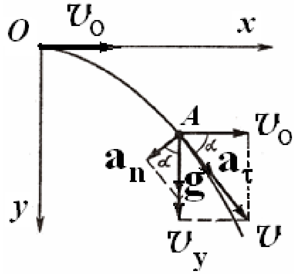


Рис.1.1.

Відзначимо, що для вільного польоту повне прискорення завжди дорівнює $\mathbf{g}$ – прискоренню вільного падіння. Розкладемо вектор $\mathbf{g}$ на нормальне $\mathbf{a}_n$ і тангенціальне $\mathbf{a}_\tau$ прискорення. З рисунка видно, що

$$a_n = g\cos\alpha = \frac{g\mathrm{v}_0}{\sqrt{\mathrm{v}_0^2 + g^2 t^2}}.$$

З іншого боку, $a_n = \mathrm{v}^2/R$, звідки

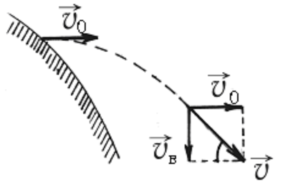
$$R = \frac{\mathrm{v}^2}{a_n} = \frac{(\mathrm{v}_0^2 + g^2 t^2)^{3/2}}{g\mathrm{v}_0}\,.$$

Обчислюючи, одержуємо: 1) v = 22 м/с; 2) R = 109 м.

Приклад 3. *Камінь кинуто з гори горизонтально зі швидкістю v_0 = 15 м/с. Через який час t його швидкість буде направлена під кутом α = 45° до горизонту?*

Дано	*Розв'язання*
$a = g$ = 9,81 м/с^2 v_0 = 15 м/с α = 45°	
t = ?	

У відсутності опору повітря кинуте тіло падає за параболою. Тіло одночасно бере участь у двох рухах – рівномірному по горизонталі та рівноприскореному по вертикалі. Швидкість $\vec{v}$ тіла у будь-якій точці знаходиться за правилом додавання двох взаємно перпендикулярних векторів $\vec{v} = \vec{v}_в + \vec{v}_0$.



З рисунка видно, що $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{v_в}{v_0}$, $v_в = gt$. Звідси $t = \dfrac{v_0 \operatorname{tg}\alpha}{g}$.

Відповідь: t = 1,53 с.

Приклад 4. *Швидкість матеріальної точки змінюється за законом* $\mathbf{v} = (2+3t)\mathbf{i} + 10t^2\mathbf{j}$ *,(м/с),* $\mathbf{i}$ *і* $\mathbf{j}$ *– орти осей Ох та Оу. Визначити в момент часу t = 2 с після початку руху:1) модуль переміщення; 2) модуль швидкості; 3) модуль прискорення.*

Розв'язання. Швидкість матеріальної точки задана в умові як вектор $\mathbf{v}$ = $\mathrm{v}_x\mathbf{i}$ + $\mathrm{v}_y\mathbf{j}$. Модуль вектора швидкості дорівнює

$$\mathrm{v} = \sqrt{\mathrm{v}_x^2 + \mathrm{v}_y^2} = \sqrt{(2+3t)^2 + (10t^2)^2}.$$

Компоненти вектора швидкості є похідні за часом від компонентів радіуса-вектора

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} = \mathrm{v}_x\mathbf{i} + \mathrm{v}_y\mathbf{j}.$$

Зі співвідношення $\mathrm{v}_x = \dfrac{dx}{dt}$ інтегруванням знаходимо, що

$$x_2 - x_1 = \int_{t_1}^{t_2} \mathrm{v}_x dt = \int_0^t (2+3t)dt = 2t + \frac{3t^2}{2}.$$

Аналогічно визначається

$$y_2 - y_1 = \int_{t_1}^{t_2} \mathrm{v}_y dt = \int_0^t 10t^2 dt = \frac{10t^3}{3}.$$

Модуль переміщення

$$|\Delta\mathbf{r}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{t^2(2 + \frac{3t}{2})^2 + (\frac{10t^3}{3})^2}\ .$$

Прискорення визначається як похідна вектора швидкості за часом, тобто

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d(2+3t)}{dt}\mathbf{i} + \frac{d(10t^2)}{dt}\mathbf{j} = 3\mathbf{i} + 20t\mathbf{j}.$$

Модуль вектора **a** визначимо за формулою

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(3)^2 + (20t)^2}\ .$$

Підставивши числові значення, одержимо:

$$\Delta r = 28{,}5 \text{ м};\ \mathrm{v} = \sqrt{(2 + 3\cdot 2)^2 + (10\cdot 2^2)^2} = 40{,}8 \text{м/с};$$

$$a = \sqrt{9 + (20\cdot 2)^2} = 40{,}1 \text{ м/с}^2.$$

Приклад 5. *Автомобіль, рухається по закругленню шосе, яке має радіус кривизни $R = 50$ м. Закон руху автомобіля виражається рівнянням*

$s = 10 + 10\,t – 0{,}5\,t^2$. (довжина у метрах, час у секундах).

Визначити швидкість автомобіля, його тангенціальне, нормальне і повне прискорення в момент часу $t = 5$ с. Який кут з дотичною до траєкторії руху утворює повне прискорення?

Розв'язання. Вираз для швидкості (тут так званої шляхової швидкості v на відміну від векторної фізичної швидкості **v**) отримаємо, взявши першу похідну від шляху за часом

$$v = ds/dt = 10 – t.$$

Значення швидкості у даний момент часу знайдемо, підставивши в отриманий вираз замість часу t його задане значення

$$v\,(t) = 10 – 5 = 5 \text{ (м/с)}.$$

Тангенціальне прискорення визначимо, взявши похідну від швидкості за часом

$$a_{\text{t}} = dv/dt = -1 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Отримане значення є від'ємним, що означає, що рух автомобіля є рівносповільненим.

Нормальне прискорення автомобіля дорівнює за модулем

$a_n = v^2/R = 5^2/50 = 0{,}5$ (м/с^2).

Воно спрямоване вздовж радіуса до центру кривини. Повне прискорення є сумою векторів тангенціального і нормального прискорень (рис.1). За модулем з теореми Піфагора повне прискорення становить

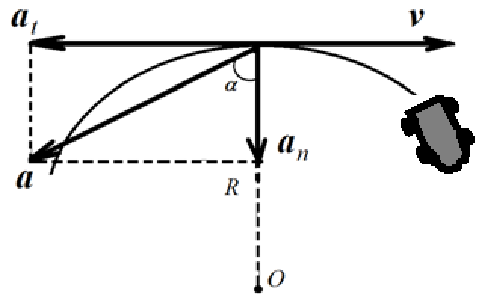


Рис. 1.

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{1 + 0{,}25} = 1{,}12(м/с^2).$$

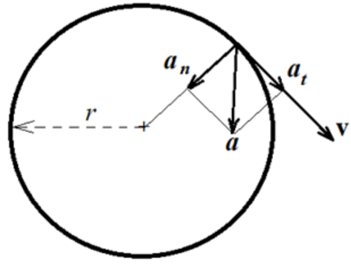
Визначимо напрям повного прискорення. Швидкість напрямлена за дотичною до траєкторії руху в напрямі руху. Тангенціальне прискорення, яке визначає зміну швидкості за модулем, в даному випадку напрямлено за дотичною, але протилежно вектору швидкості, оскільки рух є сповільненим.

Напрям повного прискорення можна задати, якщо задати кут, що утворюється повним прискоренням з напрямом радіуса кривини, або з напрямом нормального прискорення

$\cos\alpha = a_n/a = 0{,}5/1{,}12 = 0/45.$

$\alpha = 63°30'.$

Приклад 6. *Тіло обертається навколо нерухомої осі за законом $\varphi = A + Bt + Ct^2$, де $A = 10$ рад, $B = 20$ рад/с, $C = -2$ рад/с^2. Визначити повне прискорення точки, що міститься на відстані $r = 0{,}1$ м від осі обертання, для моменту часу $t_1 = 4$ с. Якою є середня швидкість обертання тіла за час $t_2 = 6$ с?*



Розв'язання. Усі точки тіла, що обертається, описують кола. Повне прискорення **a** точки, що рухається по колу, може бути виражене як векторна сума тангенціального прискорення $\mathbf{a}_\tau$, яке спрямоване по дотичній до траєкторії, і нормального прискорення $\mathbf{a}_n$, яке спрямоване до центра кривизни траєкторії:

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_n + \boldsymbol{a}_\tau.$$

Вектори $\boldsymbol{a}_n$ і $\boldsymbol{a}_\tau$ є взаємно перпендикулярними, тому модуль їх суми

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}\ . \qquad (1)$$

Використовуємо формули, що виражають зв'язок лінійних і кутових величин,

$$a_\tau = \varepsilon r\,,\ \ a_n = \omega^2 r\ ,$$

де ω – модуль кутової швидкості тіла; ε – модуль його кутового прискорення. Тоді

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^4 r^2} = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \qquad (2)$$

Модуль кутової швидкості ω визначимо, взявши першу похідну від кута повороту за часом:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2\,Ct.$$

Кутове прискорення визначимо, взявши першу похідну від кутової швидкості за часом:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 2C.$$

Підставляючи значення ω, ε і r у формулу (2), одержуємо

$$a = r\sqrt{(2C)^2 + (B + 2Ct_1)^4}\ \text{м/с}^2 = 1{,}65\ \text{м/с}^2.$$

Звернемо увагу на те, що кутове прискорення є від'ємним, $\varepsilon = 2C = -4$ рад/с^2. Отже, рух є рівносповільненим, і через деякий час тіло зупиниться, а потім почне обертатися в інший бік з тим самим за модулем, але іншим за знаком кутовим прискоренням.

Визначимо час до зупинки з умови $\omega\,(t_{зуп}) = 0$.

$$\omega\,(t_{зуп}) = B + Ct_{зуп} = 0, \quad t_{зуп} = 5\ \text{с}.$$

Підставимо цей час у рівняння руху, до зупинки тіло здійснить поворот на кут

$$\varphi\,(t_{зуп}) = 10 + 20\cdot 5 - 2\cdot 5^2 = 60\ \text{рад}.$$

А за час $t_2 = 6$ с кут становить

$$\varphi\,(t_2) = 10 + 20\cdot 6 - 2\cdot 6^2 = 58\ \text{рад}.$$

Отже, тіло повернулося у зворотному напрямі на кут

$$\Delta\varphi = \varphi\,(t_{зуп}) - \varphi\,(t_2) = 60 - 58 = 2\ \text{рад}.$$

Загальний кут, на який повернеться тіло

$$\varphi = \varphi\,(t_{зуп}) + \Delta\varphi = 60 + 2 = 62\ \text{рад}.$$

Середня кутова швидкість за час $t_2 = 6$ с становить

$$\langle\omega\rangle = \varphi/\,t_2 = 62/6 = 10{,}3\ \text{рад/с}.$$

Приклад 7. *Тягар масою $m = 50$ кг переміщується по горизонтальній площині під дією сили $F = 300$ Н, направленій під кутом α*

= 30° до горизонту. Коефіцієнт тертя тягаря об площину μ = 0,1. Визначити прискорення а тягаря.

Дано	***Розв'язання***
m = 50 кг F = 300 Н $\alpha = 30^\circ$ $\mu = 0{,}1$ a = ?	По-перше, в таких задачах треба **проставити сили**. Як відомо з третього закону Ньютона, ***всі сили існують попарно*** (дія та протидія) і прикладені до кожного з двох взаємодіючих тіл. Тому першим кроком в розв'язанні задач з механіки треба визначити, **з чим взаємодіє** дане тіло (тягар).

1. Тягар притягується до Землі, як і всі тілі на її поверхні. Одна з двійки сил – сила тяжіння $m\boldsymbol{g}$ – прикладена **до тіла**. Інша - така сама за модулем - прикладена до центру Землі (ясно, що її ніколи не враховують, але принципово вона існує!).

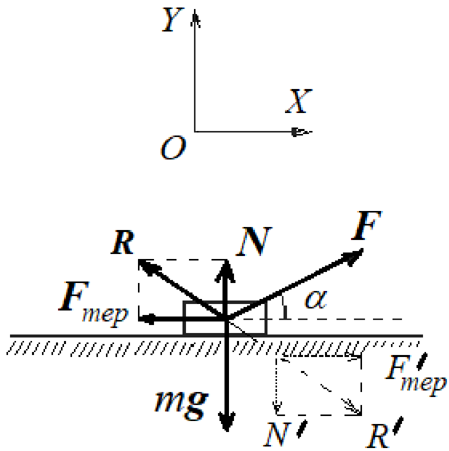
2. Тягар взаємодіє також з опорою, на який він лежить. Силу, що діє з боку опори на тіло і прикладену **до тіла** (тягаря), називають реакцією опори $\boldsymbol{R}$. Її штучно розділяють на силу тертя $\boldsymbol{F}_{\text{тер}}$ та силу нормальної (тобто, перпендикулярної до площини) реакції $\boldsymbol{N}$. Такі точно за модулем інші сили за третім законом Ньютона прикладені **до опори** в інший бік (позначені на рисунку штрихами) – ними в задачі не інтересуються і їх не рисують.

3. Нарешті , третя сила – сила тяги $\boldsymbol{F}$, прикладена **до тіла.**. Така ж за модулем сила прикладена до руки, що тягне брусок, її звичайно також тут не розглядають.

Запишемо у векторному вигляді рівняння другого закону Ньютона – сума сил, що діють на тіло, дорівнює добутку маси тіла на прискорення:

$$\boldsymbol{F} + \boldsymbol{N} + \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{mep}} + m\boldsymbol{g} = m\boldsymbol{a}$$

Довільно вибираємо осі *OX* та *OY* та проектуємо на осі це векторне рівняння



$Ox : ma = F\cos\alpha - F_{\text{тер}}$,

$Oy : 0 = F\sin\alpha + N - mg$.

Враховуємо значення сили тертя $F_{\text{тер}} = \mu N$ (μ - коефіцієнт тертя) , після чого розв'язуємо систему двох рівнянь:

$$a = \frac{F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu mg}{m}.$$

Відповідь: *a* = 4,52 м/с^2.

Приклад 8. *Куля масою m = 20 г з пружинного пістолета піднялася вертикально вгору на висоту h = 5 м. Визначити жорсткість k пружини пістолета, якщо вона була стиснута на x = 10 см. Масою пружини і силами тертя нехтувати.*

Розв'язання. Розглянемо систему пружина – куля. На тіла системи діють тільки консервативні сили (тяжіння і пружної деформації пружини), тому для розв'язання задачі можна застосувати закон збереження механічної енергії.

Зберігається повна енергія системи, що дорівнює сумі кінетичної і потенціальної енергій. Повна механічна енергія системи в початковому стані (перед пострілом) дорівнює повній енергії в кінцевому стані (коли куля піднялася на висоту *h)*, тобто

$$T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2, \tag{1}$$

де T_1, T_2, Π_1 і Π_2 – кінетичні і потенціальні енергії системи в початковому і кінцевому станах.

Кінетичні енергії кулі в початковому і кінцевому станах дорівнюють нулю, тому рівність (1) набуває вигляду

$$\Pi_1 = \Pi_2. \tag{2}$$

Потенціальна енергія стиснутої пружини

$$\Pi_1 = \frac{kx^2}{2}$$

витрачається на приріст потенціальної енергії кулі в полі земного тяжіння.

Приймемо потенціальну енергію нерухомої кулі в полі земного тяжіння на стиснутій пружині рівною нулю. Вибір початку відліку потенціальної енергії є довільним. Фізично спостерігається явище зміни потенціальної енергії, а не її абсолютне значення.

Тоді

$$\Pi_2 = mgh.$$

Дорівнюючи вирази Π_1 і Π_2, знайдемо

$$k = \frac{2mgh}{x^2}. \qquad (3)$$

Перевіримо, чи надає отримана формула одиницю жорсткості *k*. Для цього в праву частину формули (3) замість самих величин підставимо одиниці їхнього виміру:

$$\frac{[m][g][h]}{[x]^2} = \frac{1кг \cdot 1м \cdot с^{-2} 1м}{1м^2} = 1\frac{Н}{м}.$$

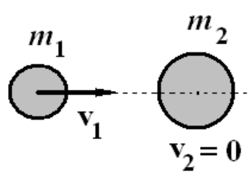
Переконавшись, що отримана одиниця є одиницею жорсткості (1 Н/м), зробимо обчислення:

$$k = \frac{2 \cdot 0{,}02 \cdot 9{,}81 \cdot 5}{(0{,}1)^2}\frac{\text{Н}}{\text{м}} = 196\frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

Приклад 9. *У ядерному реакторі необхідно сповільнювати нейтрони, тобто зменшувати їх кінетичну енергію. Зіткнення нейтронів з ядрами речовини-сповільнювача можна розглядати як абсолютно пружний удар куль. Маса кулі, що рухається (нейтрона)* m_1*, маса нерухомої кулі (ядра сповільнювача)* $m_2 \approx 2\ m_1$*. Визначити, яку частку* ε *своєї кінетичної енергії нейтрон передає ядру під час зіткнення.*

Удар прямий, центральний, абсолютно пружний.

Розв'язання. Треба визначити відношення енергії ΔT, що втратила перша куля під час удару, до її первісної кінетичної енергії *T*:



$$\varepsilon = \frac{\Delta T_1}{T_1}. \qquad (1)$$

Позначимо швидкості куль до удару v_1 та v_2, після удару u_1 та u_2. Енергія, втрачена першою кулею, дорівнює енергії, яку отримала друга куля

$$\Delta T_1 = T_2 = \frac{m_2 u_2^2}{2}. \qquad (2)$$

Шукане відношення

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1} = \frac{m_2 u_2^2}{2} \frac{2}{m_1 v_1^2} . \qquad (3)$$

За відомими формулами (див. стор.15 даного посібника) швидкість другої кулі після пружного зіткнення

$$u_2 = \frac{2m_1 v_1 + (m_2 - m_1) v_2}{m_1 + m_2} . \qquad (4)$$

У нашому випадку $v_2 = 0$, бо друга куля до удару є нерухомою.

Отже

$$u_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2} . \qquad (5)$$

Підставивши (5) у (3), одержимо

$$\varepsilon = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} . \qquad (6)$$

З цього співвідношення видно, що частка переданої енергії залежить тільки від мас куль, що зіштовхуються.

За умовою маса ядра сповільнювача (нерухомої кулі) є в 2 рази більшою, ніж маса нейтрона (кулі, що налітає на нерухому). Підставимо в (6) умову $m_2 = 2\,m_1$, після обчислень отримаємо

$$\varepsilon = 0{,}89 = 89\%.$$

Приклад 10. *Сила тяги автомобіля змінюється в залежності від пройденого шляху за формулою $F = A + Bs + Cs^2$, де $A = 1$ кН, $B = 0{,}5$ кН/м , $C = 0{,}3$ кН/м^2. Визначити роботу сили тяги на ділянці шляху $s = 10$ м і середню потужність автомобіля, якщо розгін тривав $t = 2$ с.*

<u>Розв'язання.</u> Робота, яка виконана змінною силою на шляху s,

$$A = \int_s F_s ds = \int_s F ds \cos\alpha ,$$

де F_s– проекція сили F на напрямок переміщення, α – кут між напрямками сили і переміщення. Очевидно, що сила тяги діє вздовж переміщення, тому α = 0, cos α = 1. Інтегруючи, одержимо

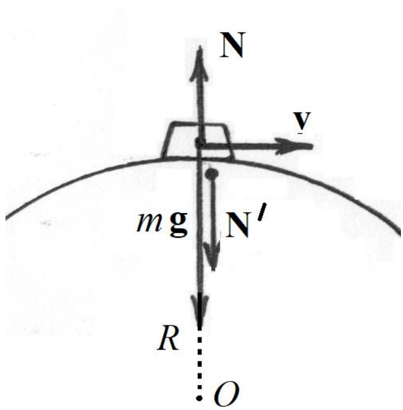
$$A = \int_0^{s_1} \left(A + Bs + Cs^2\right) ds = As_1 + B\frac{s_1^2}{2} + C\frac{s_1^3}{3} .$$

Підставляючи числа, знайдемо $A = 1{,}35 \cdot 10^5$ Дж. Середня потужність, що розвивається автомобілем, $< N > = \dfrac{A}{t}$. Обчислюючи, одержимо $\langle N \rangle = 67{,}5$ кВт.

Приклад 11. *Автомобіль масою $m = 5$ т рухається по опуклому* *мосту зі швидкістю v = 36 км/год З якою силою він тисне на середину опуклого мосту, якщо радіус кривизни мосту R = 150 м?*

Дано	***Розв'язання***
$m = 5{\cdot}10^3$ кг v = 36 км/год = 10 м/с R = 150 м	
N' = ?	

На автомобіль у верхній точці опуклості вертикально діють дві сили: сила тяжіння $m\mathbf{g}$, прикладена в центрі тяжіння автомобіля і спрямована донизу, і сила $\mathbf{N}$ реакції мосту, спрямована догори. Рівняння руху автомобіля (або другий закон Ньютона) має вигляд



$$m\mathbf{a} = m\mathbf{g} + \mathbf{N}$$

Проектуємо це рівняння на вертикальний напрям, тобто на радіус R кола, яке описує опуклий міст.

$$ma = mg - N.$$

Прискорення, яке направлене перпендикулярно до швидкості (тобто, до дотичної до кола, за радіусом кола) є так званим доцентровим прискоренням. Підставивши формулу доцентрового прискорення $a = \dfrac{v^2}{R}$, отримуємо для сили реакції

$$N = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right).$$

Така ж за модулем, але протилежно спрямована і прикладена до другого взаємодіючого з тіл (до мосту) сила позначена на рисунку як N' (дивись пояснення до попереднього прикладу):

$$N' = N.$$

Сила N', з якою автомобіль тисне на опору, називається **вагою**. Отже, вага автомобіля на опуклому мосту зменшується в залежності від швидкості.

Відповідь: N' = 45,7 кН.

Приклад 12. *Спортсмен піднімає гирю масою m = 32 кг на висоту h = 2,2 м з прискоренням a = 5 м/с^2 за одну секунду. Яку потужність N він при цьому розвиває?*

Дано	*Розв'язання*
h = 2,2 м	Другий закон Ньютона: $ma = F - mg$;
m = 32 кг	тут F – вертикальна сила, яку прикладає спортсмен.
a = 5 м/с^2	Тоді $F = m(a + g)$.
t = 1 с	Робота , виконана спортсменом,
N = ?	

$$A = F \cdot h = m(a + g)h,$$

відповідно, потужність

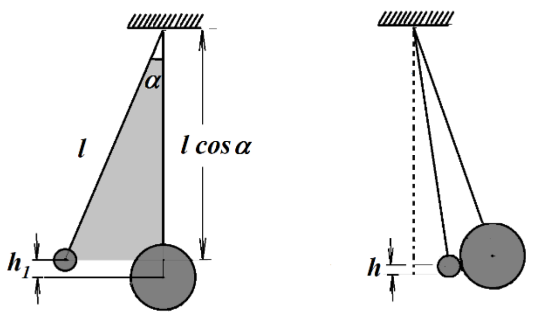
$$N = A/t = m(a + g)h/t\ .$$

Відповідь: N = 1,04 кВт.

Приклад 13. *Дві пластилінові кульки масами m_1 = 20 г та m_2 = 40 г підвішені на двох паралельних нитках та торкаються одна одної. Довжина кожної нитки l = 50 см. Маленьку кульку відве-ли в бік, так що нитка відхилилася на кут α = 60°, і відпустили. На яку висоту піднімуться кульки після удару, якщо удар абсолютно непружний?*

Дано	*Розв'язання*
m_1 = 20 г	
m_2 = 40 г	
l = 50 см	
α = 60°	
h = ?	

Позначимо через h_1 висоту , на яку підняли малу кулю. Як випливає з рисунку



$$h_1 + l \cos \alpha = l,$$

звідки

$$h_1 = l(1 - \cos \alpha). \qquad (1)$$

Швидкість малої кульки v_1 безпосередньо перед зіткненням визначимо з закону збереження енергії

$$mgh_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}. \tag{2}$$

Отже

$$v_1 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}. \tag{3}$$

Тепер розглянемо удар куль. Імпульс малої кулі , що налітає на нерухому велику кулю,

$$m_1 v_1.$$

За умовою задачі удар вважається абсолютно непружним, обидві кулі, виготовлені з пластиліну, деформуються, злипаються і рухаються як одне ціле. Імпульс обох куль після злипання

$$(m_1 + m_2)\, v.$$

Тут v – початкова (стартова) швидкість тіла, яке утворилося внаслідок злипання.

У цій системі тіл виконується закон збереження імпульсу, який запишемо скалярним рівнянням

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2)\, v. \tag{4}$$

Звідси визначимо стартову швидкість v нового тіла

$$v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2},$$

Або, підставивши (3),

$$v = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}. \tag{5}$$

Закон збереження енергії для руху кульок, які злипнулися, можна записати так : кінетична енергія тіла, що утворилося, перетворюється у потенціальну енергію піднятого на висоту h цього тіла:

$$\frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} = (m_1 + m_2)gh. \tag{6}$$

Звідки визначаємо шукану величину

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{1}{2g}\cdot\frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)^2}\cdot 2gl(1-\cos\alpha) = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 l(1-\cos\alpha). \tag{7}$$

Підставивши числа, отримаємо $h = 8{,}33$ см.

Звертаємо увагу на те, що під час непружного зіткнення первинна кінетична енергія кульки, яку було відхилено, частково перетворюється у внутрішню. Якщо не враховувати цю обставину, можна отримати хибний результат.

Приклад 13а.

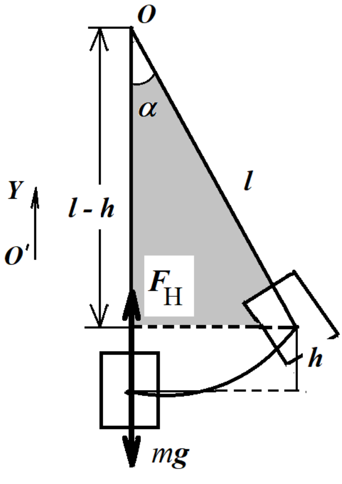
До сталевого дроту (границя міцності σ_{max} =0,49 ГПа) радіусом r = 1 мм підвішений вантаж масою m = 100 кг. На який найбільший кут α можна відхилити дріт з вантажем, щоб він не розірвався при проходженні цим вантажем положення рівноваги?

Розв'язання

На вантаж у нижній частині шляху діють такі дві сили:

- Сила тяжіння $m\boldsymbol{g}$;
- Сила дії з боку сталевого дроту (її іноді називають силою натягу) $\boldsymbol{F}_{\text{Н}}$.

Коли вантаж був відхилений на деякий кут α, він набув запасу потенціальної енергії $\Delta W_{\text{пот}} = mgh$, де h – приріст висоти над рівнем нижньої точки траєкторії.



За законом збереження енергії потенціальна енергія перетворюється в кінетичну у нижній точці траєкторії

$$mgh = \frac{mv^2}{2}.$$

Звідси

$$v^2 = 2\,gh.$$

За другим законом Ньютона сума прикладених до вантажу сил дорівнює добутку маси на прискорення

$$m\boldsymbol{g} + \boldsymbol{F}_{\text{Н}} = m\boldsymbol{a}$$

Проектуємо це векторне рівняння на будь-який напрям, наприклад, на вертикальну вісь O'Y, направлену вгору:

$$F_Н - mg = ma_{доц.}.$$

Тут $a_{доц}$ – доцентрове прискорення вантажу, направлене до центру обертання - точки підвісу O.

Відома формула доцентрового прискорення

$$a_{доц} = v^2/l.$$

Тоді маємо:

$$F_H - mg = m\frac{v^2}{l}.$$

$$F_H - mg = \frac{m}{l}2gh.$$

$$F_H = mg\left(1 + \frac{2h}{l}\right).$$

Відоме механічне напруження σ в даній точці тіла як відношення сили до площі поперечного перерізу

$$\sigma = \frac{F}{S}.$$

Тут переріз дроту (круглий) $S = \pi r^2$.

Сила натягу не може перевищувати гранично допустимої, після якої дріт рветься.

$$F_{max} = \sigma_{max} S.$$

З попереднього отримуємо:

$$mg\left(1 + \frac{2h}{l}\right) = \sigma_{max}\pi r^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(*)$$

Тепер треба виразити дріб h/l в дужках через шуканий кут α.

З геометрії рисунку випливає, що

$$\frac{l-h}{l} = \cos\cdot\alpha,$$

або

$$\frac{h}{l} = 1 - \cos\cdot\alpha.$$

Підставимо це відношення в рівняння (*):

$$mg(1 + 2(1 - \cos\alpha)) = \sigma_{max}\,\pi r^2$$

Після алгебраїчних перетворень маємо

$$\cos\cdot\alpha = \frac{3}{2} - \frac{\sigma_{\max}\pi \cdot r^2}{2mg}.$$

Підстановлюємо числа

$$\cos\alpha = \frac{3}{2} - \frac{0{,}49\cdot 10^9 \cdot 3{,}14\cdot\left(10^{-3}\right)^2}{2\cdot 100\cdot 9{,}81} \approx 0{,}72$$

Остаточно маємо

$$\alpha = \arccos 0{,}72 = 44°.$$

Відповідь: $\alpha = 44°$.

Приклад 14. *Через блок у вигляді однорідного диска масою m = 80 г, перекинута легка нерозтяжна нитка, до кінців якої підвішені вантажі з масами m_1 = 100 г і m_2 = 200 г. Визначити прискорення, з яким будуть рухатися вантажі, якщо їх надати самим собі.*

Розв'язання. Вантажі здійснюють поступальний рух, блок – обертальний. Розглянемо сили, що діють на кожний вантаж і на блок окремо. На кожний вантаж діють дві сили: сила тяжіння ***mg*** і сила ***T*** натягу нитки. Напишемо для кожного вантажу рівняння руху (другий закон Ньютона) у проекціях на напрям руху кожного тіла. Для першого вантажу

$$T_1 - m_1 g = m_1 a \qquad (1)$$

для другого вантажу

$$m_2 g - T_2 = m_2 a \qquad (2)$$

Відповідно до основного рівняння динаміки обертального руху твердого тіла відносно нерухомої осі, момент відносно осі обертання M_z всіх зовнішніх сил, прикладених до диска, дорівнює добуткові моменту інерції J_z диска на його кутове прискорення ε:

$$M_z = J_z\,\varepsilon. \qquad (3)$$

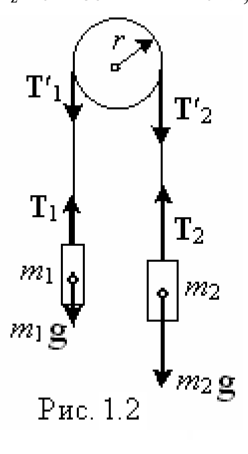


Рис. 1.2

Визначимо обертальний момент M_z. Сили натягу ниток діють не тільки на вантажі, але і на диск. Згідно з третім законом Ньютона сили T'_1 і T'_2, що прикладені до обода диска, дорівнюють відповідно силам T_1 і T_2, але за напрямком їм протилежні. Під час руху вантажів диск прискорено обертається за стрілкою годинника, отже, $T'_2 > T'_1$. Моменти цих сил відносно осі диска протилежні за знаком, тоді результуючий момент, що прикладений до диска,

$$M_z = (T'_2 - T'_1)r.$$

Підставивши у формулу (3) вирази моменту сил Mz, кутового прискорення $\varepsilon = a/r$, і моменту інерції блока (суцільного диска) $J_z = (½)mr^2$, одержимо

$$(T'_2 - T'_1)r = \frac{mr^2}{2}\frac{a}{r}. \tag{4}$$

Відповідно до третього закону Ньютона, з урахуванням властивостей нитки (невагома і нерозтяжна),

$$T'_1 = T_1,\ T'_2 = T_2.$$

Скориставшись цим, підставимо в рівняння (4) замість T'_1 і T'_2 вирази T_1 і T_2, одержавши їх з рівнянь (1) і (2),

$$(m_2 g - m_2 a)r - (m_1 g + m_1 a)r = \frac{mr^2 a}{2r}.$$

Після скорочення на r і перегрупування членів знайдемо

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m/2 + m_2 + m_1}. \tag{5}$$

Підстановка числових значень дає $a = 2{,}88$ м/с^2.

Приклад 15.

Маховик, що має вигляд диску, масою $m = 50$ кг і радіусом $r = 0{,}2$ м обертається з частотою $n = 480$ об/хв. Маховик був наданий самому собі і під впливом тертя зупинився. Визначити момент сили тертя, вважаючи його сталим, за такими даними: а) маховик зупинився через $t = 50$ с, б) маховик до повної зупинки зробив $n_1 = 200$ обертів.

Розв'язання.

а). Момент сили тертя знаходимо зі другого закону динаміки для обертального руху, записаному у вигляді $\dfrac{d(I\boldsymbol{\omega})}{dt} = \mathbf{M}$, згідно з яким швидкість зміни моменту імпульсу з часом дорівнює моменту сили, що діє на тіло.

Перепишемо другий закон у вигляді

$$M\Delta t = I\omega_2 - I\omega_1.$$

Оскільки $\omega_2 = 0$ (маховик зупинився), маємо $M\Delta t = -I\omega_1$.

Звідки

$$M = -\frac{I\omega_1}{\Delta t}. \tag{1}$$

Момент інерції диска відносно його геометричної осі відомий з таблиць

$$I = \frac{1}{2} mr^2 .$$

Підставивши момент інерції диска в формулу (1), маємо

$$M = -\frac{mr^2}{2\Delta t}\omega_1 . \qquad (2)$$

Кутова швидкість обертання маховика

$$\omega_1 = \frac{2\pi n}{60} = 50{,}2 \cdot рад/с$$

Підставивши числові значення в формулу (2), визначимо

М = - 1 Н·м.

Знак мінус вказує, що момент сили тертя гальмує обертання.

б) У цьому випадку вказано число обертів, які здійснив маховик до зупинки. За цим числом можна визначити кут φ, описаний радіусом маховика під час обертання

$$\varphi = 2\pi\, n_1$$

(кожний оберт маховика відповідає повороту на кут 360° = 2π радіан).

Робота моменту сил

$$A = M \cdot \varphi$$

Ця робота дорівнює зміні кінетичної енергії маховика

$$M\varphi = \frac{I\omega_2^2}{2} - \frac{I\omega_1^2}{2} . \qquad (3)$$

Оскільки $\omega_2 = 0$, маємо

$$M\varphi = -\frac{I\omega_1^2}{2} .$$

Звідки $$M = -\frac{I\omega_1^2}{2\varphi} = -\frac{mr^2\omega_1^2}{8\pi n_1} .$$

Підставивши числові значення, визначимо

M = - 1 Н·м.

Приклад 16. *Якір електродвигуна, що обертався з частотою n_0 = 1800 хв$^{-1}$, після вимикання струму почав обертатися рівносповільнено і зупинився, зробивши N = 942 оберти. Визначити:1) кутове прискорення ε якоря; 2) час t гальмування;3) з якою силою F_n треба притиснути до якоря гальмівну колодку, щоб він зупинився за час t_1 = 5 с. Розглядати якір як суцільний циліндр масою m = 2 кг та радіусом R = 6 см. Коефіцієнт тертя μ = 0,1.*

Розв'язання. Кутове прискорення ε, кут повороту φ та кутова швидкість пов'язані співвідношенням

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\,\varepsilon\varphi,$$

звідки, з урахуванням того, що якір зупинився, ω = 0, одержимо

$$\varepsilon = -\frac{\omega_0^2}{2\varphi}.$$

Оскільки $\omega_0 = 2\pi n_0$ та $\varphi = 2\pi N$, то

$$\varepsilon = -\frac{\pi n_0^2}{N} = -3\ \text{рад/с}^2.$$

Знак «мінус» у прискорення вказує на те, що якір обертається сповільнено. Щоб визначити час гальмування, скористуємося формулою для швидкості

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t,$$

з якої, з урахуванням того, що кінцева швидкість дорівнює нулю, ω = 0, випливає

$$t = -\frac{\omega_0}{\varepsilon} = \frac{2\pi n_0}{(\pi n_0^2 / N)} = \frac{2N}{n_0} = 62{,}8\ \text{с}.$$

Сила тертя ковзання

$$F_{\text{тер}} = \mu\, F_{\text{n}},$$

де F_{n}, – сила нормального тиску гальмівної колодки. Момент сили тертя (тут від'ємний) дорівнює добутку сили на плече

$$M_{\text{тер}} = -\,F_{\text{тер}}\,R.$$

Від'ємний обертальний момент означає, що момент сил тертя гальмує маховик. З іншого боку, за основним рівнянням динаміки обертального руху

$$M_z = J_z\varepsilon,$$

де для суцільного циліндра

$$J_z = \frac{mR^2}{2}.$$

Підставимо в формулу для кутового прискорення заданий час гальмування t_1, одержимо інше кутове прискорення

$$\varepsilon_1 = -\frac{2\pi n_0}{t_1}.$$

Дорівнюючи вирази для моментів, маємо

$$\mu F_n R = \frac{mR^2}{2}\frac{2\pi n_0}{t_1},$$

остаточно виразимо шукану силу притискання

$$F_n = \frac{mR\pi n_0}{\mu t_1}.$$

Перевіримо, чи дає розрахункова формула одиницю сили (Н). Для цього в праву частину формули замість символів величин підставимо їхні одиниці:

$$\frac{[m][R][n]}{[t]} = \frac{1кг \cdot 1м \cdot 1с^{-1}}{1с} = 1Н.$$

Після обчислень отримаємо F_n = 22,6 Н.

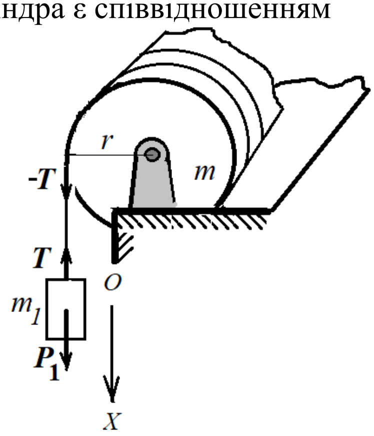
Приклад 17. *Циліндр масою m = 10 кг насаджений на горизонтальну вісь. На циліндр намотаний шнур, до вільного кінця якого підвішений вантаж масою m_1 = 2 кг. З яким прискоренням буде опускатися вантаж, якщо його надати самому собі?*

Розв'язання

Лінійне прискорення *a* вантажу дорівнює тангенціальному прискоренню точок циліндра, які лежать на його поверхні, і пов'язане з кутовим прискоренням циліндра ε співвідношенням

$$a = \varepsilon r, \qquad (1)$$

де *r* - радіус циліндра.



Кутове прискорення циліндра визначається з другого закону Ньютона для обертального руху

$$M = I\varepsilon \qquad (2)$$

де *M* - обертальний момент, що діє на циліндр, а *I* – момент інерції циліндра відносно його геометричної осі:

$$I = \frac{1}{2}mr^2 \qquad (3)$$

За третім законом Ньютона до поверхні циліндра прикладена така ж за модулем сила (позначена на рисунку як – ***T***), що й сила $\boldsymbol{T}$, яка прикладена до вантажу (останню називають силою натягу шнура)

Тоді обертальний момент, що діє на циліндр, дорівнює за модулем добутку модуля сили $|-\boldsymbol{T}| = T$ на радіус циліндра

$$M = Tr \qquad (4)$$

Щоб визначити силу $\boldsymbol{T}$ натягу шнура, запишемо другий закон Ньютона для вантажу у векторному вигляді

$$\boldsymbol{P_1} + \boldsymbol{T} = m_1 \boldsymbol{a} \qquad (5)$$

Тут $\boldsymbol{P_1} = m_1\boldsymbol{g}$ - вага вантажу. Виберемо довільно напрям деякої осі OX вертикально донизу, та спроектуємо на цей напрям рівняння (5). Отримаємо:

$$P_1 - T = m_1 a,$$

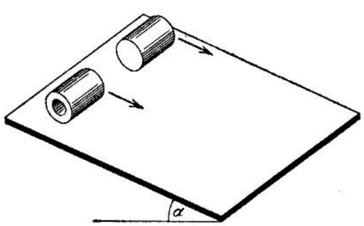
або

$$T = m_1(g - a)$$

Підставивши отримане значення для T в (4) , з урахуванням (1), (2) та (3), отримаємо

$$a = \frac{m_1}{m_1 + \frac{m}{2}} g = 2{,}8 м/с^2 .$$

Приклад 18. *Два циліндри – порожнистий металевий та суцільний дерев'яний – однакової маси та одного радіуса скочуються з однієї похилої площини без проковзування. Початкова швидкість обох циліндрів дорівнює нулю. За який час кожний циліндр скотиться з похилої площини? Висота похилої площини $h = 0{,}5$ м, кут нахилу $\alpha = 30^o$*



<u>Розв'язання.</u> Рух циліндра, що котиться без проковзування по площині, можна уявити як поступальний рух зі швидкістю v_c і одночасно обертання з кутовою швидкістю ω навколо осі C, що називається миттєвою віссю обертання. Положення миттєвої осі обертання змінюється з часом.

<u>1-й спосіб розв'язання</u>.

Розглянемо три сили, що діють на циліндр: **mg** – сила тяжіння, прикладена в центрі мас C, направлена вертикально вниз; $\mathbf{F}_{\text{тер}}$ – сила тертя, прикладена в точці O стикання з похилою площиною, направлена вздовж похилої площини в бік, протилежний напряму кочення; **N** – сила нормальної реакції з боку площини, прикладена в точці O стикання, направлена перпендикулярно до площини (рис. 1.3).

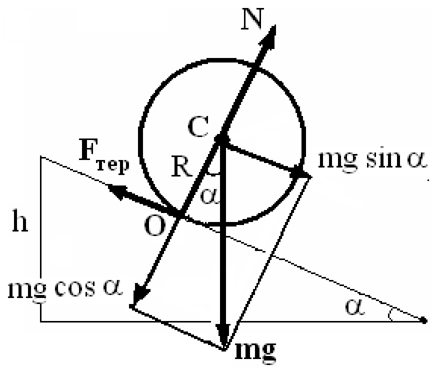


Рис. 1.3

Запишемо рівняння руху центра мас циліндра вздовж похилої площини

$$ma_C = mg \sin \alpha - F_{\text{тер}} \quad (1)$$

Прискорення в напрямі нормалі до площини дорівнює нулю. Отже, сила нормального тиску дорівнює за модулем нормальній складовій сили тяжіння,

$$N = mg \cos \alpha.$$

За умовою циліндр котиться без проковзування. Це означає, що сила тертя між циліндром і площиною у точці їх стикання не перебільшує свого максимального значення

$$F_{\text{тер}} \leq \mu\, mg \cos \alpha,$$

де μ – коефіцієнт тертя.

Крім поступального руху циліндр ще й обертається. Обертання зручно описувати відносно осі C, що проходить через центр мас циліндра.

Укладемо основне рівняння обертального руху відносно осі C – добуток моменту інерції на кутове прискорення дорівнює сумі моментів зовнішніх сил, що діють на тіло.

$$J\varepsilon = \sum M^{\text{зовніш}}$$

Моменти сил тяжіння і реакції площини відносно осі C дорівнюють нулю: перша прикладена в центрі мас, напрям другої проходить через центр мас.
Отже, циліндр обертається тільки під дією сил тертя

$$J\varepsilon = M^{\text{тертя}} = F_{\text{тер}} R. \quad (2)$$

Оскільки лінійна швидкість точки O стикання з похилою площиною дорівнює нулю (проковзування відсутнє), швидкість і прискорення поступального руху зв’язані з кутовою швидкістю і кутовим прискоренням співвідношеннями

$$v = \omega R, \quad (3)$$

$$a = \varepsilon R. \quad (4)$$

Розв’язуючи сумісно рівняння (1), (2) та (4), отримаємо

$$a = \frac{g\,sin\alpha}{1 + \dfrac{J}{mR^2}}\,; \qquad (5)$$

$$\varepsilon = \frac{g\,sin\alpha}{R(1 + \dfrac{J}{mR^2})}\,; \qquad (6)$$

$$F_{тер} = \frac{mg\,sin\alpha}{1 + \dfrac{mR^2}{J}}\,. \qquad (7)$$

Центр мас циліндра рухається вздовж похилої площини зі сталим прискоренням (рівноприскорено), тому прискорення центра мас *a,* довжина похилої площини *s* (шлях), швидкість *v* і час скочування *t* пов'язані формулами кінематики рівноприскореного руху

$$s = \frac{at^2}{2}\,, \quad v = at$$

За час скочування $t_{ск}$ циліндр проходить шлях $h/\sin\alpha$. Тоді

$$t_{ск} = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2}{a}\frac{h}{sin\alpha}} = \frac{1}{sin\alpha}\sqrt{\frac{2h}{g}\left(1 + \frac{J}{mR^2}\right)}\,.$$

З урахуванням відповідних значень моментів інерції, визначимо час скочування: суцільного циліндра ($J = (1/2)\,mR^2$)

$$t_{суц} = \frac{1}{sin\alpha}\sqrt{\frac{3h}{g}}\,,$$

порожнистого циліндра ($J = mR^2$)

$$t_{пор} = \frac{2}{sin\alpha}\sqrt{\frac{h}{g}}$$

Отже, суцільний циліндр скочується швидше, ніж порожнистий.
Підставимо числа, маємо

$$t_{суц} = 0{,}78 \text{ с}, \ \ t_{пор} = 0{,}9 \text{ с}.$$

2-й спосіб розв'язання.

Сила тертя спокою роботи не виконує, оскільки точки циліндра, до яких прикладена ця сила, у кожний момент часу є нерухомими.
Тоді повна енергія циліндра залишається сталою. У початковий момент часу кінетична енергія дорівнює нулю, потенціальна енергія дорівнює mgh. У кінці скочування потенціальна енергія стає рівною нулю, зате з'являється кінетична енергія

$$T = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{J\omega_c^2}{2}.$$

Повна енергія на початку і в кінці скочування має бути однаковою. Оскільки ковзання відсутнє, ω_c і v_c зв'язані співвідношенням $v_c = \omega_c R$. Підставивши v_c у вираз для кінетичної енергії, та дорівнюючи вирази кінетичної і потенціальної енергії, отримаємо

$$v_c = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{J}{mR^2}}}.$$

Щоб визначити час скочування, скористаємося тим, що сили, які діють на циліндр, не змінюються, кут нахилу площини теж є сталим, отже рух циліндра є рівноприскореним. Тоді середня швидкість дорівнює половині кінцевої,

$$\langle v \rangle = (1/2)\, v,$$

а шлях руху

$$s = \langle v \rangle\, t_{ск}.$$

З останніх рівнянь визначимо час скочування

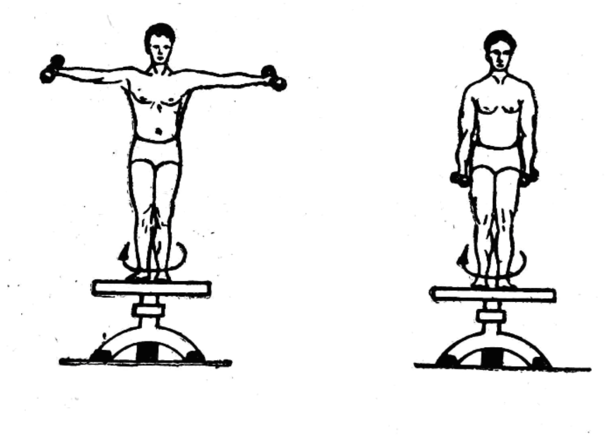
$$t_{ск} = \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2h}{g}\left(1 + \frac{J}{mR^2}\right)}.$$

Як і слід було чекати, вираз той самий, що й у 1-му способі.

Приклад 19.

Людина стоїть в центрі лави, яка обертається за інерцією з кутовою швидкістю $\omega_1 = 0{,}5$ рад/с. Момент інерції тіла людини відносно осі обертання дорівнює $I_л = 2{,}5$ кг·м^2. У витягнутих руках людина тримає дві гирі , масою по $m = 3$ кг кожна. Відстань між гирями $l_1 = 1{,}6$ м. Скільки обертів n_2 буде здійснювати лава з людиною, якщо людина опустить руки і відстань між гирями буде дорівнювати $l_2 = 0{,}6$ м? Моментом інерції лави нехтувати.

Розв'язання.



Людина, яка тримає гирі та обертається на лаві, складає разом з лавою ізольовану систему (силами тертя в підшипниках лави нехтуємо). Момент імпульсу такої системи повинен мати постійне значення

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

Звідси отримаємо вираз для кінцевої кутової швидкості системи (після зміни моменту інерції)

$$\omega_2 = (I_1/I_2)\,\omega_1.$$

Момент інерції системи, що розглядається, дорівнює сумі моментів інерції тіла людини $I_л$ і гир в руках людини:

$$I_1 = I_л + 2\,m\,(l_1/2)^2,$$
$$I_2 = I_л + 2\,m\,(l_2/2)^2.$$

Підставивши вирази I_1 і I_2 в вираз для ω_2, отримаємо

$$\omega_2 = \frac{I_1}{I_2}\omega_1 = \frac{I_л + 2m\left(\frac{l_1}{2}\right)^2}{I_л + 2m\left(\frac{l_2}{2}\right)^2}\omega_1.$$

Оскільки $\omega = 2\pi\,n$, де n – число обертів тіла за одиницю часу, отримаємо остаточну формулу

$$n_2 = \frac{I_л + 2m\left(\frac{l_1}{2}\right)^2}{I_л + 2m\left(\frac{l_2}{2}\right)^2}\frac{\omega_1}{2\pi}.$$

Підставивши числа, знайдемо

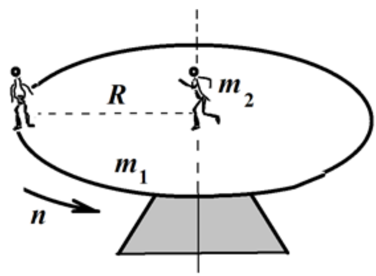
$$n_2 = 0{,}13 \text{ об/с}$$

Приклад 20. *Платформа у вигляді суцільного диска радіусом R = 1,5 м і масою m_1 = 240 кг обертається навколо вертикальної осі з частотою n =10 $хв^{-1}$. У центрі платформи стоїть людина масою m_2 = 60 кг. З якою частотою обертатиметься платформа, якщо людина перейде на край платформи? Яку роботу при цьому виконала людина? Людину вважати точковою масою. Тертям нехтувати.*

Розв'язання. За умовою задачі, момент зовнішніх сил відносно осі обертання *Oz*, що збігається з геометричною віссю платформи, можна вважати рівним нулю. За цієї умови проекція L_z моменту імпульсу системи "платформа – людина" залишається постійною:

$$L_z = J_z\omega = \text{const} \qquad (1)$$

де J_z – момент інерції платформи з людиною відносно осі *Oz*, ω – кутова швидкість платформи, $\omega = 2\pi n$.



Момент інерції системи дорівнює сумі моментів інерції тіл, що входять до складу системи. Нехай J_1 і J_2 – значення моментів інерції платформи і людини. В початковому стані $J_z = J_1 + J_2$, а в кінцевому стані $J_z' = J_1' + J_2'$

З урахуванням цього рівність (1) набуде вигляду

$$(J_1 + J_2)\omega = (J'_1 + J'_2)\omega' \qquad (2)$$

Момент інерції платформи відносно осі *Oz* під час переходу людини не змінюється і для суцільного диска становить

$$J_1 = J'_1 = ½\, m_1R^2.$$

Що ж до моменту інерції людини відносно тієї ж осі, то він буде змінюватися. Якщо розглядати людину як матеріальну точку, то її момент інерції J_2 у початковому стані (у центрі платформи) дорівнює нулю. У кінцевому стані (на краю платформи) момент інерції людини

$$J'_2 = m_2R^2.$$

Підставимо у формулу (2) вирази моментів інерції і кутової швидкості обертання платформи з людиною:

$$\left(\frac{1}{2}m_1R^2 + 0\right)\cdot 2\pi n = \left(\frac{1}{2}m_1R^2 + m_2R^2\right)2\pi n'.$$

Після скорочення на R^2 і простих перетворень визначаємо частоту:

$$n' = \frac{1}{1 + 2\frac{m_2}{m_1}} n = 6{,}67 \text{ хв}^{-1} = 0{,}11 \text{ с}^{-1}. \qquad (3)$$

Робота, що була виконана, дорівнює приросту кінетичної енергії

$$A = T' - T = (J'_1 + J'_2)(\omega')^2/2 - (J_1 + J_2)\omega^2/2 =$$
$$= 2\pi^2 R^2 (m_1(n'^2 - n^2)/2 + m_2 n'^2).$$

Зробивши обчислення, маємо

$$A = -\,49{,}57 \quad \text{Дж},$$

тобто робота людини у цьому випадку від'ємна.

Приклад 21. *Дерев'яний стержень довжиною l = 1,5 м та масою m = 1 кг підвішений за один з кінців і може вільно обертатися навколо горизонтальної осі. У нижній кінець стержня влучає куля і застряє в ньому. Маса кулі m_1 = 10 г, швидкість v = 50 м/с. Визначити кутову швидкість ω, з якою почне обертатися стержень.*

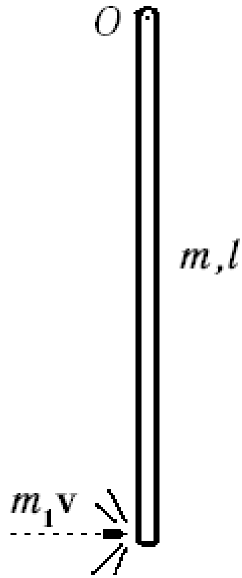


Рис. 1.4.

Розв'язання. Оскільки куля встряває в стержень, удар слід розглядати, як непружний. Тому механічна енергія системи не зберігається, частина її переходить у теплоту та енергію деформації.

У момент удару лінії дії сил тяжіння як стержня, так і кулі проходять через точку підвісу (рис. 1.4). Тому моменти цих сил відносно осі обертання O дорівнюють нулю. Отже, виконується умова закону збереження моменту імпульсу.

До удару момент імпульсу відносно осі обертання мала тільки куля

$$L = m_1 v l \,. \qquad (1)$$

Після устрявання кулі момент імпульсу системи дорівнює

$$(J + m_1 l^2)\omega \,. \qquad (2)$$

Тут $J = ml^2/3$ – момент інерції стержня відносно осі обертання, $m_1 l^2$ – момент інерції кулі, яку можна розглядати як матеріальну точку.

Дорівняємо (1) та (2) за законом збереження

$$m_1 v l = (ml^2/3 + m_1 l^2)\omega \,. \qquad (3)$$

Звідси кутова швидкість стержня

$$\omega = \frac{v}{l\left(\frac{m}{3m_1} + 1\right)} = 0{,}97 \text{ рад/с}. \qquad (4)$$

Приклад 22. *В атмосфері Землі під дією космічного випромінювання утворюються нестабільні частинки – мюони. Час життя τ_0 мюона, що покоїться,* *дорівнює 2,2 мкс. Від місця народження у верхніх шарах атмосфери до детектора, що реєструє його розпад, мюон пролетів відстань l = 6 км. З якою швидкістю υ (у частках швидкості світла) летів мюон?*

Розв'язання. τ_0 – це власний час життя мюона, тобто час, виміряний за годинником, що рухається разом з мюоном. Час, відрахований за годинником експериментатора у лабораторній системі відліку, пов'язаній з Землею, буде більшим:

$$\tau = \tau_0 / \sqrt{1-(v^2/c^2)}.$$

За цей час мюон долає відстань

$$l = v\tau = \frac{v\tau_0}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}.$$

Звідки визначимо

$$\frac{v}{c} = \frac{l}{\sqrt{l^2+(c\tau_0)^2}}.$$

Величина $l_0 = c\tau_0 = 3\cdot10^8\cdot2{,}2\cdot10^{-6}$ = 660 м є значно меншою, ніж l = 6 км. Тоді за формулою наближених обчислень (див. Додаток А, п.6)

$$\frac{v}{c} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{l_0}{l}\right)^2}} \approx 1-\frac{l_0^2}{2l^2} = 1-\frac{(660)^2}{2\cdot(6\cdot10^3)^2} = 0{,}994.$$

Отже, швидкість мюона v = 0,994 c.

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

1.1.Шлях першого тіла визначається за формулою $s_1 = A_1t + B_1t^2 + Ct^3$ (A_1 = 6 м/с, B_1 = – 1 м/с^2, C = (1/3)м/с^3), а другого $s_2 = A_2t + B_2t^2$ (A_2 = –2 м/с, B_2 = 2 м/с^2).Через який час шляхові швидкості тіл будуть однаковими? Визначити швидкості і прискорення тіл у цей момент. (Відп.: t_1 = 2 с, t_2 = 4 с, $v_1(t_1) = v_2(t_1)$ = 6 м/с, $v_1(t_2) = v_2(t_2)$ =14 м/с, $a_1(t_1)$ = 2 м/с^2, $a_1(t_2)$ = 2 м/с^2, a_2 = 4 м/с^2).

1.2. Обчислити роботу сили, що залежить від шляху s за формулою $F = a/s^2$ (a = 12 Дж·м) при збільшенні шляху від s_1 = 2 м до s_2 = 4 м. (Відп.: 1 Дж).

1.3. Спортсмен-фігурист, моментом інерції якого J = 24 кг·м^2, обертається навколо вертикальної осі з частотою n = 1 с$^{-1}$. Яку роботу йому потрібно виконати, щоб під час обертання зменшити свій момент інерції вдвічі? Тертям нехтувати. (Відп.: 473 Дж).

1.4. Через блок у вигляді однорідного диска масою m = 80 г перекинута легка нерозтяжна нитка, до кінців якої підвішені вантажі масами m_1 = 100 г і m_2 = 200 г. Визначити силу, що діє на вісь блока. Тертям нехтувати. (Відп.: F = 3,44 Н).

1.5. Обчислити мінімальну роботу підйому тіла масою m = 100 т на висоту h = 1000 км над поверхнею Землі. (Відп.: 0,848 ТДж).

1.6. Два прискорювача викидають назустріч один одному протони (m_0c^2 = 938,28 МеВ) зі швидкостями v = 0,9 c. Визначити кінетичну енергію протона в системі відліку іншого протона, що рухається назустріч. (Відп.: T = 8 ГеВ).

Індивідуальне завдання №1

ВАРІАНТ 1

1. Початкова швидкість частинки $\mathbf{v}_1 = 1\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$ (м/с), кінцева – $\mathbf{v}_2 = 2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$ (м/с). Визначити: а) приріст швидкості $\Delta\mathbf{v}$; б) модуль приросту швидкості $|\Delta\mathbf{v}|$; в) приріст модуля швидкості Δv.

2. Рух двох матеріальних точок виражається рівняннями $x_1 = A_1 + B_1t + C_1t^2$, $x_2 = A_2 + B_2t + C_2t^2$, де A_1 = 20 м; A_2 = 2 м, $B_1 = B_2$ = 2 м/с; C_1 = 4 м/с^2; C_2 = 0,5 м/с^2. У який момент часу t швидкості цих точок будуть однаковими? Визначити швидкості v_1 і v_2 і прискорення a_1 і a_2 точок у цей момент

3. Колесо обертається з постійним кутовим прискоренням ε = 3 рад/с^2. Визначити радіус колеса, якщо через t = 1 с після початку руху повне прискорення точки на ободі колеса a = 7,5 м/с^2.

4. Два однакових візки масою M кожен рухаються за інерцією (без тертя) один за одним з однаковою швидкістю v_0. В якийсь момент часу людина масою m, що знаходиться на задньому візку, стрибнула у передній зі швидкістю u відносно свого візка. Визначити швидкість v_1 переднього візка.

5. Тонкий однорідний стрижень довжиною l = 50 см і масою m = 400 г обертається з кутовим прискоренням ε = 3 рад/с^2 відносно осі, що проходить перпендикулярно стрижневі через його середину. Визначити обертаючий момент M.

6. Порожнистий тонкостінний циліндр котиться уздовж горизонтальної ділянки дороги зі швидкістю v =1,5 м/с. Визначити шлях, який він пройде в гору за рахунок кінетичної енергії, якщо ухил гори дорівнює 5 м на кожні 100 м шляху.

7. Дві релятивістські частинки рухаються в лабораторній системі відліку назустріч одна одній уздовж однієї прямої зі швидкостями v_1 = 0,6 c и v_2 = 0,9 c. Визначити їхню відносну швидкість.

ВАРІАНТ 2

1. Радіус-вектор матеріальної точки змінюється з часом за законом $\mathbf{r} = 4t^2\mathbf{i} + 3t\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ (м). Визначити: 1) швидкість точки $\mathbf{v}$; 2) прискорення точки $\mathbf{a}$; 3) модуль швидкості точки в момент часу t = 2 с.

2. Якір електродвигуна, що має частоту обертання n = 50 с$^{-1}$, після вимикання струму зробив N = 628 обертів і зупинився. Визначити кутове прискорення ε якоря.

3. До пружинних терезів підвішений блок. Через блок перекинуто шнур, до кінців якого прив'язали вантажі масами $m_1 = 1{,}5$ кг і $m_2 = 3$ кг. Яким буде показання терезів під час руху вантажів? Масою блоку і шнура нехтувати.

4. Платформа з піском загальною масою $M = 2$ т розміщена на рейках на горизонтальній ділянці шляху. У пісок попадає снаряд масою $m = 8$ кг і застряє в ньому. Зневажаючи тертям, визначити, з якою швидкістю буде рухатися платформа, якщо снаряд падає зверху вниз під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту зі швидкістю $v = 450$ м/с.

5. Суцільний однорідний диск скачується без ковзання по похилій площині, що утворює кут α з горизонтом. Визначити лінійне прискорення a центра диска.

6. Маховик, момент інерції якого $J = 40$ кг·м^2, почав обертатися рівноприскорено зі стану спокою під дією моменту сили $M = 20$ Н·м.. Визначити кінетичну енергію T, яку набуває маховик через $t = 10$ с.

7. Час життя мюона, який знаходиться в стані спокою, $\tau_0 = 2{,}2$ мкс. Від точки народження до детектора, що реєструє його розпад, мюон пролетів відстань $l = 6$ км. З якою швидкістю v (у частках швидкості світла) рухався мюон?

ВАРІАНТ 3

1. Матеріальна точка рухається уздовж прямої так, що її прискорення лінійно зростає і за перші $t = 10$ с досягає значення $a = 5$ м/с^2. Визначити наприкінці десятої секунди: 1) швидкість точки; 2) пройдений точкою шлях.

2. Колесо автомашини обертається рівносповільнено. За час $t = 2$ хв воно змінило частоту обертання від 240 до 60 хв$^{-1}$. Визначити: 1) кутове прискорення колеса; 2) число повних обертів, зроблених колесом за цей час.

3. Куля масою $m = 10$ г, що летить горизонтально зі швидкістю $v = 0{,}5$ км/с, попадає в підвішений на тросах ящик з піском масою $M = 6$ кг і застряє в ньому. Визначити висоту h, на яку підніметься такий балістичний маятник, відхилившись після удару.

4. Тіло масою $m = 0{,}4$ кг зісковзує без початкової швидкості по похилій площині висотою $h = 10$ см і довжиною $l = 1$ м і, пройшовши по горизонтальній площині деякий шлях, зупиняється. Коефіцієнт тертя на всьому шляху $f = 0{,}04$. Визначити: 1) кінетичну енергію тіла біля основи площини; 2) шлях, пройдений тілом на горизонтальній ділянці до зупинки.

5. В центрі платформи, що обертається навколо вертикальної осі з частотою $n_1 = 1$ с$^{-1}$, знаходиться людина і тримає в руках стрижень довжиною $l = 2{,}4$ м і масою $m = 8$ кг, розташований вертикально вздовж осі обертання платформи. З якою частотою n_2 буде обертатися платформа з людиною, якщо вона поверне стрижень у горизонтальне положення? Сумарний момент інерції J людини і платформи дорівнює 6 кг·м^2.

6. Маховик починає обертатися зі стану спокою зі сталим кутовим прискоренням $\varepsilon = 0{,}4$ рад/с^2. Визначити кінетичну енергію маховика через час $t_2 = 25$ с після початку руху, якщо через $t_1 = 10$ с після початку руху момент імпульсу L_1 маховика складав 60 кг·м^2/с.

7. Обчислити енергію спокою: 1) електрона; 2) протона; 3) альфа-частинки. Відповідь виразити в джоулях і мегаелектрон-вольтах.

ВАРІАНТ 4

1. Рівняння прямолінійного руху тіла має вигляд $x = At - Bt^2 + Ct^3$ (A = 2 м/с, B = 3 м/с^2, C = 4 м/с^3). Записати вирази для швидкості і прискорення. Визначити для моменту часу t = 2 с після початку руху: 1) шлях, що пройшло тіло; 2) швидкість; 3) прискорення.

2. Точка рухається по колу радіусом R = 15 см з постійним тангенціальним прискоренням a_τ. Наприкінці четвертого оберту після початку руху лінійна швидкість точки υ = 15 см/с. Визначити нормальне прискорення a_n точки через t = 16 с після початку руху.

3. Куля масою m = 10 г, що летить горизонтально, попадає в підвішений на тросах довжиною l =1 м ящик з піском масою M = 1,5 кг і застряє в ньому. Такий балістичний маятник відхилився після удару на кут φ = 30°. Визначити швидкість кулі.

4. Вантаж піднімають по похилій площині довжиною l = 2 м з прискоренням a = 1 м/с^2. Маса вантажу m = 100 кг, кут нахилу похилої площини φ = 30°, коефіцієнт тертя μ = 0,1. Визначити роботу A результуючої сил, що діють на тіло.

5. Куля радіусом R = 10 см і масою m = 5 кг обертається навколо осі симетрії за рівнянням $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$ (B = 2 рад/с^2, C = –0,5 рад/с^3). Визначити момент обертаючої сили M для t = 3 с.

6. Горизонтальна платформа масою m = 25 кг і радіусом R = 0,8 м обертається з частотою n_1 = 18 хв$^{-1}$. У центрі знаходиться людина і тримає на витягнутих руках гантелі. Вважаючи платформу диском, визначити частоту обертання платформи, якщо людина, опустивши руки, зменшить свій момент інерції від J_1 = 3,5 кг·м^2 до J_2 = 1 кг·м^2.

7. Повна енергія тіла зросла на ΔE = 1 Дж. На скільки при цьому змінилася маса тіла?

ВАРІАНТ 5

1. З вишки кинули камінь у горизонтальному напрямку. Через проміжок часу t = 2 с камінь упав на землю на відстані s = 40 м від підстави вишки. Визначити початкову v_0 і кінцеву v швидкості каменю.

2. Диск радіусом R = 10 см обертається навколо нерухомої осі так, що залежність кута повороту радіуса диска від часу задається рівнянням $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ (B = 1 рад/с, C = 1 рад/с^2, D = 1 рад/с^3). Визначити для точок на ободі диска наприкінці другої секунди після початку руху: 1) тангенціальне прискорення a_τ; 2) нормальне прискорення a_n; 3) повне прискорення a.

3. Матеріальна точка масою m = 1 кг, що рухається рівномірно, описує чверть кола радіуса r = 1,2 м за проміжок часу t = 2 с. Визначити зміну Δp імпульсу точки.

4. Куля масою m = 10 г, що летить горизонтально зі швидкістю v = 200 м/с, попадає в підвішений на тросах довжиною l =1 м ящик з піском масою M = 1,5 кг і застряє в ньому. Визначити кут відхилення φ такого балістичного маятника.

5. Суцільний циліндр масою m = 4 кг котиться без ковзання по горизонтальній поверхні. Лінійна швидкість центра мас циліндра v = 1 м/с. Визначити повну кінетичну енергію T циліндра.

6. В центрі платформи, що обертається навколо вертикальної осі з частотою n_1 = 30 хв$^{-1}$, знаходиться людина. Момент інерції тіла людини відносно осі обертання $J_{\text{люд}}$ = 1,2 кг·м^2. У витягнутих руках у людини дві гантелі масою m = 3 кг кожна. Відстань між гантелями 160 см. Як стане обертатися платформа , якщо людина опустить руки і відстань між гантелями буде дорівнювати 40 см? Платформа має вигляд диска масою m_1 = 25 кг і радіусом R = 1 м. Зміною моменту інерції рук і тертям нехтувати.

7. На космічному кораблі-супутнику міститься годинник, синхронізований до польоту з земним. Швидкість v_0 супутника становить 7,9 км/с. На скільки відстане годинник на супутнику за час τ_0 = 0,5 року в порівнянні з годинником земного спостерігача?

ВАРІАНТ 6

1. Радіус-вектор матеріальної точки змінюється з часом за законом $\mathbf{r} = At^2\mathbf{i} + Bt\mathbf{j} + C\mathbf{k}$, де A = 2 м/с^2; B = 5 м/с; C = 3 м. Визначити: 1) швидкість точки $\mathbf{v}$; 2) прискорення точки $\mathbf{a}$; 3) модуль швидкості точки v у момент часу t = 4 с.

2. Диск обертається навколо нерухомої осі так, що залежність кута повороту радіуса диска від часу задається рівнянням $\varphi = At^2$ (A = 0,5 рад/с^2). Визначити наприкінці другої секунди після початку руху: 1) кутову швидкість диска; 2) кутове прискорення диска; 3) для точки, що знаходиться на відстані 80 см від осі обертання, тангенціальне a_τ, нормальне a_n і повне a прискорення.

3. По похилій площині з кутом нахилу α = 30° до горизонту зісковзує тіло. Визначити швидкість тіла наприкінці другої секунди від початку ковзання, якщо коефіцієнт тертя f = 0,15.

4. Куля масою m = 10 г, що летить з горизонтальною швидкістю v = 0,6 км/с, попадає в мішок з піском масою M = 10 кг, що висить на довгому тросі, і застряє в ньому. Визначити: 1) висоту, на яку підніметься мішок, відхилившись після удару; 2) частку кінетичної енергії кулі, витрачену на пробивання піску.

5. Куля і суцільний циліндр однакової маси, виготовлені з того самого матеріалу, котяться без ковзання з однаковою швидкістю. Визначити, у скільки разів кінетична енергія кулі менша за кінетичну енергію суцільного циліндра.

6. Людина масою m = 60 кг знаходиться на краю горизонтальної платформи масою M = 120 кг, що обертається за інерцією навколо нерухомої вертикальної осі з частотою n_1 = 10 хв$^{-1}$. Вважаючи платформу круглим однорідним диском, а

людину – точковою масою, визначити, з якою частотою n_2 буде обертатися платформа, якщо людина перейде до її центра.

7. Електрон рухається зі швидкістю $v = 0,6\,c$. Визначити релятивістський імпульс p електрона.

ВАРІАНТ 7

1. Диск обертається навколо нерухомої осі так, що залежність кута повороту радіуса диска від часу задається рівнянням $\varphi = At^2$ (A = 0,1 рад/с^2). Визначити повне прискорення **a** точки на ободі диска наприкінці другої секунди після початку руху, якщо лінійна швидкість цієї точки в цей момент v = 0,4 м/с.

2. Матеріальна точка масою m = 2 кг рухається під дією деякої сили F відповідно до рівняння $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, де C = 1 м/с^2, D = –0,2 м/с^3. Визначити значення цієї сили в моменти часу t_1 = 2 с і t_2 = 5 с. У який момент часу сила дорівнює нулеві?

3. До сталевого дроту (границя міцності σ_{max} =0,49 ГПа) радіусом r = 1 мм підвішений вантаж масою m = 100 кг. На який найбільший кут α можна відхилити дріт з вантажем, щоб він не розірвався при проходженні цим вантажем положення рівноваги?

4. Куля масою m_1 = 10 кг, що рухається зі швидкістю v_1 = 4 м/с, зіштовхується з кулею масою m_2 = 4 кг, швидкість v_2 якої дорівнює 12 м/с. Вважаючи удар центральним і абсолютно непружним, визначити швидкість u куль після удару в двох випадках: 1) мала куля наздоганяє велику кулю, що рухається в тім же напрямку; 2) кулі рухаються назустріч одна одній.

5. Повна кінетична енергія T диска, що котиться по горизонтальній поверхні, дорівнює 24 Дж. Визначити кінетичну енергію T_1 поступального і T_2 обертального руху диска.

6. Платформа, що має форму суцільного однорідного диска, обертається по інерції навколо нерухомої вертикальної осі. На краю платформи знаходиться людина, маса якої в 3 рази менша за масу платформи. Визначити, як і в скільки разів зміниться кутова швидкість обертання платформи, якщо людина перейде ближче до центра на відстань, яка дорівнює половині радіуса платформи. Вважати людину точковою масою.

7. Фотонна ракета рухається відносно Землі зі швидкістю v = 0,6 c. У скільки разів сповільниться хід часу в ракеті з погляду земного спостерігача?

ВАРІАНТ 8

1. Диск радіусом R = 10 см обертається так, що залежність лінійної швидкості точок, що лежать на ободі диска, від часу задається рівнянням $v = At$ (A = 0,3 м/с^2). Визначити момент часу, для якого вектор повного прискорення **a** утворить з радіусом колеса кут $\varphi = 45°$.

2. Обчислити роботу A, що виконує на шляху s = 12 м рівномірно зростаюча сила, якщо на початку шляху сила F_1 =10 Н, наприкінці шляху F_2 = 46 Н.

3. Пружина жорсткістю k = 10 кН/м була стиснута на x_1 = 4 см. Яку потрібно виконати роботу A, щоб стиснення пружини збільшити до x_2 = 8 см?

4. Під час центрального пружного удару тіло масою m_1, що рухається, вдаряється в нерухоме тіло масою m_2, у результаті чого швидкість першого тіла зменшується в два рази. Визначити: 1) у скільки разів маса першого тіла більша за масу другого тіла; 2) кінетичну енергію другого тіла безпосередньо після удару, якщо перед зіткненням кінетична енергія першого тіла дорівнювала 800 Дж.

5. Вал масою m = 100 кг і радіусом R = 5 см обертався з частотою n = 8 $с^{-1}$. До циліндричної поверхні вала притиснули гальмову колодку із силою F = 40 Н, під дією якої вал зупинився через час t = 10 с. Визначити коефіцієнт тертя f.

6. Колода висотою h = 3 м і масою m = 50 кг починає падати з вертикального положення на землю. Вважаючи колоду стержнем, а нижній кінець колоди нерухомим, визначити швидкість верхнього кінця і момент імпульсу колоди в момент її падіння на землю.

7. На скільки збільшиться маса альфа-частинки під час прискорення її від початкової швидкості, що дорівнює нулеві, до швидкості, яка дорівнює 0,9 швидкості світла?

ВАРІАНТ 9

1. Тіло рухається прямолінійно. Залежність шляху, що пройшло тіло, від часу задається рівнянням $s = Bt + Ct^2 + Dt^3$ (C = 0,1 м/с^2, D = 0,03 м/с^3). Визначити: 1) через який проміжок часу після початку руху прискорення a тіла буде дорівнювати 2 м/с^2; 2) середнє прискорення $\langle a \rangle$ тіла за цей проміжок часу.

2. Диск радіусом R = 10 см обертається так, що залежність кута повороту радіуса диска від часу задається рівнянням $\varphi = At + Bt^3$ (A = 2 рад/с, B = 4 рад/с^3). Визначити для точок на ободі колеса: 1) нормальне прискорення a_n у момент часу t = 2 с; 2) тангенціальне прискорення a_τ для цього ж моменту; 3) кут повороту φ_1, за якого повне прискорення утворює з радіусом колеса кут α = 45°.

3. Тіло масою m = 2 кг падає вертикально з прискоренням a = 5 м/с^2. Визначити силу опору під час руху цього тіла.

4. Тіло, падаючи з деякої висоти, у момент зіткнення з Землею має імпульс p = 100 кг·м/с і кінетичну енергію T = 500 Дж. Визначити: 1) з якої висоти тіло падало; 2) масу тіла.

5. Визначити, у скільки разів зменшиться швидкість кулі, що рухається зі швидкістю v_1, під час її зіткнення з нерухомою кулею, маса якої в n раз більша за масу кулі, що налітає. Удар вважати центральним, абсолютно пружним.

6. Куля масою m = 10 кг і радіусом R = 20 см обертається навколо осі, що проходить через її центр, за законом $\varphi = A + Bt^2 - Ct^3$, де B = 4 рад/с^2; C = –1 рад/с^3 . Визначити закон зміни моменту сил, що діють на кулю.

7. Два прискорювачі викидають назустріч один одному частинки зі швидкостями v = 0,9 c. Визначити відносну швидкість u_{21} зближення частинок у системі відліку, що рухається разом з однією з частинок.

ВАРІАНТ 10

1. Рух матеріальної точки задано рівнянням $\mathbf{r}(t) = A(\mathbf{i}\cos\omega t + \mathbf{j}\sin\omega t)$, де A = 0,5 м; ω = 5 рад/с. Накреслити траєкторію точки. Визначити модуль швидкості $|v|$ і модуль нормального прискорення a_n.

2. Диск радіусом обертається навколо нерухомої осі так, що залежність кута повороту радіуса диска від часу задається рівнянням $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ (B = 1 рад/с, C = 1 рад/с^2, D = 1 рад/с^3). Визначити для точок, які відстоять від осі обертання на 8 см, наприкінці третьої секунди після початку руху: 1) тангенціальне прискорення a_τ; 2) нормальне прискорення a_n; 3) повне прискорення a.

3. Тіло масою m = 2 кг рухається прямолінійно за законом $s = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$ (C = 2 м/с^2, D = 0,4 м/с^3). Визначити силу, що діє на тіло наприкінці першої секунди руху.

4. Тіло масою m_1 = 3 кг рухається зі швидкістю v_1 = 2 м/с і вдаряється об нерухоме тіло такої ж маси. Вважаючи удар центральним і непружним, визначити кількість теплоти, що виділилась при ударі.

5. Обруч і суцільний циліндр масою m = 2 кг кожен, котяться без ковзання з однаковою швидкістю v = 5 м/с. Визначити кінетичні енергії цих тел.

6. Маховик обертається за законом, що виражається рівнянням $\varphi = A + Bt + Ct^2$, де A = 2 рад; B = 32 рад/с; C = –4 рад/с^2. Визначити середню потужність $\langle N \rangle$, що розвивається силами, які діють на маховик при його обертанні, до зупинки, якщо його момент інерції J =100 кг· м^2.

7. Визначити імпульс p частинки (в одиницях m_0c), якщо її кінетична енергія дорівнює енергії спокою.

2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

ОСНОВНІ ЗАКОНИ І ФОРМУЛИ

2.1. Молекулярно-кінетична теорія ідеальних газів

- Кількість речовини ν в будь-якій фізичній системі визначається кількістю молей, яка міститься в ній. Моль – кількість речовини системи, яка містить стільки ж структурних елементів, скільки атомів міститься в нукліді вуглецю-12 масою 0,012 кг, а саме число Авогадро $N_A = 6{,}02\cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.
- Кількість речовини тіла (системи)

$$\nu = \frac{m}{M} \quad \text{або} \quad \nu = \frac{N}{N_A},$$

де N – число структурних елементів (молекул, атомів, іонів і т.п.), що складають тіло; N_A.- стала Авогадро ($N_A = 6{,}02\cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$).

- Молярна маса речовини (маса 1 моля речовини)

$$M = \frac{m}{\nu},$$

де m - маса однорідного тіла (системи); ν – кількість речовини цього тіла.

- Відносна молекулярна маса речовини

$$M_r = \sum n_i A_{r,i} ,$$

де n_i - число атомів i-го хімічного елемента, що входять до складу молекули даної речовини; $A_{r,i}$ – відносна атомна маса цього елемента. Відносні атомні маси наводяться в таблиці Д. І. Менделєєва.

- Молярна маса, виражена в грамах на моль, чисельно дорівнює відносній молекулярній масі

$$M = M_r k ,$$

де $k = 10^{-3}$ кг/моль.

- Молярна маса суміші газів

$$M = \frac{\sum_{i=1}^{k} m_i}{\sum_{i=1}^{k} \nu_i},$$

де m_i – маса i–ї компоненти суміші, ν_i – кількість молів i–ї компоненти суміші, $\nu_i = m_i/M_i$, k – кількість компонентів суміші.

- Рівняння стану ідеального газу (рівняння Клапейрона – Менделєєва)

$$pV = \frac{m}{M} RT = \nu RT ,$$

де m – маса газу, M – молярна маса газу, R – молярна газова стала, ν – кількість речовини, T – термодинамічна температура.

- Дослідні газові закони, що є окремими випадками рівняння Менделєєва – Клапейрона для ізопроцесів:

а) закон Бойля – Маріотта (ізотермічний процес: $T = const, m = const$)

$pV = const$, або для двох станів газу $p_1V_1 = p_2V_2$;

б) закон Гей-Люссака (ізобарний процес: $p = const$, $m = const$)

$$\frac{V}{T} = const, \quad \text{або для двох станів} \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2};$$

в) закон Шарля (ізохорний процес: $V = const$, $m = const$)

$$\frac{p}{T} = const, \quad \text{або для двох станів} \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2};$$

де p_1, V_1, T_1 – тиск, об'єм і температура газу в початковому стані; p_2, V_2, T_2 – ті ж величини в кінцевому стані.

- Концентрація молекул однорідної системи

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A \rho}{M},$$

де N – число молекул, що містяться в даній системі; ρ – густина речовини в будь-якому агрегатному стані; V – об'єм системи.

- Залежність тиску газу від концентрації молекул і температури

$$p = nkT,$$

де $k = R/N_A = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – стала Больцмана.

- Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{кв} \rangle^2, \quad \text{або} \quad p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_{пост} \rangle$$

де $\langle v_{кв} \rangle$ – середня квадратична швидкість молекул, $\langle \varepsilon_{пост} \rangle$ – середнє значення кінетичної енергії поступального руху молекули, m_0 – маса однієї молекули.

- Середня кінетична енергія молекули (з урахуванням тільки поступального й обертального рухів)

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

де i – сума числа поступальних і обертальних ступенів вільності молекули; $i = 3$ для одноатомної молекули, $i = 5$ для двохатомної й $i = 6$ для трьох- і більш атомної молекули.

- Середня кінетична енергія:

– поступального руху молекули ($i_п = 3$)

$$\langle \varepsilon_п \rangle = \frac{3}{2} kT,$$

– обертального руху молекули

$$<\varepsilon_{об}>=\frac{i_{об}}{2}kT,$$

де $i_{об}$ – число обертальних ступенів вільності ($i_{об}=2$ для двохатомної й $i_{об}=3$ для трьох- і більш атомної молекули).

- Швидкості газових молекул:

середня квадратична

$$<v_{кв}>=\sqrt{\frac{3kT}{m}}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

середня арифметична

$$<v>=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}},$$

найбільш імовірна

$$v_{ім}=\sqrt{\frac{2kT}{m_0}}=\sqrt{\frac{2RT}{M}},$$

де m_0 – маса однієї молекули.

- Барометрична формула

$$p=p_0e^{-\frac{Mgh}{RT}},$$

де p– тиск атмосфери на висоті h над поверхнею Землі, p_0 – тиск на висоті $h=0$.

- Середнє число зіткнень молекули газу за 1 с,

$$<z>=\sqrt{2}\pi d^2n<v>,$$

де d – ефективний діаметр молекули; n – концентрація молекул; <v> – середня арифметична швидкість молекул.

- Середня довжина вільного пробігу молекул газу

$$<l>=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2n}.$$

2.2. Основи термодинаміки

- Внутрішня енергія ідеального газу

$$U=\frac{m}{M}\frac{i}{2}RT.$$

- Перший закон термодинаміки

$$Q=\Delta U+A,$$

де Q - кількість теплоти, яка надана системі; ΔU - приріст її внутрішньої енергії; A – робота системи проти зовнішніх сил.

- Зв'язок між питомою c і молярною C теплоємностями газу

$$C=cM.$$

- Молярні теплоємності газу при сталому об’ємі (C_V) і сталому тиску (C_p)

$$C_V = \frac{i}{2}R\,, C_p = \frac{i+2}{2}R\,.$$

- Зв’язок між молярними теплоємностями (рівняння Майора)

$$C_p = C_V + R\,.$$

- Робота розширення газу:

у загальному випадку $A = \int\limits_{V_1}^{V_2} pdV$;

при ізобарному процесі $A = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M}R(T_2 - T_1);$;

при ізотермічному процесі $A = \frac{m}{M}RT\,ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M}RT\,ln\frac{p_1}{p_2}$.

- Рівняння адіабатного процесу (рівняння Пуассона)

$$pV^{\gamma} = \text{const}, \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}, \quad T^{\gamma}p^{\gamma-1} = \text{const}.$$

- Зв'язок між початковими і кінцевими значеннями параметрів ідеального газу в адіабатному процесі

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma},$$

де $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$ – показник адіабати.

- Робота газу в адіабатному процесі

$$A = -\Delta U = \frac{m}{M}C_V\left(T_1 - T_2\right), \quad \text{або}$$

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1}\frac{m}{M}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right] = \frac{p_1V_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right].$$

- Термічний ККД циклу

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

де Q_1 – кількість теплоти, отримана робочим тілом від нагрівача; Q_2 – кількість теплоти, віддана робочим тілом холодильнику, A – робота, виконана за цикл.

- Термічний ККД циклу Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

де T_1 і T_2 – температури нагрівача і холодильника.

- Зміна ентропії при рівноважному переході зі стану A в стан B

$$\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T}.$$

- Зміна ентропії ідеального газу

$$\Delta S = \nu C_V \ln\frac{T_2}{T_1} + \nu R \ln\frac{V_2}{V_1}.$$

2.3. Властивості рідин

- Поверхневий натяг

$$\sigma = \frac{F}{l}, \qquad \text{або} \qquad \sigma = \frac{\Delta E}{\Delta S},$$

де F – сила поверхневого натягу, що діє на контур l, який обмежує поверхню рідини; ΔE – поверхнева енергія, зв'язана з площею ΔS поверхні плівки.

- Формула Лапласа, що виражає надлишковий тиск $\mathbf{\Delta} p$, зумовлений сферичною поверхнею рідини:

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R},$$

де R – радіус сферичної поверхні.

- Висота підйому рідини в капілярній трубці

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho g r},$$

де θ – крайовий кут (θ = 0 при повному змочуванні стінок трубки рідиною); r– радіус каналу трубки; ρ – густина рідини; g – прискорення вільного падіння.

- Висота підйому рідини між двома близькими паралельними площинами

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho g d},$$

де d – відстань між площинами.

Контрольні запитання

1. Чи є сталою величиною молярний об’єм ідеального газу?
2. Чому розподіл молекул за швидкостями дає змогу лише визначити , яка частина молекул має швидкості , що лежать у деякому інтервалі швидкостей, а не яка частина молекул має точно задану швидкість?
3. Швидкості газових молекул є близькими до швидкості звуку в тому самому газі. Що це означає фізично?
4. Як змінюється склад повітря зі збільшенням висоти?

5. Який механізм передачі теплоти від гарячого до холодного тіла?
6. Відомо, що температура пропорційна середній енергії поступального руху молекул. За допомогою прискорювача був отриманий пучок заряджених частинок, що рухаються в одному напрямі з однаковою великою швидкістю. Чи буде пучок еквівалентним газу, нагрітому до високої температури?
7. Який стан термодинамічної системи визначається як рівноважний?
8.Який з наведених процесів є зворотним: ізохорний, ізобарний, ізотермічний, адіабатний?
9. Чому робота газу залежить від виду процесу розширення?
10.Піч нагріває повітря в кімнаті, і його температура зростає. Чи змінюється при цьому внутрішня енергія повітря в кімнаті?
11. Назвіть основні властивості ентропії.
12. Як змінюється ентропія ідеального газу під час його ізотермічного розширення? Яке статистичне тлумачення можна надати цьому процесу?
13. Як змінюється ентропія ідеального газу під час його ізохорного нагрівання? Яке статистичне тлумачення можна надати цьому процесу?
14. Як змінюється ентропія ідеального газу під час його адіабатного розширення? Яке статистичне тлумачення можна надати цьому процесу?
15. При ізотермічному розширенні ідеального газу вся теплота, що одержав газ, повністю перетворюється в роботу. Чи не порушується при цьому другий закон термодинаміки?
16. Який механізм виникнення сил тертя в газах і рідинах?

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

Приклад 2.1. *Визначити число N молекул, що містяться в* об'єм*і $V = 1$ мм^3 води, і масу m_0 молекули води. Вважаючи, що молекули води мають вигляд кульок, які стикаються одна з одною, визначити діаметр d молекул.*

Розв'язання. Число N молекул, що містяться в деякій системі масою m, дорівнює добуткові сталої Авогадро N_A на кількість речовини ν:

$$N = \nu N_A. = \frac{mN_A}{M} \ ,$$

де M – молярна маса.

Виразивши в цій формулі масу як добуток густини на об'єм V, одержимо

$$N = \frac{\rho V N_A}{M} .$$

Зробимо обчислення з урахуванням того, що $M = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль:

$$N = \frac{10^3 \cdot 10^{-9}}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \, молекул = 3{,}34 \cdot 10^{19} \, молекул .$$

Маса m_0 однієї молекули

$$m_0 = \frac{M}{N_A}\,. \qquad (1)$$

Підставивши в (1) значення M и N_A, знайдемо масу молекули води:

$$m_0 = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{6{,}02 \cdot 10^{23}}\,кг = 2{,}99 \cdot 10^{-26}\,кг\,.$$

Якщо молекули води щільно прилягають одна до одної, то можна вважати, що кожна молекула має об'єм (кубічна комірка) $V_0 = d^3$, де d – діаметр молекули. Звідси

$$d = \sqrt[3]{V_0}\,. \qquad (2)$$

Об'єм V_0 знайдемо, розділивши молярний об'єм V_m на число молекул у молі, тобто на N_A:

$$V_0 = \frac{V_m}{N_A} = \frac{M}{\rho N_A}\,. \qquad (3)$$

Підставимо вираз (3) у (2):

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho N_A}}\,. \qquad (4)$$

Перевіримо, чи дає права частина виразу (4) одиницю довжини:

$$\left\{\frac{[M]}{[\rho][N_A]}\right\}^{1/3} = \left\{\frac{1кг\,/\,моль}{1кг\,/\,м^3 1моль^{-1}}\right\}^{1/3} = 1м\,.$$

Зробимо обчислення:

$$d = \sqrt[3]{\frac{18 \cdot 10^{-3}}{10^3 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}}\,м = 3{,}11 \cdot 10^{-10}\,м = 311\,пм\,.$$

Приклад 2.2. *Чому дорівнюють середні кінетичні енергії поступального й обертального руху всіх молекул, що містяться в m = 2 кг водню за температури T = 400 К?*

Розв'язання: Вважаємо водень ідеальним газом. Молекула водню – двохатомна, зв'язок між атомами вважаємо жорстким, тобто коливальних ступенів вільності не враховуємо, тоді число ступенів вільності молекули водню $i = 5$. У середньому на одну ступінь вільності припадає енергія $\langle \varepsilon_i \rangle = \frac{1}{2}kT$, де k – стала Больцмана, T – термодинамічна температура.

Поступальному рухові приписується три ($i_п = 3$), а обертальному рухові двохатомної молекули – два ($i_{об} = 2$) ступеня вільності. Середні енергії:

$$\langle \varepsilon_{пост} \rangle = \frac{3}{2} kT \, , \; \langle \varepsilon_{об} \rangle = \frac{2}{2} kT \, .$$

Число молекул в довільній масі газу, $N = \nu N_A = \dfrac{m}{M} N_A$, де ν – число молів, N_A – стала Авогадро.

Тоді середня кінетична енергія поступального руху всіх молекул водню буде дорівнювати:

$$\langle \varepsilon_{пост} \rangle = \frac{3}{2} kT \cdot N = \frac{3m}{2M} RT \, , \tag{1}$$

де $R = kN_A$ - молярна газова стала.

Аналогічно середня кінетична енергія обертального руху молекул водню

$$\langle \varepsilon_{об} \rangle = \frac{m}{M} RT \, . \tag{2}$$

Підставляючи числові значення у формули (1) і (2), маємо

$$\langle \varepsilon_{пост} \rangle = 4{,}99 \cdot 10^6 \; Дж \, ,$$

$$\langle \varepsilon_{об} \rangle = 3{,}32 \cdot 10^6 \; Дж \, .$$

Приклад 2.3. *Визначити середню довжину вільного пробігу і середнє число зіткнень за 1с молекули кисню, що міститься в посудині* об'ємом *V = 2 л за температури t = 27˚С і тиску p = 100 кПа.*

Розв'язання. Середня довжина вільного пробігу молекул обчислюється за формулою

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n} \, , \tag{1}$$

де d – ефективний діаметр молекули кисню (наведений в таблицях), d = 0,29 нм; n – число молекул в одиниці об'єму, яке можна визначити з рівняння $p = nkT$

$$\langle l \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 p} \, . \tag{2}$$

Середнє число зіткнень молекули за 1с дорівнює

$$\langle z \rangle = \frac{\langle \mathrm{v} \rangle}{\langle l \rangle} \, , \tag{3}$$

де $\langle \mathrm{v} \rangle$ - середня арифметична швидкість молекули

$$\langle \mathrm{v} \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \, . \tag{4}$$

Підставляючи числові значення, знаходимо

$$\langle l \rangle = 3{,}56 \cdot 10^{-8}\ м\ , <z> = 1{,}25 \cdot 10^{10}\ с^{-1}.$$

Приклад 2.4. *Визначити питомі теплоємності при сталому об'ємі c_V і при сталому тиску c_P неону і водню, приймаючи ці гази за ідеальні.*

Розв'язання. Питомі теплоємності ідеальних газів можна визначити за формулами

$$c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{M} \qquad і \qquad c_p = \frac{i+2}{2}\frac{R}{M}\ ,$$

де i – число ступенів вільності молекули газу, М – молярна маса. Для неону (одноатомний газ) $i_1 = 3$, $M_1 = 20 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Підставивши значення i_1, M_1, R і зробивши обчислення, знайдемо:

c_{V1} =624 Дж/(кг·К); c_{p1}= 1,04 кДж/(кг·К).

Для водню (двохатомний газ) $i_2 = 5$, $M_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Обчислення дає наступні значення

c_{V2} =10,4 кДж/(кг·К); c_{p2}= 14,6 кДж/(кг·К).

Приклад 2.5. *Кисень масою m = 160 г нагрівають при сталому тиску від T_1 = 320 К до T_2 = 340 К. Визначити кількість теплоти, яку поглинає газ, зміну внутрішньої енергії і роботу розширення газу.*

Розв'язання: Кількість теплоти, необхідна для нагрівання газу при сталому тиску,

$$Q = mc_p(T_2 - T_1) = \frac{m}{M} C_p(T_2 - T_1)\,. \qquad (1)$$

Тут c_p і $C_p = Mc_p$ – питома і молярна теплоємності газу при сталому тиску, M = $32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль – молярна маса кисню. Для всіх двохатомних газів $C_p = \frac{7}{2}R$; C_p = 29,09 Дж/(моль К).

Зміну внутрішньої енергії газу знаходимо за формулою

$$\Delta U = \frac{m}{M} C_V(T_2 - T_1), \qquad (2)$$

де C_V – молярна теплоємність газу при сталому об'ємі. Для всіх двохатомних газів $C_V = \frac{5}{2}R$, C_V = 20,78 Дж/(моль К).

Робота розширення газу при ізобарному процесі $A = p\Delta V$, де $\Delta V = V_2 - V_1$ – зміна об'єму газу, яку можна визначити з рівняння Клапейрона – Менделеєва.

Рівняння початкового і кінцевого станів

$$pV_1 = \frac{m}{M} RT_1, \qquad (3)$$

$$pV_2 = \frac{m}{M} RT_2 . \qquad (4)$$

Віднімаючи вираз (4) від (3), знаходимо

$$p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1),$$

отже,

$$A = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1). \qquad (5)$$

Підставляючи числові значення у формули (1), (2) і (5), одержуємо,

Q = 2,91 кДж; ΔU = 2,08 кДж; A = 831 Дж.

Приклад 2.6. *Об'єм аргону, що перебуває під тиском p = 80 кПа, збільшився від V_1 = 1 л до V_2 = 2 л. На скільки зміниться внутрішня енергія газу, якщо розширення відбувалось: а) ізобарно; б) адіабатно?*

Розв'язання*:* Зміна внутрішньої енергії

$$\Delta U = \frac{m}{M}\frac{i}{2} R\Delta T \qquad (1).$$

залежить від характеру процесу, при якому відбувається розширення газу. Визначити ΔU за формулою (1) не можна, тому що маса газу і температура в умові задачі не наведені. Тому необхідно провести перетворення формули (1). Запишемо рівняння Клапейрона - Менделєєва для початкового і кінцевого станів газу:

$$pV_1 = \frac{m}{M} RT_1 \text{ і } pV_2 = \frac{m}{M} RT_2$$

або, віднімаючи рівняння,

$$p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1). \qquad (2)$$

Підставивши (2) у (1), одержимо

$$\Delta U = \frac{i}{2} p(V_2 - V_1). \qquad (3)$$

При адіабатному розширенні газу теплообміну з зовнішнім середовищем не відбувається, тому $Q = 0$. Перший закон термодинаміки $Q = \Delta U + A$ запишеться у вигляді

$$0 = \Delta U + A,$$

звідки

$$\Delta U = -A. \qquad (4)$$

Робота газу в адіабатному процесі

$$A = \frac{m}{M}\frac{RT_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}\right], \qquad (5)$$

де γ – показник адіабати, що дорівнює відношенню теплоємностей:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}.$$

Для аргону – одноатомного газу – число ступенів вільності i = 3, тому γ = 1,67.

Знаходимо зміну внутрішньої енергії при адіабатному процесі, з урахуванням формул (4) і (5):

$$\Delta U = \frac{m}{M}\frac{RT_1}{\gamma - 1}\left[\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} - 1\right]. \qquad (6)$$

Формулу (6) варто перетворити з урахуванням параметрів, даних в умові задачі. Застосувавши рівняння Клапейрона - Менделєєва для даного випадку $p_1V_1 = (m/M)RT_1$, одержимо

$$\Delta U = \frac{p_1V_1}{\gamma - 1}\left[\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} - 1\right].$$

Підстановка числових значень дає

а) при ізобарному розширенні

$$\Delta U = {}^{3}\!/_{2} \cdot 0{,}8 \cdot 10^5\, Па \cdot 10^{-3}\, м^3 = 121\ Дж,$$

б) при адіабатному розширенні

$$\Delta U = \frac{0{,}8 \cdot 10^5\, Па \cdot 10^{-3}\, м^3}{(1{,}67 - 1)}\left[\left(\frac{10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}}\right)^{1{,}67-1} - 1\right] = -44{,}6\ Дж.$$

Приклад 2.7. *Визначити зміну ΔS ентропії при ізотермічному розширенні азоту масою m = 10 г, якщо тиск газу зменшився від* p_1 *= 1,1 МПа до* p_2 *= 50 кПа.*

Розв’язання. При ізотермічному процесі у виразі для зміни ентропії

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$$

температуру (стала величина) виносять за знак інтеграла.

$$\Delta S = \frac{1}{T}\int_1^2 dQ = \frac{Q}{T}. \qquad (1)$$

Відповідно до першого закону термодинаміки, кількість теплоти, що отримав газ, $Q = A + \Delta U$. Для ізотермічного процесу $\Delta U = 0$, тому $Q = A$.

Робота A газу в ізотермічному процесі

$$A = \frac{m}{M} RT\, ln \frac{p_1}{p_2}. \qquad (2)$$

Підставивши (2) у (1), знайдемо шукану зміну ентропії

$$\Delta S = \frac{m}{M} R\, ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Обчислюючи, одержимо ΔS = 2,06 Дж/К.

Приклад 2.8. *Визначити додатковий тиск усередині мильного пузиря діаметром d =10 см. Яку роботу потрібно виконати, щоб видути цей пузир?*

Розв'язання. Плівка мильного пузиря має дві сферичні поверхні: зовнішню і внутрішню. Обидві поверхні натискають на повітря, що перебуває усередині пузиря. Товщина плівки надзвичайно мала, тому діаметри обох поверхонь практично однакові. Додатковий до атмосферного тиск, зумовлений кривизною поверхні,

$$\Delta p = 2\frac{2\sigma}{r},$$

де r – радіус пузиря. Оскільки $r = \frac{d}{2}$, то $\Delta p = \frac{8\sigma}{d}$.

Робота, яку потрібно виконати, щоб, розтягуючи плівку, збільшити її поверхню на ΔS, виражається формулою

$$A = \sigma\Delta S = \sigma(S - S_0).$$

У даному випадку S – загальна площа двох сферичних поверхонь плівки мильного пузиря; S_o – загальна площа двох поверхонь плоскої плівки, що затягувала отвір трубки до видування пузиря.

Нехтуючи S_o, одержуємо

$$A = \sigma S = 2\pi d^2 \sigma.$$

Зробимо обчислення:

$$\Delta p = 3{,}2 \text{ Па}.$$

$$A = 2\cdot 3{,}14\cdot(0{,}1)^2\cdot 40\cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 2{,}5\cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 2{,}5 \text{ мДж}.$$

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

2.1. У посудині місткістю 20 л за нормальних умов перебуває азот. Визначити: 1) кількість речовини ν; 2) масу азоту; 3) концентрацію n його молекул у посудині. (Відп.: ν = 0,88 моль; m = 24,6 г; $n = 2{,}65\cdot 10^{23}$ м$^{-3}$).

2.2. Визначити середню кінетичну енергію $<\varepsilon_п>$ поступального руху, середнє значення $<\varepsilon>$ повної кінетичної енергії молекули водяної пари при температурі T = 300 К. (Відп.: $6{,}21\cdot 10^{-21}$ Дж ; $1{,}24\cdot 10^{-20}$ Дж).

2.3. Водень масою m = 100 г нагріли на ΔT = 100 К, причому газу була передана кількість теплоти Q = 400 кДж. Визначити зміну ΔU внутрішньої енергії водню і виконану ним роботу A. (Відп.: 103,9 кДж; 296,1 кДж)

2.4. Визначити роботу A адіабатного розширення водяної пари масою m = 4 г, якщо температура газу знизилася на ΔT = 10 К. (Відп.: 55,4 Дж).

2.5. У циклі Карно ідеальний газ дістав від нагрівача кількість теплоти Q_1 = 4,2 кДж і виконав роботу A = 590 Дж. Визначити ККД цього циклу. У скільки разів температура T_1 нагрівача більша за температуру T_2 холодильника? (Відп.: 14 %; у 1,16 раз).

2.6. Яку роботу A потрібно виконати, щоб, видуваючи мильну бульбашку, збільшити її діаметр від d_1 = 1 см до d_2 = 10 см? Вважати процес ізотермічним. (Відп.: 2,4 мДж).

Індивідуальне завдання №2

ВАРІАНТ 1

1. У закритій посудині об'ємом 20 л містяться водень масою 6 г і гелій масою 12 г. Визначити: 1) тиск; 2) молярну масу газової суміші в посудині, якщо температура суміші T = 300 К.

2. Визначити середню квадратичну $\langle v_{кв} \rangle$, середню арифметичну $\langle v \rangle$ і найбільш ймовірну $v_{ім}$ швидкості молекул водню. Обчислення виконати для трьох значень температури: 1) T = 20 К; 2) T = 300 К; 3) T = 5 кК.

3. У сферичній колбі об'ємом V = 1 л міститься азот. При якій густині ρ азоту середня довжина вільного пробігу молекул азоту більша за розміри посудини?

4. Азот масою m = 10,5 г ізотермічно розширюється при температурі t = –23 °С, причому його тиск змінюється від p_1 = 250 кПа до p_2 = 100 кПа. Визначити роботу A, виконану газом при розширенні.

5. Кисень нагрівається при незмінному тиску p = 80 кПа. Його об'єм збільшується від V_1 = 1 м^3 до V_2 = 3 м^3. Визначити: 1) зміну ΔU внутрішньої енергії кисню; 2) роботу A**,** яку газ виконав при розширенні; 3) кількість теплоти Q, що він отримав.

6. Внаслідок ізотермічного розширення в циклі Карно газ одержав від нагрівача 150 кДж теплоти. Визначити роботу A ізотермічного стиснення цього газу, якщо відомо, що ККД циклу η = 0,4.

7. Маса 100 крапель спирту, що витікає з капіляра, m = 0,71 г. Визначити поверхневий натяг σ спирту, якщо діаметр d шийки краплі в момент відриву дорівнює 1 мм.

ВАРІАНТ 2

1. У балоні ємністю 15 л міститься азот під тиском 100 кПа при температурі t_1 = 27 °С. Після того, як з балона випустили азот масою 14 г, температура газу стала дорівнювати t_2 = 17 °С. Визначити тиск азоту, що залишився в балоні.

2. Обчислити середню кінетичну енергію $\langle E \rangle$ обертального руху всіх молекул, що містяться у двох молях кисню при температурі 17 °С.

3. Обчислити середнє число зіткнень $<z>$ за одиницю часу молекул деякого газу, якщо середня довжина вільного пробігу $<l>$ = 5 мкм, а середня квадратична швидкість його молекул $v_{кв}$ = 500 м/с.

4. При ізотермічному розширенні маси m = 10 г азоту, що перебуває при температурі t = 17 °С, була виконана робота A = 860 Дж. У скільки разів змінився тиск азоту внаслідок розширення?

5. Два різних гази, одноатомний і двохатомний, мають однакові об'єми і температури. Гази стискають адіабатно так, що їхні об'єми зменшуються в два рази. Який з газів нагріється більше і у скільки разів?

6. Обчислити збільшення ентропії ΔS водню, маса якого m = 0,8 кг під час його стискування від 0,1 МПа при температурі 27 °С до 1,5 МПа при температурі 127 °С.

7. Діаметр трубки d_1 = 0,2 см. На нижньому кінці трубки зависла крапля води, що має в момент відриву вигляд сфери. Обчислити діаметр d_2 цієї краплі.

ВАРІАНТ 3

1. Азот масою 7 г перебуває під тиском p = 0,1 МПа при температурі t_1 = 290 °С. Внаслідок ізобарного нагрівання азот зайняв об'єм V_2 = 10 л. Визначити: 1) об'єм V_1 газу до розширення; 2) температуру T_2 газу після розширення; 3) густину газу до і після розширення.

2. Колба ємністю V = 4 л містить деякий газ масою m = 0,6 г під тиском p = 200 кПа. Визначити середню квадратичну швидкість $v_{кв}$ молекул газу.

3. Обчислити середню довжину вільного пробігу $<l>$ молекул водню при тиску p = 0,1 Па і температурі T = 100 К.

4. Кисень, маса якого 80 г, ізобарно нагрівають від 15 °С до 115 °С. Визначити роботу A, виконану газом, зміну внутрішньої енергії ΔU і кількість підведеної теплоти Q.

5. Внаслідок адіабатного розширення об'єм газу збільшується в два рази, а термодинамічна температура знижується в 1,32 рази. Скільки ступенів вільності i мають молекули цього газу?

6. Кисень, маса якого m = 2 кг, збільшив свій об'єм у n = 5 разів, перший раз ізотермічно, другий раз – адіабатно. Визначити зміну ентропії ΔS у кожному із процесів.

7. Яку роботу A потрібно виконати, щоб при видуванні мильного пухирця збільшити його діаметр від d_1 = 1 см до d_2 = 5 см? Вважати процес ізотермічним.

ВАРІАНТ 4

1. У посудині місткістю V = 1 л міститься кисень масою m = 1 г. Визначити концентрацію молекул кисню в посудині.

2. Обчислити середню кінетичну енергію $<\varepsilon_{об}>$ обертального руху однієї молекули кисню за температури T = 350 К и середню кінетичну енергію $<E>$ обертального руху всіх молекул кисню, маса якого m = 4 г.

3. При якому тиску p середня довжина вільного пробігу $<l>$ молекул азоту становить 1 м, якщо температура газу T = 300 К?

4. У посудині об’ємом V = 5 л міститься газ при тиску p = 200 кПа і температурі t = 17 °С. Під час ізобарного розширення газом була виконана робота A = 196 Дж. На скільки градусів нагрівся газ?

5. При адіабатному стискуванні повітря в циліндрах двигуна внутрішнього згоряння тиск змінюється від p_1 = 0,1 МПа до p_2 = 3,5 МПа. Початкова температура повітря t_1 = 40 °С. Визначити температуру T_2 повітря наприкінці стискування.

6. Кисень масою m = 200 г займає об’єм V_1 = 100 л і перебуває під тиском p_1 = 200 кПа. Під час нагрівання газ розширився при сталому тиску до об’єму V_2 = 300 л, а потім його тиск зріс до p_2 = 500 кПа при незмінному об’ємі. Визначити зміну внутрішньої енергії ΔU газу, роботу A, виконану газом і кількість теплоти Q, яку газ отримав. Побудувати графік процесу.

7. Дві краплі ртуті радіусом r = 1 мм кожна злилися в одну велику краплю. Яка енергія E виділиться при цьому злитті? Вважати процес ізотермічним.

ВАРІАНТ 5

1. У посудині місткістю V = 0,3 л при температурі T = 290 К міститься неон. На скільки понизиться тиск p газу в посудині, якщо з нього через вентиль вийде $N = 10^{19}$ молекул?

2. Визначити найбільш ймовірну швидкість $v_{ім}$ молекул газу, густина якого при тиску 40 кПа становить 0,35 кг/м^3.

3. Балон об’ємом V = 10 л містить водень масою m = 1 г. Визначити середню довжину вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекул.

4. При ізобарному розширенні двохатомного газу була виконана робота A = 156,8 Дж. Яка кількість теплоти Q була надана газу?

5. Об’єм кисню, початкова температура якого t_1 = 17 °С, при адіабатному розширенні збільшується у п’ять разів, а внутрішня енергія зменшується на 25 кДж. Визначити кінцеву температуру та масу кисню.

6. Холодильна машина, що працює по зворотному циклу Карно, передає тепло від холодильника з водою за температури t_2 = 0 °С кип'ятильнику з водою за температури t_1 = 100 °С. Яку масу m_2 води потрібно заморозити в холодильнику, щоб перетворити в пару масу m_1 = 1 кг води в кип'ятильнику?

7. Повітряний пухирець діаметром d =20 мкм перебуває у воді біля самої її поверхні. Визначити густину повітря в пухирці. Атмосферний тиск прийняти нормальним.

ВАРІАНТ 6

1. У посудині місткістю 5 л за нормальних умов перебуває азот. Визначити: 1) кількість речовини ν; 2) масу азоту; 3) концентрацію n його молекул у посудині.

2. Тиск газу p = 1 мПа, концентрація його молекул $n = 10^{10}$ см$^{-3}$. Визначити: 1) температуру T газу; 2) середню кінетичну енергію $\langle \varepsilon_{пост} \rangle$ поступального руху молекули газу.

3. Визначити густину ρ розрідженого водню, якщо середня довжина вільного пробігу <l> молекул дорівнює 1 см.

4. Двохатомному газові надали кількість теплоти Q = 2,093 кДж. Газ розширюється при сталому тиску. Визначити роботу A розширення газу.

5. Двохатомний газ, що перебуває за тиску p_1 = 2 МПа і температурі t_1 = 27 °С, стискується адіабатно від об'єму V_1 до V_2 = 0,5 V_1. Визначити температуру t_2 і тиск p_2 гази після стиску.

6. У деякому процесі ентропія термодинамічної системи змінилася на ΔS = 1,38 мДж/К. Як при цьому змінилася термодинамічна імовірність стану системи w ?

7. На скільки тиск p повітря усередині мильного пухирця більший за атмосферний тиск p_0, якщо діаметр пухирця d = 5 мм?

ВАРІАНТ 7

1. У балоні міститься газ за температури t_1 =100 °С. До якої температури t_2 потрібно нагріти газ, щоб його тиск збільшився в два рази?

2. Визначити середню кінетичну енергію $\langle\varepsilon_{пост}\rangle$ поступального руху та середнє значення $\langle\varepsilon\rangle$ повної кінетичної енергії однієї молекули водяної пари при температурі T = 600 К. Визначити також середню енергію $\langle E\rangle$ поступального руху всіх молекул пари, що містяться в ν = 1 кмоль речовини.

3. Обчислити середнє число $\langle z\rangle$ зіткнень, що зазнає молекула кисню за l с за нормальних умов.

4. Різниця питомих теплоємностей для деякого газу $c_p - c_V$ = 189 Дж/(кг К). Визначити, який це газ.

5. Азот у кількості ν = l кмоль, що перебуває за нормальних умов, розширюється адіабатно від об'єму V_1 до V_2 = 5 V_1. Визначити зміну ΔU внутрішньої енергії газу і роботу A, яку виконує газ при розширенні.

6. Здійснюючи замкнутий процес, газ одержав від нагрівача кількість теплоти Q_1 = 4 кДж. Визначити роботу A газу за цикл, якщо його термічний ККД η = 0,1.

7. Гліцерин піднявся в капілярній трубці на висоту h = 20 мм. Визначити поверхневий натяг σ гліцерину, якщо діаметр d каналу трубки дорівнює 1 мм.

ВАРІАНТ 8

1. Під час нагрівання ідеального газу на ΔT = 1 К при сталому тиску об'єм його збільшився на 1/350 первісного об'єму. Визначити початкову температуру T газу.

2. Визначити середні значення $\langle\varepsilon\rangle$ повної кінетичної енергії однієї молекули гелію, кисню і водяної пари при температурі T = 400 К.

3. Сучасні літаки можуть перебувати в атмосфері на висоті h = 30 км. Який тиск атмосфери на цій висоті покаже барометр? Вважати, що температура повітря не змінюється з висотою і дорівнює 7 °С, а склад повітря є незмінним. Тиск на рівні моря нормальний.

4. У закритій посудині перебуває маса $m_1 = 20$ г азоту і маса $m_2 = 32$ г кисню. Визначити зміну ΔU внутрішньої енергії суміші газів при охолодженні її на $\Delta T = 28$ К.

5. Газ розширюється адіабатно так, що його тиск падає від $p_1 = 200$ кПа до $p_2 = 100$ кПа. Потім він нагрівається при сталому об'ємі до первісної температури, причому його тиск стає $p = 122$ кПа. Визначити відношення C_p/C_v для цього газу. Накреслити графік процесу.

6. Ідеальний газ, що виконує цикл Карно, 2/3 кількості теплоти Q_1, що він отримав від нагрівача, віддає холодильникові. Температура холодильника $T_2 = 280$ К. Визначити температуру T_1 нагрівача.

7. Різниця Δh рівнів рідини в колінах U-подібної трубки дорівнює 23 мм. Діаметри d_1 і d_2 каналів у колінах трубки дорівнюють відповідно 2 і 0,4 мм. Густина рідини $\rho = 0{,}8$ г/см^3. Визначити поверхневий натяг рідини.

ВАРІАНТ 9

1. У циліндрі під поршнем міститься газ за нормальних умов. Спочатку при $T = \text{const}$ об'єм газу збільшили в $\beta = 5$ разів, потім газ нагріли при $p = \text{const}$ до температури $t = 127$ °С. Визначити концентрацію n молекул у кінцевому стані.

2. Деяка маса кисню перебуває при температурі $t = 27$ °С и тиску $p = 100$ кПа. Кінетична енергія поступального руху всіх молекул кисню $\langle E \rangle = 6{,}3$ Дж. Визначити кількість молекул N кисню, його масу m і об'єм V.

3. Визначити середню тривалість $\langle \tau \rangle$ вільного пробігу молекул кисню при температурі $T = 250$ К і тиску $p = 100$ Па.

4. Водень масою $m = 6{,}5$ г, що перебуває при температурі $t = 27$ °С, розширюється вдвічі при $p = \text{const}$ за рахунок одержаної ззовні теплоти. Визначити роботу A розширення газу, збільшення ΔU внутрішньої енергії газу і кількість теплоти Q, яку газ отримав.

5. Двохатомний газ займає об'єм $V_1 = 0{,}5$ л при тиску $p_1 = 50$ кПа. Газ стискується адіабатно до деякого об'єму V_2 і тиску p_2. Потім він охолоджується при $V_2 = \text{const}$ до первісної температури, причому його тиск стає $p_0 = 100$ кПа. Накреслити графік цього процесу. Визначити об'єм V_2 і тиск p_2.

6. Ідеальний газ виконує цикл Карно. Температура T_2 холодильника дорівнює 290 К. У скільки разів збільшиться ККД циклу, якщо температура нагрівача підвищиться від $T_1' = 400$ К до $T_1'' = 600$ К?

7. У воду занурена на дуже малу глибину скляна трубка з діаметром d внутрішнього каналу, що дорівнює 1 мм. Обчислити масу m води, що увійшла в трубку.

ВАРІАНТ 10

1. До якої температури T потрібно нагріти ідеальний газ при $p = \text{const}$, щоб його густина зменшилася в два рази в порівнянні з густиною цього газу при $t_0 = 0$ °С ?

2. У посудині об'ємом V= 3 дм^3 міститься азот при температурі t = 17 °С і тиску p = 1 кПа. Визначити кількість молекул N азоту в посудині, масу m азоту і середню кінетичну енергію <E> поступального руху всіх молекул газу.

3. Якою повинна бути температура T повітря Землі, щоб середня квадратична швидкість молекули водню дорівнювала б другій космічній швидкості v_{II} = 11,2 км/с?4

4. Гелій, що перебуває за нормальних умов, ізотермічно розширюється від об'єму V_1 = 1 л до об'єму V_2 = 2 л. Визначити роботу A, виконану газом при розширенні, і кількість теплоти Q, що отримав газ.

5. Визначити питомі теплоємності c_p і c_v деякого газу, якщо відомо, що його густина за нормальних умов ρ = 1,43 кг/м^3, а відношення молярних теплоємностей дорівнює 1,4. Який це газ?

6. Ідеальний газ виконує цикл Карно. Температура T_1 нагрівача в три рази вища за температуру T_2 холодильника. Від нагрівача отримана кількість теплоти Q_1 = 42 кДж. Яку роботу A виконав газ?

7. На яку висоту h піднімається вода між двома паралельними скляними пластинками, якщо відстань d між ними дорівнює 0,2 мм?

3. ЕЛЕКТРИКА І МАГНЕТИЗМ

ОСНОВНІ ЗАКОНИ І ФОРМУЛИ

3.1. Електростатика

- Закон Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{\varepsilon r^2},$$

де F - сила взаємодії двох точкових зарядів Q_1 і Q_2; r – відстань між зарядами; ε – діелектрична проникність середовища; ε_0 = 8,85·10 $^{-12}$ Ф/м – електрична стала.

- Напруженість і потенціал електростатичного поля

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{Q_0};\varphi = \frac{\Pi}{Q_0},$$

де **F** – сила, що діє на точковий позитивний заряд Q_0,, поміщений у дану точку поля, П – потенціальна енергія заряду Q_0 в даній точці поля.

- Напруженість за модулем і потенціал електростатичного поля точкового заряду Q у вакуумі на відстані r від заряду

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}; \qquad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}.$$

- Принцип суперпозиції (накладання) електростатичних полів

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^{n}\mathbf{E}_i; \quad \varphi = \sum_{i=1}^{n}\varphi_i.$$

- Напруженість (за модулем) електростатичного поля у вакуумі:

а) рівномірно зарядженої нескінченної нитки (або циліндра радіуса R) на відстані r від її осі (для $r \geq R$ – зовні циліндра),

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\tau}{r},$$

де $\tau = \Delta Q/\Delta l$ – лінійна густина заряду.

б) рівномірно зарядженої нескінченної площини,

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0},$$

де $\sigma = \Delta Q/\Delta S$ – поверхнева густина заряду.

в) між двома нескінченними паралельними різнойменно зарядженими площинами

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

г) сфери радіуса *R*, заряд *Q* якої рівномірно розподілений по її поверхні, на відстані *r* від центра сфери:

– усередині сфери *(r < R)*

$$E = 0;$$

– на поверхні та поза сферою ($r \geq R$)

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}.$$

- Зв'язок між напруженістю і потенціалом електростатичного поля у загальному випадку та у випадку поля, що має сферичну або циліндричну симетрію

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad}\varphi. \qquad E_r = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

Для однорідного поля (поля плоского конденсатора)

$$E = \frac{U}{d},$$

де *U* – різниця потенціалів між пластинами конденсатора, *d*– відстань між ними.

- Робота сил електростатичного поля під час переміщення заряду *Q* з точки *1* у точку *2*

$$A = Q\,(\varphi_1 - \varphi_2) \quad \text{або} \quad A_{12} = Q\int_1^2 E_l dl,$$

де E_l – проекція вектора **E** на напрям елементарного переміщення.

- Потік вектора напруженості через площадку *dS* і довільну поверхню *S*

$$d\Phi_E = E_n dS; \quad \Phi_E = \int_S E_n dS.$$

- Теорема Гаусса для електростатичного поля у вакуумі

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} Q_i,$$

де $\sum_{i=1}^{n} Q_i$ – алгебраїчна сума зарядів, що містяться всередині замкненої поверхні.

- поляризованість

$$\mathbf{P} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{N}\mathbf{p}_i,$$

де $\mathbf{p}_i$ – електричний момент окремої (*i* -й) молекули; *N* – кількість молекул, що містяться в об'ємі ΔV.

- Зв'язок між поляризованістю діелектрика і напруженістю **E** електростатичного поля

$$\mathbf{P} = \chi\varepsilon_0\mathbf{E},$$

де χ – діелектрична сприйнятливість речовини.

- Зв'язок діелектричної проникності ε з діелектричною сприйнятливістю

$$\varepsilon = 1 + \chi.$$

- Напруженість E поля в однорідному та ізотропному діелектрику, за умови, що діелектрик заповнює простір між еквіпотенціальними поверхнями поля вільних зарядів

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon},$$

де E_0 – напруженість електричного поля в вакуумі.

- Електричне зміщення **D**:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0\varepsilon\mathbf{E} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}.$$

- Електрична ємність відокремленого провідника

$$C = \frac{Q}{\varphi},$$

де Q – заряд, наданий провідникові; φ– потенціал провідника.

- Електрична ємність відокремленої провідної сфери радіусом R, що міститься в нескінченному середовищі з діелектричною проникністю ε,

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R.$$

- Ємність плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d},$$

де S – площа кожної пластини; d – відстань між пластинами.

- Ємність системи конденсаторів при послідовному і паралельному з’єднанні:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}, \qquad C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n,$$

де n – кількість конденсаторів.

- Потенціальна енергія електричного заряду Q' в даній точці поля, віддаленій на відстань r від заряду Q, що створює поле

$$W = \frac{QQ'}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}.$$

- Енергія зарядженого провідника і зарядженого конденсатора:

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q\varphi}{2}, \qquad W = \frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{QU}{2}.$$

- Сила притягання пластин зарядженого плоского конденсатора

$$F = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0\varepsilon S} = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2 S}{2}.$$

- Об'ємна густина енергії (енергія, що міститься в одиниці об'єму) електростатичного поля

$$w = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon_0\varepsilon}..$$

3.2. Постійний електричний струм

- Сила електричного струму

$$I = \frac{dQ}{dt},$$

де dQ – заряд, який проходить через поперечний переріз провідника за час dt. У випадку постійного струму

$$I = \frac{Q}{t}.$$

- Густина електричного струму

$$j = \frac{I}{S},$$

де S – площа поперечного перерізу провідника.

- Густина струму **j** у провіднику

$$\mathbf{j} = en\langle\mathbf{v}\rangle,$$

де $\langle\mathbf{v}\rangle$ – середня швидкість упорядкованого руху носіїв заряду, n – кількість носіїв заряду в одиниці об'єму, e – елементарний заряд.

- Опір однорідного провідника сталого перерізу

$$R = \rho\frac{l}{S},$$

де ρ – питомий електричний опір; S – площа поперечного перерізу провідника, l – його довжина.

- Провідність G провідника і питома електрична провідність σ речовини провідника

$$G = 1/R, \quad \sigma = 1/\rho..$$

- Залежність питомого опору ρ від температури

$$\rho = \rho_o(1+\alpha t),$$

де α – температурний коефіцієнт опору.

- Опір провідників при послідовному і паралельному сполученні:

$$R = \sum_{i=1}^{n} R_i; \qquad \frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{R_i},$$

де R_i – опір i-го провідника; n – кількість провідників.

- Закон Ома для однорідної ділянки кола $I = \dfrac{U}{R}$;

для неоднорідної ділянки кола $I = \dfrac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon_{12}}{R}$;

для замкнутого кола $(\varphi_1 = \varphi_2)$ $I = \dfrac{\varepsilon}{R}$.

Тут $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – різниця потенціалів на кінцях ділянки кола; ε_{12}– ЕРС джерел струму, що входять у ділянку; U – напруга на ділянці кола; R – опір кола (ділянки кола); ε – алгебраїчна сума ЕРС усіх джерел струму кола.

- Закон Ома в диференціальній формі

$$\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}.$$

- Закон Джоуля-Ленца

$$Q = I^2Rt = IUt = \frac{1}{R}U^2t\ ,$$

де Q - кількість теплоти, що виділяється в ділянці кола за час t.

- Потужність струму

$$P = I^2R = IU = \frac{U^2}{R}.$$

- Закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі

$$w = \sigma E^2,$$

де w – кількість теплоти, що виділяється в одиниці об’єму за одиницю часу (питома теплова потужність струму).

- Правила Кірхгофа.

Перше правило: алгебраїчна сума сил струмів, що сходяться у вузлі, дорівнює нулеві, тобто

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0\,,$$

де n – кількість струмів.

Друге правило: у замкненому контурі алгебраїчна сума добутків сил струмів на опори відповідних ділянок контуру дорівнює алгебраїчній сумі електрорушійних сил, що діють у цьому контурі,

$$\sum_{i=1}^{n} I_iR_i = \sum_{j=1}^{k} \varepsilon_j\ ,$$

3.3. Магнітне поле

- Зв’язок магнітної індукції **B** з напруженістю **H** магнітного поля

$$\mathbf{B} = \mu_0\mu\mathbf{H},$$

де $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала, μ – магнітна проникність середовища.

- Закон Біо–Савара–Лапласа

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{I[d\mathbf{l r}]}{r^3},$$

де $d\mathbf{B}$ – магнітна індукція поля, яке утворюється елементом довжини d**l** провідника зі струмом I; **r** – радіус-вектор, проведений від d**l** до точки, в якій визначається магнітна індукція.

- Модуль вектора $d\mathbf{B}$

$$dB = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2},$$

де α – кут між векторами d**l** і **r**.

- Принцип суперпозиції (накладання) магнітних полів: магнітна індукція результуючого поля дорівнює векторній сумі магнітних індукцій полів, що додаються, тобто:

$$\mathbf{B} = \sum_{i=1}^{n}\mathbf{B}_i .$$

В окремому випадку накладання двох полів $\mathbf{B} = \mathbf{B_1} + \mathbf{B_2}$, а модуль магнітної індукції

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha},$$

де α – кут між векторами $\mathbf{B}_1$ і $\mathbf{B}_2$.

- Магнітна індукція (за модулем) поля, яке утворюється нескінченно довгим прямим провідником зі струмом,

$$B = \frac{\mu_0\mu}{2\pi}\frac{I}{R},$$

де R – відстань від осі провідника. Лінії індукції являють собою систему концентричних кіл з центрами на осі провідника, розміщених у площині, перпендикулярній до осі провідника. Їх напрям визначають за правилом гвинта.

- Магнітна індукція поля, яке утворюється прямолінійним відрізком провідника

$$B = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{I}{r_0}\left(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2\right).$$

Позначення вказані на рис. 3.1, *а*. Вектор індукції **B** перпендикулярний до площини рисунка, спрямований за правилом гвинта до нас і тому зображений точкою.

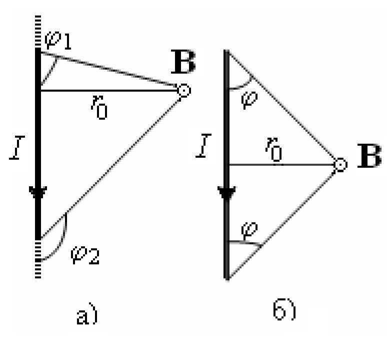


Рис. 3.1.

Якщо кінці провідника є симетричними відносно точки, в якій визначається магнітна індукція (рис. 3.1, *б*), то попередня формула набуває вигляду

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{I}{r_0} cos\varphi .$$

- Магнітна індукція в центрі колового провідника зі струмом

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2R} ,$$

де R – радіус кривизни провідника.

- Закон Ампера. Сила, що діє на елемент довжини $d\mathbf{l}$ провідника зі струмом I , поміщений у магнітне поле з індукцією **B**,

$$d\mathbf{F} = I\left[d\mathbf{l},\mathbf{B}\right],$$

- Модуль сили Ампера

$$dF = I\ dl\ B \sin \alpha,$$

де α кут між векторами d**l** і **B**.

- Сила взаємодії двох прямих нескінченних паралельних провідників зі струмами I_1 і I_2, що містяться на відстані d один від одного, яка діє на відрізок провідника довжиною l,

$$F = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} l .$$

- Магнітний момент контуру зі струмом I

$$\mathbf{p}_m = IS\mathbf{n} ,$$

де **n** – одиничний вектор нормалі до поверхні контуру площею S.

- Механічний обертальний момент, що діє на контур зі струмом, поміщений в однорідне магнітне поле,

$$\mathbf{M} = \left[\mathbf{p}_m \mathbf{B}\right].$$

- Сила **F**, що діє на заряд Q, який рухається зі швидкістю **v** в магнітному полі з індукцією **B** (сила Лоренца),

$$\mathbf{F} = Q\left[\mathbf{v}\mathbf{B}\right] \text{ або за модулем } \quad F = Q\mathrm{v}B\,sin\alpha ,$$

де α - кут, утворений вектором швидкості **v** частинки, що рухається, і вектором магнітної індукції **B**.

- Закон повного струму для магнітного поля у вакуумі (теорема про циркуляції вектора **B**):

$$\oint_L B_l dl = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i ,$$

де $B_l = B\cos\alpha$ – проекція вектора **B** на напрям дотичної до контуру L довільної форми (з урахуванням обраного напряму обходу), $\sum_{i=1}^{n} I_i$ – алгебраїчна сума струмів, що охоплюються контуром L; n – кількість струмів.

- Магнітна індукція поля всередині соленоїда в середній його частині (або тороїда на його осі),

$$B = \mu_0\mu n,$$

де $n = \frac{N}{l}$ – кількість витків, що приходяться на одиницю довжини соленоїда; I – сила струму в обмотці соленоїда.

- Магнітний потік Φ через плоский контур площею S:

а) у випадку однорідного поля

$$\Phi = B_n S = BS\cos\alpha,$$

де α - кут між вектором нормалі **n** до площини контуру і вектором магнітної індукції **B**; B_n - проекція вектора **B** на нормаль **n**;

б) у випадку неоднорідного поля

$$\Phi = \int_S B_n dS,$$

де інтегрування ведеться по всій поверхні S.

- Потокозчеплення, або повний магнітний потік, зчеплений із усіма N витками соленоїда або тороїда,

$$\Psi = N\Phi_1 = \mu_0\mu \frac{N^2 I}{l} S,$$

де Φ_1 – магнітний потік через один виток.

- Робота зовнішніх сил по переміщенню провідника зі струмом у магнітному полі

$$dA = I\,d\Phi,$$

де $d\Phi$ – магнітний потік, який перетинає провідник, що рухається.

- Робота переміщення замкнутого контуру зі струмом у магнітному полі

$$A = I\,(\Phi_{\text{кінцев.}} - \Phi_{\text{початков.}})$$

3.4. Електромагнітна індукція

- Основний закон електромагнітної індукції (закон Фарадея-Максвелла):

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt},$$

де ε_i - електрорушійна сила індукції; N – кількість витків контуру; Ψ – потокозчеплення.

- Окремі випадки застосування основного закону електромагнітної індукції:

а) різниця потенціалів U на кінцях провідника довжиною l, що рухається зі швидкістю v в однорідному магнітному полі,

$$U = Blv \sin\alpha,$$

де α - кут між напрямами векторів швидкості **v** і магнітної індукції **B**;

б) електрорушійна сила індукції, що виникає в провідній рамці площею S, що містить N витків, під час обертання рамки з кутовою швидкістю ω в однорідному магнітному полі з індукцією **B**

$$\varepsilon_i = BNS\omega \sin \omega t,$$

де ωt - миттєве значення кута між вектором **B** і вектором нормалі **n** до площини рамки.

- Заряд Q, що проходить у контурі під час зміни потокозчеплення,

$$Q = \frac{\Delta\Psi}{R},$$

де R – опір контуру; $\Delta\Psi$ – зміна потокозчеплення.

- Електрорушійна сила самоіндукції ε_{si}, що виникає в замкнутому контурі при зміні сили струму в ньому,

$$\varepsilon_{si} = -L\frac{dI}{dt},$$

де L - індуктивність контуру.

- Потокозчеплення контуру

$$\Psi = LI,$$

де L - індуктивність контуру.

- Індуктивність соленоїда (тороїда)

$$L = \mu_0\mu n^2 V,$$

де $n = \dfrac{N}{l}$ – кількість витків на одиницю довжини соленоїда, V – об’єм соленоїда.

- Енергія магнітного поля струму

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

- Об'ємна густина енергії однорідного магнітного поля (наприклад, поля довгого соленоїда)

$$w = \frac{\mu_0\mu H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{BH}{2}.$$

Контрольні запитання

1. Чи буде закон Кулона мати однаковий вигляд для визначення сили взаємодії як точкових зарядів, так і не точкових (протяжних) заряджених тіл?

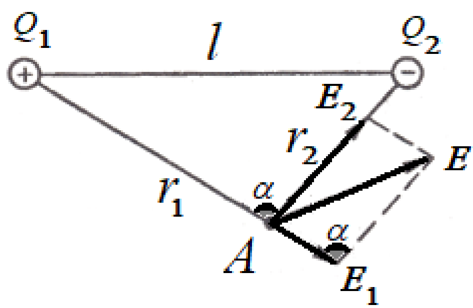
2. Чи співпадають лінії напруженості електричного поля з траєкторією руху позитивного заряду?
3. Яким є потік вектора напруженості електричного поля через замкнену поверхню, що охоплює заряди – додатним чи від'ємним? Чи може поверхня охоплювати заряди, а потік дорівнювати нулю?
4. Чому дорівнює максимальна потенціальна енергія системи точкових зарядів, що притягуються?
5. Як розподіляються заряди на поверхні відокремленого зарядженого сферичного провідника? Провідника довільної форми? Яким є потенціал точок поверхні в цих двох випадках?
6. Чи будуть однаковими потенціали точок поверхні провідника, який поміщено у зовнішнє електричне поле? Потенціали точок всередині провідника?
7. Людина, яка знаходиться в електростатичному полі Землі (E = 130 В/м), ніби-то повинна відчувати різницю потенціалів між ногами і головою приблизно 200 В. Чому людина цього не відчуває?
8. Є два провідники, заряди яких однакові. Але ємність першого більша, ніж ємність другого. Чи будуть переміщуватися електричні заряди під час контакту провідників?
9. Чому ємність конденсатора, який складається з двох провідників (A і B) є більшою, ніж ємність одного з цих відокремлених провідників (A або B)?
10. У поле зарядженого конденсатора потрапляє заряджена частинка. Її кінетична енергія в полі змінюється. За рахунок якої енергії виконується робота?
11. Під час підключення зарядженого конденсатора до незарядженого енергія системи убуває. Вона витрачається на нагрівання провідників, випромінювання електромагнітних хвиль та ін. Від чого залежать втрати енергії?
12. Якщо між обкладками зарядженого конденсатора помістити діелектрик, то як і чому зміняться ємність, напруженість поля, напруга?
13. Діелектрична проникність води у статичному електричному полі ε = 81,1. Як вона буде змінюватись у змінних полях?
14. Чи можуть існувати струми від точок з низьким потенціалом до точок з високим потенціалом?
15. По двом паралельним прямим провідникам в одному напрямі проходять однакові струми. Чому дорівнює індукція магнітного поля в точці, розміщеній точно посередині відстані між провідниками? Яким буде поле, якщо струми мають протилежний напрям?
16. По двом паралельним прямим провідникам в одному напрямі проходять струми. Відомо, що такі провідники притягуються. Чи будуть притягуватись два паралельних пучки електронів?
17. По двом паралельним прямим провідникам проходять постійні струми. За рахунок чого виконується робота, якщо провідники переміщуються відносно один одного під час взаємодії?
18. Відомо, що існують два види електричних зарядів – позитивні і негативні, які можна розділити просторово. Чи можна розділити магніт на два різнойменних полюси – північний і південний?

19. Чим пояснюється межа намагнічення – магнітне насичення – феромагнетиків?
20. Чим пояснюються сильномагнітні властивості феромагнетиків?
21. Чим пояснюється виникнення внутрішнього додаткового магнітного поля під час поміщення речовини у зовнішнє магнітне поле?
22. Який фізичний зміст мають вирази $\oint E_l dl$ та $\oint B_l dl$?
23. Чим відрізняються циркуляції вектора напруженості електростатичного поля та вектора магнітної індукції? У чому полягає фізичний зміст такої відміни?
24. Чим відрізняються потоки вектора напруженості електростатичного поля та вектора магнітної індукції? У чому полягає фізичний зміст такої відміни?
25.Чи може циркуляція вектора напруженості електричного поля бути відмінною від нуля?

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

Приклад. *Відстань l між двома точковими зарядами Q_1 = 2 нКл і Q_2 = –3 нКл, розміщеними у вакуумі, дорівнює 20 см. Визначити: 1) напруженість E; 2) потенціал φ поля, створеного цими зарядами в точці, що відстоїть від першого заряду на відстань r_1 = 15 см і від другого заряду на r_2 = 10 см.*

Розв'язання.



1). Напруженість поля, створеного зарядами, визначається за принципом суперпозиції. Результуюча напруженість **E** дорівнює векторній сумі напруженостей полів, створених кожним зарядом у даній точці поля:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2. \tag{1}$$

Абсолютна величина напруженості поля, що створюється деяким точковим зарядом q, визначається за формулою

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2},$$

де r - відстань від заряду до точки, в якій визначається напруженість поля, ε - діелектрична проникність середовища, ε_0 – електрична стала.

Напрям напруженості можна визначити, якщо уявно поміщати в дану точку A поля так званий «пробний заряд» - точковий позитивний заряд.

Користуючись цим правилом, визначаємо, що позитивний пробний заряд буде відштовхуватись від позитивного заряду Q_1 – отже, напруженість поля $\boldsymbol{E}_1$, яке створюється позитивним зарядом Q_1, направлена *від заряду*. Напруженість поля $\boldsymbol{E}_2$, яке створюється негативним зарядом Q_2, направлена *до заряду* (дивись рисунок).

Модулі напруженостей електричних полів, створених точковими зарядами Q_1 та Q_2 становлять ,

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|Q_1|}{r_1^2}, \quad E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|Q_2|}{r_2^2}. \tag{2}$$

Вектори $\boldsymbol{E}_1$ і $\boldsymbol{E}_2$ направлені під кутом один до одного, тому результуюча напруженість буде співпадати за напрямом з діагоналлю паралелограма зі сторонами E_1 і E_2.

Абсолютне значення результуючої напруженості (довжину діагоналі) визначимо з векторного трикутника (див. рис) . Згідно з теоремою косинусів

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2\cos\alpha}, \tag{3}$$

Кут α у векторному трикутнику показаний на рисунку. Але в трикутнику Q_1AQ_2 такий самий кут α. Тому знов за теоремою косинусів маємо:

$$l^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2\, r_1 r_2 \cos\alpha.$$

Звідси виразимо косинус альфа.

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - l^2}{2r_1r_2} = \frac{15^2 + 10^2 - 20^2}{2\cdot 15\cdot 10} = -0{,}25$$

Косинус отримано від’ємний, оскільки кут α тупий.

Підставивши значення косинуса у формулу (3), знайдемо шукану напруженість у точці A:

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4}+\frac{Q_2^2}{r_2^4}-\frac{2|Q_1||Q_2|}{r_1^2r_2^2}\cos\alpha}=$$

$$=\frac{1}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\sqrt{\frac{(2\cdot 10^{-9})^2}{(15\cdot 10^{-2})^4}+\frac{(-3\cdot 10^{-9})^2}{(10\cdot 10^{-2})^4}-\frac{2(2\cdot 10^{-9})\ (3\cdot 10^{-9})}{(15\cdot 10^{-2})^2\ (10\cdot 10^{-2})^2}(-0{,}25)}\cdot(B/м)$$

Провівши обчислення, знайдемо $E \approx 2{,}944$ кВ/м.

2) За принципом суперпозиції потенціал результуючого електричного поля дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів φ_1 та φ_2, які створюються кожним з зарядів

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2, \tag{4}$$

де $\varphi_1 = \dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1}$, $\varphi_2 = \dfrac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$ – відповідно потенціали полів, створених точковими зарядами Q_1 і Q_2. Підставляючи, знайдемо

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r_1}+\frac{Q_2}{r_2}\right).$$

Підставивши числові значення, одержимо

$$\varphi = -\ 150 \text{ B}.$$

Приклад 3.2. *Електроємність плоского повітряного конденсатора C = 1 нФ, відстань між обкладками d = 4 мм. На поміщений між обкладками конденсатора заряд Q_0 = 4,9 нКл діє сила F_0 = 98 мкН. Площа S кожної обкладки дорівнює 100 см^2. Визначити: 1) напруженість E поля; 2) різницю потенціалів U між обкладками; 3) енергію W поля й об'ємну густину енергії w конденсатора; 4) силу F, з якою притягаються пластини конденсатора.*

Розв'язання*:* Поле між обкладками конденсатора вважаємо однорідним. Напруженість поля конденсатора визначимо як

$$E = F_0/Q_0. \tag{1}$$

Різниця потенціалів між обкладками

$$U = Ed = F_0 d/Q_0. \tag{2}$$

Енергія поля конденсатора (ε = 1 для повітря)

$$W=\frac{CU^2}{2}=\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 S}{d}\left(\frac{F_0 d}{Q_0}\right)^2. \tag{3}$$

Об'ємна густина енергії

$$w = \frac{W}{V} = \frac{W}{Sd} = \frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{F_0}{Q_0}\right)^2 . \qquad (4)$$

Визначимо силу притягання між пластинами конденсатора. Заряд Q однієї пластини міститься в полі, що створюється зарядом іншої пластини конденсатора. Отже, на перший заряд діє сила $F = QE_{пласт}$. Ця сила і буде шуканою силою притягання. Оскільки поле, що створюється однією зарядженою пластиною

$$E_{пласт} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{Q}{S}\frac{1}{2\varepsilon_0}, \qquad (5)$$

де $\sigma = Q/S$ – поверхнева густина заряду пластини, сила притягання

$$F_{прит} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S} = \frac{S}{2\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{S}\right)^2 = \frac{S}{2\varepsilon_0}\sigma^2 . \qquad (6)$$

Враховуючи, що напруженість поля, створеного двома нескінченними паралельними різнойменно зарядженими площинами (поле плоского конденсатора)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}, \qquad (7)$$

дістанемо вираз для сили притягання пластин конденсатора

$$F_{прит} = \frac{\varepsilon_0 S}{2}E^2 = \frac{\varepsilon_0 S}{2}\left(\frac{F_0}{Q_0}\right)^2 . \qquad (8)$$

Підставивши числові значення, знайдемо:
E = 20 кВ/м; U = 80 В; W = 70,8 нДж; w = 1,77 мДж/м^3; $F_{прит}$ = 17,7 мкН.

Приклад 3.3. *Електростатичне поле створюється позитивно зарядженою нескінченною ниткою (рис. 3.3) з лінійною густиною заряду τ = 1 нКл/м. Якої швидкості набуде електрон, наблизившись під дією поля до нитки уздовж лінії напруженості з відстані r_1 = 1,5 см до r_2 = 1 см? Початкова швидкість електрона дорівнює нулю.*

<u>Розв'язання</u>. Поле нескінченної рівномірно зарядженої нитки симетричне: лінії напруженості є радіальними прямими, що лежать у площинах, перпендикулярних до нитки (рис. 3.3).

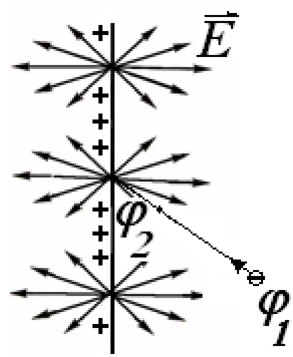


Рис. 3.3.

Робота сил електричного поля дорівнює збільшенню кінетичної енергії електрона

$$A = T_2 - T_1 \text{, або}$$

$$e(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}, \qquad (1)$$

де T_1 і T_2 – кінетична енергія електрона до і після проходження поля, що прискорює, v_1 і v_2 - початкова і кінцева швидкості електрона, e – заряд, m – маса електрона, φ_1 і φ_2 – потенціали початкової і кінцевої точок шляху.

Для визначення різниці потенціалів скористаємося співвідношенням між напруженістю поля і зміною потенціалу, що у випадку осьової симетрії поля нитки має вигляд:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}, \quad \text{або} \quad d\varphi = -Edr. \qquad (2)$$

Інтегруючи цей вираз, знайдемо різницю потенціалів двох точок, що відстоять на r_1 і r_2 від нитки:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{r_1}^{r_2} Edr. \qquad (3)$$

Підставивши сюди вираз для напруженості поля, що створюється нескінченно довгою зарядженою ниткою $(E = \tau/(2\pi\varepsilon_0 r))$, дістанемо

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} ln\frac{r_2}{r_1}, \qquad (4)$$

або

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} ln\frac{r_2}{r_1}. \qquad (5)$$

З урахуванням того, що $v_1 = 0$ і $T_1 = 0$, одержимо

$$\frac{m\mathrm{v}^2}{2} = \frac{e\tau}{2\pi\varepsilon_0} ln\frac{r_2}{r_1} \quad \text{та} \quad \mathrm{v} = \sqrt{\frac{e\tau}{m\pi\varepsilon_0} ln\frac{r_2}{r_1}}. \qquad (6)$$

Підставивши числові значення, знайдемо v = 1,6 Мм/с.

Приклад 3.4. *Сила струму в провіднику опором $R = 10$ Ом рівномірно зростає за час $\Delta t = 4$ с від $I_0 = 0$ до $I_{max} = 8$ А. Визначити:1) кількість теплоти, що виділилася в провіднику за перші $t_1 = 3$ с; 2) кількість електронів, що пройшли через поперечний переріз провідника за цей час.*

Розв'язання. Закон Джоуля–Ленца у вигляді $Q = I^2Rt$ є справедливим для постійного струму. Якщо ж сила струму в провіднику змінюється, то цей закон є справедливим тільки для нескінченно малого інтервалу часу, протягом якого можна вважати струм постійним

$$dQ = I^2 R dt \ . \qquad (1)$$

За умовою задачі сила струму рівномірно зростає, тоді закон зміни струму можна записати у вигляді $I = kt$, де k – коефіцієнт пропорційності, що чисельно дорівнює збільшенню струму в одиницю часу:

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{8A}{4c} = 2A/c \ . \qquad (2)$$

Отже,

$$dQ = k^2 t^2 R dt \ . \qquad (3)$$

Для визначення теплоти, що виділилася за скінченний проміжок часу, вираз (3) треба інтегрувати. За перші t_1 секунд виділиться кількість теплоти

$$Q = \int_0^{t_1} k^2 t^2 R dt = k^2 R \int_0^{t_1} t^2 dt = \frac{k^2 R t_1^3}{3} . \qquad (4)$$

Підставляючи числові значення, одержимо $Q = 360$ Дж.

За визначенням сила струму дорівнює заряду, що переноситься за одиницю часу через поперечний переріз провідника

$$I = \frac{dq}{dt} \ .$$

Тоді заряд q, що пройшов за час t_1,

$$q = \int_0^{t_1} I dt = \int_0^{t_1} kt dt = k\frac{t_1^2}{2} \ .$$

Поділимо заряд q на елементарний заряд e і отримаємо кількість електронів, що проходять через поперечний переріз,

$$N = \frac{q}{e} = \frac{kt_1^2}{2e} = \frac{2 \cdot 3^2}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 5{,}63 \cdot 10^{19} \text{ електронів.}$$

Приклад 3.5. *Батарея складається з $n = 5$ послідовно з'єднаних елементів. ЕРС кожного $\varepsilon = 1{,}4$ В, внутрішній опір кожного $r_i = 0{,}3$ Ом. При якому струмі корисна потужність батареї дорівнює $P_к = 8$ Вт? Визначити також найбільшу корисну потужність $(P_к)_{max}$ батареї:*

<u>Розв'язання</u>*:* Корисною потужністю батареї вважають ту, яка виділяється в зовнішньому колі

$$P_к = I^2 R, \tag{1}$$

де R – опір зовнішнього кола, I – сила струму, що проходить в колі та визначається за законом Ома для замкнутого кола

$$I = \frac{n\varepsilon}{nr_i + R}. \tag{2}$$

Тут $n\varepsilon$ – ЕРС, а nr_i – внутрішній опір n послідовно з'єднаних елементів.

Розв'яжемо першу частину задачі. Виразимо R з (1) та підставимо в (2)

$$I = \frac{n\varepsilon}{nr_i + P_n / I^2} \quad . \tag{3}$$

З виразу (3) отримаємо квадратне рівняння для струму I:

$$nr_i I^2 - n\varepsilon I + P_к = 0. \tag{4}$$

Розв'язуючи квадратне рівняння, знайдемо

$$I_{1,2} = \frac{n\varepsilon \pm \sqrt{n^2\varepsilon^2 - 4nr_i P_к}}{2nr_i}. \tag{5}$$

Підставляючи числові значення, одержимо два корені. Обидва корені є додатними і мають фізичний зміст: $I_1 = 2{,}66$ А и $I_2 = 2$ А.

Щоб тепер визначити найбільшу корисну потужність батареї, встановимо залежність потужності від зовнішнього опору. Підставимо в рівняння (1) вираз (2) для сили струму:

$$P_к = \varepsilon^2 \frac{n^2 R}{(nr_i + R)^2}. \tag{6}$$

З цієї формули випливає, що при заданому джерелі (постійні величини ε і r_i) потужність є функцією однієї змінної – зовнішнього опору R. Значення R, що відповідає максимальної потужності, ми одержимо, якщо дорівняємо нулеві першу похідну виразу $P_к$ по R

$$\frac{dP_к}{dR} = \frac{n^2\varepsilon^2(R + nr_i) - 2n^2\varepsilon^2 R}{\left(R + nr_i\right)^3} = 0. \tag{7}$$

Враховуючи, що R і r_i завжди додатні, одержуємо

$$\left(R + nr_i\right) - 2R = 0\text{, або } R = nr_i \tag{8}$$

Потужність, що виділяється в зовнішньому колі, досягає найбільшого значення, якщо опір зовнішнього кола дорівнює внутрішньому опорові джерела. Підставляючи знайдені значення R у формулу (6), отримаємо

$$P_{к\,max} = n\varepsilon^2 / \left(4r_i\right). \tag{9}$$

Здійснивши обчислення, знайдемо $P_{\text{к max}} = 8{,}16$ Вт.

Приклад 3.6. *У схемі рис. 3.4* $\varepsilon_1 = 130$ *В,* $\varepsilon_2 = 117$ *В,* $R_1 = 1$ *Ом,* $R_2 = 0{,}6$ *Ом,* $R_3 = 24$ *Ом. Визначити сили струму в усіх ділянках кола. Внутрішнім опором елементів нехтувати.*

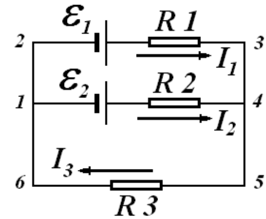


Рис.3.4.

<u>Розв'язання</u>. Задачу розв'язують у декілька етапів.

1-й етап. Обираємо довільні, але, за можливістю, правдоподібні напрями струмів на всіх ділянках кола і позначаємо їх на схемі. Якщо вибір деяких з них буде невірним, у розв'язку цей струм вийде зі знаком мінус, що дасть можливість наприкінці виправити напрям струму.

2-й етап. Щоб застосувати правила Кірхгофа, обираємо вузли і контури. Вузлом називається точка, у якій сходиться не менш, ніж три струми. Кількість обраних вузлів має бути завжди на одиницю меншими, ніж кількість вузлів на схемі. У нашому прикладі з двох вузлів *1* та *2* обирається тільки один, бо рівняння для другого будуть такими самими.

Контуром називається замкнута частина розгалуженого електричного кола. Контури обирають за принципом – кожний новий контур повинен містити нові ЕРС і опори. У нашому прикладі незалежними будуть рівняння для верхнього і нижнього контурів. Якщо додати ще великий контур за периметром, то його обхід не дасть нових рівнянь.

Напрям обходу контурів – за чи проти годинникової стрілки – значення не має. Але зручно обходити контури якимось одним чином.

3-й етап. Складаємо рівняння за правилами Кірхгофа.

1. Алгебраїчна сума всіх сил струмів, що сходяться у вузлі розгалуженого кола, дорівнює нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0.$$

Струми, що входять у вузол, вважають додатними, ті, що виходять – від'ємними.

У нашому прикладі

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0. \qquad (1)$$

2. У будь якому замкненому контурі розгалуженого електричного кола алгебраїчна сума добутків сил струмів на опори відповідних ділянок контуру дорівнює алгебраїчній сумі електрорушійних сил, що діють у ньому

$$\sum_{k=1}^{n} I_k R_k = \sum_{i=1}^{m} \varepsilon_i \,.$$

Добуток $I_k R_k$ вважається додатним, якщо напрям струму збігається з напрямом обходу по замкненому контуру, і від'ємним у протилежному випадку. Електрорушійні сили вважаються додатними, якщо їхній власний струм збігається з напрямом обходу, тобто ті ЕРС, для яких напрям обходу збігається з переходом від низького потенціалу (негативний полюс) до високого (позитивний полюс). У противному випадку ЕРС входять у суму від'ємними.

У нашому прикладі для контуру *12341*:

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2. \qquad (2)$$

Для контуру *14561*:

$$I_2 R_2 + I_3 R_3 = \varepsilon_2 \qquad (3)$$

Розгляд контуру *1234561* дасть рівняння, що являються наслідком двох наведених вище рівнянь, тому не вносить нічого нового.

4-й етап. Підставимо у рівняння (2),(3) значення опорів і ЕРС, отримаємо систему рівнянь

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0,$$
$$I_1 - 0{,}6\, I_2 = 13,$$
$$0{,}6\, I_2 + 24\, I_3 = 117.$$

Розв'язок цієї системи дає

$$I_1 = 10\ \text{А},\ I_2 = -5\ \text{А},\ I_3 = 5\ \text{А}.$$

Мінус у значенні другого струму означає, що під час довільного вибору напряму цього струму був вказаний протилежний напрям. Насправді струм проходить від вузла *4* до вузла *1*.

Приклад 3.7. *Два паралельних нескінченно довгих провідники, по яких проходять в одному напрямі однакові струми $I_1 = I_2 = I = 60$ А, розміщені на відстані $d = 10$ см один від одного. Визначити магнітну індукцію **B** в точці, що відстоїть від першого провідника на $r_1 = 5$ см і від другого на $r_2 = 12$ см.*

<u>**Розв'язання**</u>. Для визначення магнітної індукції в зазначеній точці *A* (рис. 3.5) встановимо напрями векторів індукції $\mathbf{B}_1$ і $\mathbf{B}_2$ полів, що створюються кожним провідником окремо.

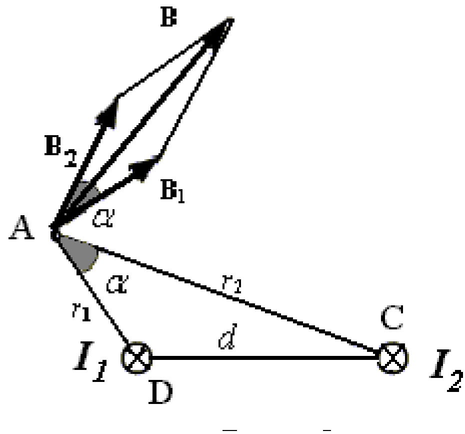


Рис. 3.5

Вектори магнітної індукції спрямовані по дотичним до відповідних ліній магнітної індукції, які проходять через точку *A*. Ці лінії є колами з центрами на осі відповідних провідників і розташовані у площині, перпендикулярній до осі провідника. Їх напрями визначаються за правилом гвинта. На рис. 3.5 напрями струмів I_1 та I_2 вибрані «від нас» і позначені хрестиками. Тоді за правилом гвинта лінії магнітної індукції будуть спрямовані за стрілкою годинника. Вектор $\mathbf{B}_1$ є перпендикулярним до r_1 (дотична є перпендикулярною до радіуса кола) і направлений управо в точці А. Відповідно, $\mathbf{B}_2$ є перпендикулярним до r_2 і теж направлений управо.

Згідно з принципом суперпозиції, магнітна індукція в точці A

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2.$$

Модуль вектора **B** знайдемо за теоремою косинусів:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}\ . \quad (1)$$

Модулі векторів $\mathbf{B}_1$ і $\mathbf{B}_2$:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}\ ,\ B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}\ . \quad (2)$$

Підставляючи ці вирази у формулу (1), знайдемо шукане B:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2}\cos\alpha}\ . \quad (3)$$

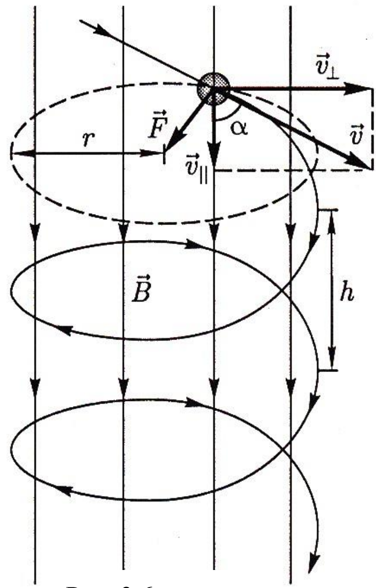


Рис. 3.6

Переконаємося в тому, що права частина цієї рівності дає одиницю магнітної індукції (Тл):

$$\frac{[\mu_0][I]}{\sqrt{[r^2]}} = \frac{Гн/м\cdot А}{м} = \frac{Гн\cdot А^2}{А\cdot м^2} = \frac{Дж}{А\cdot м^2} = \frac{Н}{А\cdot м} = Тл\ .$$

Тут ми скористалися формулою для магнітної індукції $B = M_{max}/p_m$. З неї випливає, що:

$$Тл = \frac{Н\cdot м}{А\cdot м^2} = \frac{Н}{А\cdot м}\ .$$

Обчислюємо $\cos\alpha$. Помітимо, що $\alpha = \angle DAC$, як кути зі взаємно перпендикулярними боками. Тому за теоремою косинусів запишемо $d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\alpha$. Обчислення дають значення косинуса: $\cos\alpha = 0{,}58$. Підставивши у формулу (3) числові значення μ_0, I, r_1, r_2 і $\cos\alpha$, дістанемо B = 286 мкТл.

<u>Приклад</u> **3.8.** *Електрон, маючи швидкість v = 2 Мм/с, влетів в однорідне магнітне поле з індукцією B = 30 мТл під кутом $\alpha = 30°$ до напрямку ліній індукції. Визначити радіус r і крок h гвинтової лінії, по якій буде рухатися електрон.*

Розв'язання. Відомо, що на заряджену частинку, що влетіла в магнітне поле, діє сила Лоренца, перпендикулярна до векторів магнітної індукції **B** і швидкості **v** частинки. Модуль цієї сили

$$F = QvB \sin \alpha, \qquad (1)$$

де Q – заряд частинки ($Q = |e|$), α – кут між **v** і **B.**

Розкладемо, як це показано на рис. 3.6, швидкість **v** електрона на два складові: паралельну вектору **B** ($\mathbf{v}_{||}$) і перпендикулярну до нього ($\mathbf{v}_{\perp}$).

Швидкість $\mathbf{v}_{||}$ у магнітному полі не змінюється – якщо заряджена частинка рухається в магнітному полі уздовж ліній магнітної індукції, то кут α між векторами **v** і **B** дорівнює 0 або π. Тоді за формулою (1) сила Лоренца дорівнює нулеві і частинка рухається за інерцією рівномірно і прямолінійно.

Складова швидкості $\mathbf{v}_{\perp}$ внаслідок дії сили Лоренца буде змінюватися тільки за напрямом ($\mathbf{F}_{Л} \perp \mathbf{v}_{\perp}$), залишаючись сталою за величиною. Якщо паралельна складова швидкості була б відсутня, рух електрона відбувався б по колу в площині, перпендикулярній до ліній індукції. Таким чином, рух електрона можна представити як накладання двох рухів: 1) рівномірного прямолінійного руху уздовж поля зі швидкістю $v_{||} = v \cos\alpha$; 2) рівномірного руху зі швидкістю $v_{\perp} = v \sin\alpha$ по колу. Тому траєкторія електрона – спіраль (гвинтова лінія), вісь якої є паралельною магнітному полю.

Радіус кола, по якому рухається електрон, знайдемо таким чином. Сила Лоренца **F** надає електронові нормального прискорення

$$a_n = \frac{v_{\perp}^2}{r}. \qquad (2)$$

Тоді за другим законом Ньютона

$$|e| vB\sin\alpha = \frac{m v_{\perp}^2}{r}, \qquad (3)$$

звідки після скорочення знаходимо радіус гвинтової лінії

$$r = \frac{mv\sin\alpha}{|e|B}. \qquad (4)$$

Підставивши значення величин *m, v, e, B* и α і зробивши обчислення, одержимо $r = 0{,}19$ мм.

Крок гвинтової лінії дорівнює шляху, що проходить електрон уздовж поля зі швидкістю $v_{||} = v \cos \alpha$ за час, що знадобиться йому для того, щоб зробити один оберт,

$$h = v_{||} T, \qquad (5)$$

де $T = 2\pi r/v_{\perp}$ – період обертання електрона. Підставивши вирази для r і $v_{\perp}$, одержимо

$$h = \frac{2\pi mv\cos\alpha}{B|e|}. \qquad (6)$$

Підставивши числові значення величин, одержимо h = 2,06 мм.

Приклад 3.9. *Коловий виток радіусом R = 10 см, по якому проходить струм I = 2 A , вільно встановився в однорідному магнітному полі з індукцією B = 0,05 Тл. Яку треба виконати роботу, щоб повільно повернути виток на кут* $\alpha = 90°$ *навколо діаметра? Як зміниться при цьому потенціальна енергія витка?*

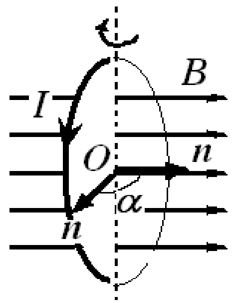


Рис. 3.7.

<u>Розв'язання</u>. Робота, що здійснюється силами Ампера під час повороту витка

$$A = I(\Phi_{\text{кінц}} - \Phi_{\text{почат}}),$$

де I – сила струму, $\Phi_{\text{кінц}}$ та $\Phi_{\text{почат}}$ – магнітні потоки , що пронизують контур у кінцевому і початковому положеннях.

Магнітний потік через плоский контур

$$\Phi = BS\cos\alpha,$$

де α – кут між вектором нормалі **n** до площини контуру і вектором індукції **B.** Отже

$$A = IB\pi R^2(\cos\alpha_{\text{к}} - \cos\alpha_{\text{п}}).$$

За умовою виток знаходився у стані стійкої рівноваги (вільно встановився), при цьому його магнітний момент, а, отже, і позитивна нормаль **n**, орієнтовані вздовж поля (див. рис. 3.7). У такому випадку $\alpha_{\text{п}} = 0$, $\alpha_{\text{к}} = \pi/2$.

Тоді

$$A = -IB\pi R^2 = -3{,}14 \text{ мДж}.$$

Робота, що була здійснена силами Ампера, вийшла від'ємною. Це означає, що потенціальна енергія витка внаслідок повороту збільшилася.

Відмітимо, що робота здійснювалась не за рахунок енергії зовнішнього магнітного поля, яке залишилось незмінним, а за рахунок джерела струму, що підтримує силу струму сталою.

Робота зовнішніх сил, про яку йдеться в умові, дорівнює за модулем роботі сил поля і протилежна їй за знаком

$$A_{зовн} = 3{,}14 \text{ мДж}.$$

Нарешті, умова повільного повороту означає, що струмом електромагнітної індукції можна нехтувати і вважати струм постійним.

Приклад 3.10.. *Магнітна індукція поля між полюсами магніту генератора дорівнює B = 0,8 Тл. Ротор має N = 100 витків площею S = 400 см².* *Визначити частоту обертання якоря, якщо максимальна ЕРС індукції дорівнює $\varepsilon_{i,max}$ = 200 В.*

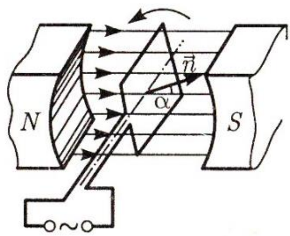


Рис. 3.8

<u>Розв'язання.</u> Кут α (рис. 3.8.) між вектором магнітної індукції поля і нормаллю до площини витків змінюється за законом

$$\alpha = 2\pi\nu t. \qquad (1)$$

Повний магнітний потік (потокозчеплення) через котушку

$$\Psi = NBS\cos\alpha = NBS\cos 2\pi t. \quad (2)$$

Миттєве значення ЕРС індукції ε_i, визначається законом Фарадея

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt} = 2\pi\nu NBS\, sin(2\pi\nu t). \qquad (3)$$

Максимальне значення синуса дорівнює одиниці, отже, максимальне значення ЕРС індукції дорівнює

$$\varepsilon_{i,max} = 2\pi\nu NBS, \qquad (4)$$

звідки

$$\nu = \frac{\varepsilon_{i,max}}{2\pi NBS} = \frac{200}{2\cdot 3{,}14\cdot 100\cdot 0{,}8\cdot 400\cdot 10^{-4}} = 9{,}95c^{-1}. \quad (5)$$

Приклад 3.11. *Соленоїд без осердя з обмоткою в один шар із дроту діаметром d = 0,4 мм має довжину l = 0,5 м і поперечний переріз S = 60 см². За який час при напрузі U = 10 В и силі струму I = 1,5 А в обмотці виділиться кількість теплоти, що дорівнює енергії поля усередині соленоїда? Магнітне поле усередині соленоїда вважати однорідним.*

<u>Розв'язання</u>. Під час проходження струму *I* при напрузі *U* в обмотці за час *t* за законом Джоуля-Ленца виділяється теплота

$$Q = IUt. \qquad (1)$$

Енергія магнітного поля всередині соленоїда

$$W = \frac{B^2}{2\mu_0\mu}V = \frac{B^2}{2\mu_0\mu}lS, \qquad (2)$$

де $B = \mu_0\mu NI/l$ (*N*– загальна кількість витків соленоїда). Якщо витки соленоїда впритул прилягають один до одного, то $l = Nd$, звідки $N = l/d$. Підставивши вирази для *B* і *N* у (2), одержуємо

$$W = \frac{\mu_0\mu}{2}\frac{I^2 lS}{d^2}. \qquad (3)$$

За умовою задачі $Q = W$. Дорівнюючи вирази (1) і (3) , знайдемо шуканий час

$$t = \frac{\mu_0 \mu I S t}{2Ud^2} \,. \tag{4}$$

Обчислюючи, дістанемо t = 1,77 мс.

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

3.1. Електричне поле створене двома однаковими точковими зарядами Q= 40 нКл, які розміщені на відстані d = 10 см один від одного. Визначити напруженість E поля в точці, яка відстоїть від першого заряду на r_1 = 8 см і від другого на r_2 = 6 см. (Відп.: 114,7 кВ/м).

3.2. Сила F притягання між пластинами плоского повітряного конденсатора дорівнює 0,50 мН. Площа кожної пластини S = 100 см^2. Визначити густину енергії w електричного поля конденсатора. (Відп.: 12,5 мДж/м^3).

3.3. У мідному провіднику об'ємом V = 17 см^3 під час проходження по ньому постійного струму за час t = 1 хв виділилася кількість теплоти Q = 300 Дж. Визначити напруженість E електричного поля в провіднику. (Відп.: 707 В/м).

3.4. Напруженість H магнітного поля в центрі колового витка дорівнює 2,0 А/м. Обчислити магнітний момент витка p_m та силу струму I у витку, якщо радіус R витка дорівнює 12,5 см. (Відп.: 0,027 А·м^2, 0,5 А).

3.5.. Яка потужність необхідна для того, щоб провідник довжиною l = 40 см переміщати зі швидкістю v = 5 м/с перпендикулярно магнітному полю індукцією B = 10 мТл, якщо по провіднику проходить струм I = 20 А. (Відп.: 0,4 Вт).

3.6. Струм, що змінюється за законом $I = 2\cos 2\pi t$, А , проходить по котушці індуктивністю L = 40 мГн. Установити закон зміни ЕРС самоіндукції. (Відп.: $\varepsilon = 0{,}16\pi \sin 2\pi t$).

Індивідуальне завдання №3

ВАРІАНТ 1

1. Чотири однакових заряди $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4$ = 40 нКл закріплені у вершинах квадрата зі стороною a = 10 см. Визначити силу F, що діє на кожний з цих зарядів з боку трьох інших.

2. Між пластинами плоского конденсатора міститься точковий заряд Q = 30 нКл. Поле конденсатора діє на заряд із силою F_1 = 10 мН. Визначити силу F взаємного притягання пластин, якщо площа S кожної пластини дорівнює 100 см^2.

3. Протон, початкова швидкість v якого дорівнює 100 км/с, влетів в однорідне електричне поле (E = 300 В/см) уздовж ліній напруженості. Який шлях l має пролетіти протон у напрямку ліній поля, щоб його швидкість подвоїлася?

4. Три джерела струму з ЕРС E_1 = 1,8 В, E_2 = 1,4 В, E_3 = 1,1 В з'єднані однойменними полюсами. Внутрішній опір першого джерела r_1 = 0,4 Ом, другого r_2 = 0,6 Ом. Визначити внутрішній опір третього джерела, якщо через перше джерело проходить струм I_1 = 1,13 А.

5. По дротовій рамці, що має форму правильного шестикутника, проходить струм I = 2 А. При цьому в центрі рамки утворюється магнітне поле напруженістю H = 33 А/м. Визначити довжину l дроту, з якого зроблена рамка.

6. Заряджена частинка рухається в магнітному полі по колу зі швидкістю v = 10^6 м/с. Індукція магнітного поля B = 0,3 Тл. Радіус кола R = 4 см. Визначити заряд q частинки, якщо відомо, що її кінетична енергія T = 12 кеВ.

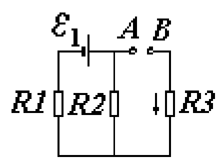
7. Дротяний виток радіусом r = 4 см , що має опір R = 0,01 Ом, міститься в однорідному магнітному полі з індукцією B = 0,04 Тл. Площина витка утворює кут α = 30° з лініями індукції поля. Який заряд Q пройде по витку, якщо магнітне поле зникне?

8. Індуктивність L соленоїда при довжині l = 1 м і площі поперечного перерізу S = 20 см^2 дорівнює 0,4 мГн. Визначити силу струму в соленоїді, при якій об'ємна густина енергії w магнітного поля усередині соленоїда дорівнює 0,1 Дж/м^3.

ВАРІАНТ 2

1. Дві кульки однакової маси m = 0,1 г підвішені в одній точці на нитках довжиною 1 = 20 см кожна. Отримавши однаковий заряд, кульки розійшлися так, що нитки утворили між собою кут α = 60°. Визначити заряд кожної кульки.

2. Електрон міститься в однорідному електричному полі напруженістю E = 200 кВ/м. Який шлях пройде електрон за час t = 1 нс, якщо його початкова швидкість дорівнює нулю? Яку швидкість буде мати електрон наприкінці цього проміжку часу?



3. Простір між пластинами плоского конденсатора заповнено склом (ε = 7). Відстань між пластинами d = 5 мм, різниця потенціалів U = 500 В. Визначити енергію поляризованої скляної пластини, якщо площа її S = 50 см^2.

4. Три опори R_1 = 5 Ом, R_2 = 1 Ом і R_3 = 3 Ом, а також джерело струму з ЕРС ε_1 = 1,4 В з'єднані, як показано на рисунку. Визначити ЕРС ε джерела струму, яке треба підключити в коло між точками A и B, щоб через опір R_3 проходив струм силою I = 1 А в напрямку, зазначеному стрілкою. Внутрішніми опорами джерел струму нехтувати.

5. Дротяний виток радіусом R = 5 см розміщений в однорідному магнітному полі напруженістю H = 2 кА/м. Площина витка утворює кут α = 60° з напрямом поля. По витку проходить струм силою I = 4 А. Визначити механічний момент M, що діє на виток.

6. Протон і електрон, прискорені однаковою різницею потенціалів, влітають в однорідне магнітне поле, що є перпендикулярним до швидкості. У скільки разів радіус кривизни R_1 траєкторії протона більше за радіус кривизни R_2 траєкторії електрона? Маса електрона $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг, маса протона $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг.

7. На картонний каркас довжиною l = 0,6 м і площею поперечного перерізу S = 20 см^2 намотаний в один шар дріт діаметром d = 1,2 мм так, що витки щільно прилягають один до одного. Індуктивність котушки з залізним осердям L = 0,28

Гн при струмі через обмотку I = 5 А. Визначити магнітну проникність μ залізного осердя.

8. Рамка площею S = 100 см^2 містить N = 100 витків дроту. Рамка рівномірно обертається з частотою n = 8 с$^{-1}$ навколо осі, що лежить в площині рамки і є перпендикулярною до ліній магнітної індукції однорідного магнітного поля (B = 0,1 Тл). Яким є середнє значення ЕРС індукції $\langle\varepsilon_i\rangle$ за час, за який магнітний потік, що пронизує рамку, змінюється від нуля до максимального значення. *Вказівка*. Див. визначення середнього значення функції у Додатку *А*.

ВАРІАНТ 3

1. Електричне поле створене двома нескінченними паралельними пластинами, що несуть рівномірно розподілений по площині заряд з поверхневими густинами σ_1 = 1 нКл/м^2 і σ_2 = 3 нКл/м^2. Визначити напруженість E поля: 1) між пластинами; 2) поза пластинами.

2. Електростатичне поле створюється позитивно зарядженою нескінченою площиною з постійною поверхневою густиною заряду σ = 10 нКл/см^2. Якої швидкості набуде електрон, наблизившись під дією сил поля до площини вздовж лінії напруженості з відстані r_1 = 2 см до r_2 = 1 см. Початкова швидкість електрона дорівнює нулю.

3. Дві металевих кулі радіусами R_1 = 2 см і R_2 = 6 см з'єднані провідником, ємністю якого можна нехтувати. Кулям наданий заряд Q = 1 нКл. Визначити поверхневу густина σ зарядів на кулях.

4. Густина струму j в алюмінієвому провіднику 1 А/мм^2. Визначити середню швидкість $\langle v\rangle$ упорядкованого руху електронів, припускаючи, що кількість вільних електронів у 1 см^3 алюмінію дорівнює кількості атомів. Густина алюмінію $\rho = 2{,}7\cdot10^3$ кг/м^3.

5. По тонкому дротяному кільцю проходить струм. Не змінюючи сили струму в провіднику, йому надали форму квадрата. У скільки разів змінилася магнітна індукція в центрі контуру?

6. Прямокутна рамка зі струмом I = 1,5 мА розміщена в одній площині з довгим прямим провідником зі струмом так, що довгі сторони рамки є паралельними провідникові. Сила струму в провіднику I_1 = 2 мА, відстань від нього до ближньої сторони рамки a = 10 см. Довжини сторін рамки l_1 = 30 см, l_2 = 18 см. Визначити сили, що діють на кожну зі сторін рамки.

7. Заряджена частинка була прискорена різницею потенціалів U = 104 В і влетіла в схрещені під прямим кутом електричне (E = 10 кВ/м) і магнітне (B = 0,1 Тл) поля. Визначити відношення Q/m заряду частинки до її маси, якщо, рухаючи перпендикулярно обом полям, частинка не відхиляється від прямолінійної траєкторії.

8. Соленоїд має $N = 1\ 000$ витків. Сила струму I у його обмотці становить 1 А, магнітний потік, що пронизує кожний виток, $\Phi = 0,1$ мВб. Визначити енергію W магнітного поля.

ВАРІАНТ 4

1. Навколо нерухомого точкового заряду $Q = 1$ нКл рівномірно обертається під дією сил притягання негативно заряджена маленька кулька. Чому дорівнює відношення заряду кульки до її маси q/m, якщо радіус орбіти $R = 2$ см, а кутова швидкість обертання $\omega = 3$ рад/с?

2. Точкові заряди $Q_1 = 1$ мкКл і $Q_2 = 0,1$ мкКл розміщені на відстані $r_1 = 10$ см один від одного. Яку роботу A виконають сили поля, якщо другий заряд, відштовхуючись від першого, віддалиться від нього на відстань: 1) $r_2 = 10$ м; 2) $r_3 = \infty$?

3. Відстань d між пластинами повітряного плоского конденсатора становить 2 см, різниця потенціалів $U = 6$ кВ. Заряд кожної пластини $Q = 10$ нКл. Обчислити енергію W електричного поля конденсатора і силу F взаємного притягання пластин.

4. ЕРС батареї акумуляторів $E = 12$ В, сила струму $I_{к.з.}$ короткого замикання 5 А. Яку найбільшу потужність P_{max} можна одержати в зовнішньому колі, з'єднаному з такою батареєю?

5. По тонкому проводу у вигляді півкільця радіусом $R = 10$ см проходить струм $I = 10$ А. Перпендикулярно площині кільця збуджене однорідне магнітне поле, індукція якого $B = 50$ мТл. Визначити силу, що діє на провід. Як зміниться сила, якщо провід випрямити?

6. Два однозарядних іони, прискорені однаковою різницею потенціалів, влетіли в однорідне магнітне поле перпендикулярно лініям індукції. Один іон, маса m_1 якого дорівнює 12 а. е. м., описав дугу кола радіусом $R_1 = 4$ см. Визначити масу m_2 іншого іона, якщо він описав дугу кола радіусом $R_2 = 6$ см.

7. В однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,5$ Тл рівномірно з частотою $n = 300$ хв$^{-1}$ обертається котушка, що містить $N = 200$ витків, які щільно прилягають один до одного. Площа поперечного перерізу котушки $S = 100$ см^2. Вісь обертання є перпендикулярною до осі котушки і напряму магнітного поля. Визначити максимальну ЕРС, що індукується в котушці.

8. На залізне кільце намотано в один шар $N = 200$ витків. Визначити: магнітний потік Φ_1 через один виток та енергію W магнітного поля, якщо при струмі силою $I = 2,5$ А повний магнітний потік Ψ у залізі дорівнює 0,5 мВб.

ВАРІАНТ 5

1. Електричне поле створене двома точковими зарядами $Q_1 = 40$ нКл і $Q_2 = -10$ нКл, що розміщені на відстані $d = 10$ см один від одного. Визначити напруженість E поля в точці, яка відстоїть від першого заряду на $r_1 = 12$ см і від другого на $r_2 = 6$ см.

2. Електростатичне поле створюється позитивно зарядженою нескінченою ниткою з постійною лінійною густиною заряду $\tau = 1$ нКл/см. Яку роботу виконають сили поля під час переміщення електрона з відстані $r_1 = 1{,}5$ см до $r_2 = 1$ см?

3. Два конденсатори, ємності яких $C_1 = 3$ мкФ і $C_2 = 6$ мкФ, з'єднані між собою і приєднані до батареї з ЕРС = 120 В. Визначити заряди Q_1 і Q_2 конденсаторів і різниці потенціалів U_1 і U_2 між їхніми обкладками, якщо конденсатори з'єднані: 1) паралельно; 2) послідовно.

4. Сила струму в провіднику рівномірно збільшується від $I_0 = 0$ до деякого максимального значення протягом часу $t = 10$ с. За цей час у провіднику виділилася кількість теплоти $Q = 1$ кДж. Визначити швидкість зростання струму в провіднику, якщо опір його $R = 3$ Ом.

5. Два прямолінійних довгих паралельних провідники розміщені на відстані $d_1 = 10$ см один від одного. По провідниках в одному напрямі проходять струми $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А. Яку роботу A треба виконати (на одиницю довжини провідників), щоб розсунути ці провідники до відстані $d_2 = 20$ см?

6. Соленоїд без осердя довжиною $l = 0{,}5$ м містить $N = 1\ 000$ витків. Визначити магнітну індукцію B поля усередині соленоїда, якщо опір його обмотки $R = 120$ Ом, а напруга на її кінцях $U = 60$ В.

7. Визначити частоту n обертання електрона по коловій орбіті в магнітному полі, індукція якого $B = 0{,}2$ Тл.

8. Кільце з алюмінієвого дроту (питомий опір $\rho = 26$ нОм·м) поміщено в магнітне поле перпендикулярно лініям магнітної індукції. Діаметр кільця $D = 20$ см, діаметр дроту $d = 1$ мм. Визначити швидкість зміни магнітного поля, якщо сила індукційного струму в кільці $I = 0{,}5$ А.

ВАРІАНТ 6

1. Відстань між двома точковими зарядами $Q_1 = 5$ мкКл і $Q_2 = -10$ мкКл дорівнює 10 см. Визначити силу F, що діє на точковий заряд $Q = 0{,}1$ мкКл, який відстоїть на $r_1 = 6$ см від першого і на $r_2 = 8$ см від другого зарядів.

2. Сила F притягання між пластинами плоского повітряного конденсатора дорівнює 50 мН. Площа кожної пластини $S = 200$ см^2. Визначити густину енергії w електричного поля конденсатора.

3. У мідному провіднику об'ємом $V = 6$ см^3 під час проходження по ньому постійного струму за час $t = 1$ хв виділилася кількість теплоти $Q = 216$ Дж. Визначити напруженість E електричного поля в провіднику.

4. Два джерела струму з ЕРС $E_1 = 2$ В і $E_2 = 1{,}5$ В та внутрішніми опорами $r_1 = 0{,}5$ Ом та $r_2 = 0{,}4$ Ом з'єднані однойменними полюсами. До затискачів підімкнутий зовнішній опір $R = 20$ Ом. Визначити силу струму через цей опір.

5. Уздовж двох довгих прямих паралельних провідників, розміщених на відстані $d = 5$ см один від одного, в одному напрямку проходять струми силами $I_1 = 5$ А и $I_2 = 10$ А. Визначити магнітну індукцію B поля в точці, що відстоїть на $r_1 = 3$ см від першого провідника і на $r_2 = 4$ см від другого.

6. Обчислити радіус R кола, що описує протон у магнітному полі з індукцією $B = 15$ мТл, якщо швидкість протона $v = 2$ Мм/с. Маса протона $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг.

7. Усередині соленоїда з кількістю витків $N = 200$ та нікелевим осердям ($\mu = 200$) напруженість однорідного магнітного поля $H = 10$ кА/м. Площа поперечного перерізу осердя $S = 10$ см^2. Визначити: 1) магнітну індукцію B поля усередині соленоїда; 2) потокозчеплення.

8. Струм, що змінюється за законом $I = 3\cos 2t$ (час – у секундах, струм – в амперах), проходить по котушці індуктивністю $L = 40$ мГн. Установити закон зміни і максимальне значення ЕРС самоіндукції.

ВАРІАНТ 7

1. У вершинах правильного шестикутника зі стороною $a = 10$ см розміщені точкові заряди Q, $2Q$, $3Q$, $4Q$, $5Q$, $6Q$ ($Q = 0{,}1$ мкКл). Визначити силу F, що діє на точковий заряд Q, що лежить у площині шестикутника і є рівновіддаленим від його вершин.

2. У центрі сфери радіусом $R = 20$ см розміщений точковий заряд $Q = 10$ нКл. Визначити потік Φ_E вектора напруженості через частину сферичної поверхні площею $S = 20$ см^2.

3. Плоский повітряний конденсатор складається з двох круглих пластин радіусом $r = 10$ см кожна. Відстань d_l між пластинами дорівнює 1 см. Конденсатор зарядили до різниці потенціалів $U = 1{,}2$ кВ і відключили від джерела струму. Яку роботу A потрібно виконати, щоб збільшити відстань між пластинами до $d_2 = 3{,}5$ см?

4. До затискачів батареї акумуляторів приєднаний нагрівач. ЕРС E батареї дорівнює 24 В, внутрішній опір $r = 1$ Ом. Нагрівач, включений у коло, споживає потужність $P = 80$ Вт. Обчислити силу струму I у колі і ККД нагрівача.

5. Визначити магнітну індукцію B поля, створеного прямолінійним відрізком нескінченно довгого провідника, у точці, що є рівновіддаленою від кінців відрізка і знаходиться на відстані $R = 4$ см від його середини. Довжина відрізка провідника $l = 20$ см, а сила струму в ньому $I = 10$ А.

6. Електрон, прискорений різницею потенціалів $U = 6$ кВ, влітає в однорідне магнітне поле під кутом $\alpha = 30°$ до напряму поля і рухається по гвинтовій траєкторії. Індукція магнітного поля $B = 13$ мТл. Визначити радіус R і крок h гвинтової траєкторії.

7. Сила струму в котушці без осердя рівномірно збільшується на 0,1 А за 1 с. Котушка довжиною $l = 0{,}5$ м і діаметром поперечного перерізу $D = 0{,}1$ м має $N = 1\,000$ витків. На котушку щільно насунуте кільце з мідного дроту, площа поперечного перерізу якого $S = 2$ мм^2. Визначити силу струму в кільці, якщо магнітні потоки, що перетинають котушку і кільце, однакові.

8. Визначити енергію магнітного поля соленоїда, що містить $N = 300$ витків, намотаних на картонний каркас радіуса $r = 3$ см і довжиною $l = 6$ см, якщо по ньому проходить струм $I = 4$ А.

ВАРІАНТ 8

1. Дві однакових провідних заряджених кулі розміщені на відстані $r = 60$ см. Сила відштовхування F_1 куль дорівнює 70 мкН. Після того, як кулі привели в зіткнення і потім

віддалили одну від одної на первісну відстань, сила відштовхування зросла і стала дорівнювати F_2 = 160 мкН. Обчислити заряди Q_1 і Q_2, що були на кулях до їхнього зіткнення. Діаметри куль вважати набагато меншими, ніж відстань між ними.

2. Заряджена частинка, прискорена різницею потенціалів U = 600 кВ, набула швидкості v = 5,4 Мм/с. Визначити питомий заряд частинки (відношення заряду частинки до її маси).

3. Конденсатори, ємності яких C_1 = 1 мкФ, C_2 = 2 мкФ, C_3 = 3 мкФ, включені в коло з напругою U = 1,1 кВ. Визначити енергію кожного конденсатора у випадках: 1) послідовного їхнього включення; 2) паралельного включення.

4. При силі струму I_1 = 3 А в зовнішньому колі батареї акумуляторів виділяється потужність P_1 = 18 Вт, при силі струму I_2 = 1 А – відповідно P_2 = 10 Вт. Визначити ЕРС E і внутрішній опір r батареї.

5. Напруженість H магнітного поля в центрі колового витка дорівнює 200 А/м. Магнітний момент витка p_m = 1 А·м^2. Обчислити силу струму I у витку і радіус R витка.

6. Частинка, що несе один елементарний заряд, влетіла в однорідне магнітне поле з індукцією B = 0,5 Тл. Визначити момент імпульсу L частинки під час її руху в магнітному полі, якщо її траєкторія являє собою дугу кола радіусом R = 0,1 см.

7. В однорідному магнітному полі з індукцією B = 0,01 Тл розміщений перпендикулярно лініям індукції прямий провідник довжиною l = 8 см. По провіднику проходить струм силою I = 2 А. Під дією сил поля провідник перемістився на відстань s = 5 см. Визначити роботу A сил поля.

8. Дротяна рамка опором R = 0,01 Ом рівномірно обертається в однорідному магнітному полі з індукцією B = 0,05 Тл. Вісь обертання лежить у площині рамки і перпендикулярна лініям індукції. Площа S рамки дорівнює 100 см^2. Визначити заряд Q, який проходить через рамку за час повороту її на кут $\alpha = 30°$ від $\alpha_0 = 0$ до $\alpha_1 = 30°$ (α – кут між площиною рамки і лініями магнітної індукції).

ВАРІАНТ 9

1. У вершинах правильного трикутника зі стороною a = 10 см розміщені заряди Q_1 = 10 мкКл, Q_2 = 20 мкКл і Q_3 = 30 мкКл. Визначити силу F, що діє на заряд Q_1 з боку двох інших зарядів.

2. Конденсатор електроємністю C_1 = 0,6 мкФ був заряджений до напруги U_1 = 300 В и з'єднаний з другим конденсатором електроємністю C_2 = 0,4 мкФ, зарядженим до напруги U_2 = 150 В. Визначити заряд ΔQ, що переходить з пластин першого конденсатора на другий.

3. Визначити густину струму j у залізному провіднику довжиною l = 10 м, якщо провідник знаходиться під напругою U = 6 В.

4. Сила струму в провіднику опором R = 10 Ом рівномірно убуває від I_0 = 3 А до I = 0 за 30 с. Визначити кількість теплоти Q, що виділилася за цей час у провіднику.

5. Довгий прямий соленоїд із дроту діаметром d = 0,5 мм намотаний на картонний каркас так, що витки щільно прилягають один до одного. Якою є магнітна індукція B усередині соленоїда при силі струму I = 4 А? Товщиною ізоляції нехтувати.

6. Плоский контур, площа S якого дорівнює 300 см^2, розміщений в однорідному магнітному полі з індукцією B = 0,01 Тл. Площина контуру перпендикулярна до ліній індукції. У контурі підтримується незмінний струм силою I = 10 А. Визначити роботу A зовнішніх сили по переміщенню контуру зі струмом в область простору, магнітне поле в якій відсутнє.

7. Електрон рухається в магнітному полі з індукцією B = 0,02 Тл по колу радіусом R = 1 см. Визначити кінетичну енергію електрона (у джоулях і електрон-вольтах).

8. Якою є індукція однорідного магнітного поля, якщо під час видалення з нього кругового мідного провідника довжиною l = 20 см і поперечним перерізом S = 1 мм^2 по ньому проходить заряд Q = 1 мКл?

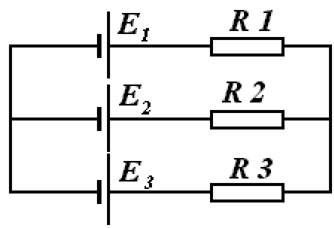
ВАРІАНТ 10

1. Визначити потенціальну енергію системи двох точкових зарядів Q_1 = 100 нКл і Q_2 = 10 нКл, які розміщені на відстані r = 10 см один від одного.

2. Яка різниця потенціалів U потрібна для того, щоб надати швидкості v = 30 Мм/с: 1) електронові; 2) протонові? Обидві частинки перебувають у стані спокою. Маса електрона $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг, маса протона $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг.

3. Сила струму в провіднику опором R = 100 Ом рівномірно зростає від I_0 = 0 до I_{max} = 10 А протягом часу t = 10 с. Яка кількість теплоти Q виділяється в цьому провіднику за цей проміжок часу?

4. Три джерела струму з ЕРС E_1 = 2 В, E_2 = 4 В и E_3 = 6 В і три резистори (R_1 = 4 Ом, R_2 = 6 Ом, R_3 = 8 Ом) з'єднані, як показано на рисунку. Визначити сили струмів у всіх ділянках кола. Внутрішнім опором джерел нехтувати.



5. По двом нескінченно довгим прямим паралельним провідникам, розміщеним на відстані d = 15 см один від одного, у протилежних напрямах проходять струми I_1 = 70 А и I_2 = 50 А. Визначити магнітну індукцію B в точці, що відстоїть на r_1 = 20 см від першого провідника і на r_2 = 30 см від другого.

6. Яка потужність необхідна для того, щоб провідник довжиною l = 40 см переміщати зі швидкістю v = 5 м/с перпендикулярно магнітному полю індукцією B = 10 мТл, якщо по провіднику проходить струм I = 20 А

7. Заряджена частинка влетіла перпендикулярно лініям індукції в однорідне магнітне поле, створене в середовищі. У результаті взаємодії з речовиною частинка, знаходячись у полі, втратила половину своєї первісної енергії. У скільки разів будуть відрізнятися радіуси кривизни R траєкторії початку і кінця шляху?

8. В однорідному магнітному полі рівномірно обертається прямокутна рамка з частотою n = 600 хв$^{-1}$. Вісь обертання лежить у площині рамки і є перпендикулярною до напряму магнітного поля. Амплітуда ЕРС, що індукується в рамці E_0 = 3 В. Яким є середнє значення <Ф> магнітного потоку, що пронизує рамку, за час, за який магнітний потік змінюється від нуля до максимального значення. *Вказівка*. Див. визначення середнього значення функції у Додатку *А*.

4. КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

ОСНОВНІ ЗАКОНИ І ФОРМУЛИ

4.1. Механічні та електромагнітні коливання

- Рівняння гармонічних коливань

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi),$$

де x – зміщення від положення рівноваги; A – амплітуда коливань; $\omega_0 = 2\pi/T = 2\pi\nu$ – кругова (циклічна) частота; $\nu = 1/T$ – частота, T – період коливань; φ – початкова фаза.

- Швидкість і прискорення матеріальної точки, що здійснює гармонічні коливання:

$$v_x = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi); \; a_x = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2 x.$$

- Кінетична T, потенціальна $П$ та повна E енергія точки масою m, що здійснює гармонічні коливання

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\sin^2(\omega_0 t + \varphi), \; \Pi = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\cos^2(\omega_0 t + \varphi),$$

$$E = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2 .$$

- Період коливань математичного маятника довжиною l

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} .$$

- Період коливань пружинного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} ,$$

де m – маса тіла, k – жорсткість пружини.

- Період коливань фізичного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}} ,$$

де J – момент інерції маятника відносно осі коливань, l – відстань між точкою підвісу і центром мас маятника.

- Додавання гармонічних коливань одного напрямку й однакової частоти:

а) амплітуда результуючого коливання

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)};$$

б) початкова фаза результуючого коливання

$$\varphi = arctg\frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}.$$

- Рівняння траєкторії руху точки, яка бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях однакової частоти

$$x = A_1 \cos\omega t,\; y = A_2 \cos(\omega t + \varphi):$$

$$\frac{x^2}{A_1^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2}\cos\varphi + \frac{y^2}{A_2^2} = \sin^2\varphi$$

- Рівняння згасаючих коливань у випадку малого тертя ($\beta < \omega_0$)

$$x = A_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi),$$

де $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – частота згасаючих коливань, β – коефіцієнт згасання,

- Логарифмічний декремент згасання

$$\lambda = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e},$$

де $A(t)$ і $A(t+T)$ – амплітуди двох послідовних коливань, що відповідають моментам часу, які відрізняються на період, $\tau = 1/\beta$ – час релаксації, N_e – кількість коливань, здійснених за час зменшення амплітуди в e раз.

- Добротність коливальної системи

$$Q = \frac{\pi}{\lambda}, \quad \text{якщо } \beta << \omega_0, Q = \frac{\omega_0}{2\beta}.$$

- Закон убування повної енергії системи, що здійснює згасаючі коливання, при малому згасанні ($\beta << \omega_0$)

$$E = E_0 e^{-2\beta t}.$$

- Амплітуда вимушених коливань і резонансна частота

$$A = \frac{F_0 / m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}; \quad \omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}.$$

- Період власних коливань електричного коливального контуру, активний опір якого $R = 0$, індуктивність L, ємність C (формула Томсона)

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

- Закон зміни заряду конденсатора, сили струму та напруги на конденсаторі у коливальному контурі

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

$$I = I_0 \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi/2),$$

$$U = U_0 \cos(\omega t + \varphi),$$

де q_0 – амплітуда коливань заряду, $I_0 = \omega_0 q_0$ – амплітуда коливань сили струму, $U_0 = q_0/C$ – амплітуда коливань напруги на конденсаторі, $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ – власна частота контуру.

- Повна енергія коливального контуру

$$W = \frac{CU_0^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2} = \frac{q_0^2}{2C}\ .$$

- Частота згасаючих електромагнітних коливань

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}\ .$$

4.2. Пружні та електромагнітні хвилі

- Рівняння пружної плоскої хвилі, що поширюється вздовж осі Ox

$$\xi = A cos\,\omega\left(t - \frac{x}{\mathrm{v}}\right) = A cos(\omega t - kx),$$

де ξ – зміщення точок середовища з координатою x у момент часу t; v – фазова швидкість хвилі, $k = 2\pi/\lambda = \omega/\mathrm{v}$– хвильове число, $\lambda = \mathrm{v}T$ – довжина хвилі, T – період коливань.

- Зв'язок різниці фаз $\Delta\varphi$ коливань з відстанню Δx між точками середовища, відрахованою у напрямку поширення хвилі

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = k\Delta x\ .$$

- Швидкість і довжина електромагнітних хвиль у речовині

$$\mathrm{v} = \frac{c}{n},\quad \lambda = \frac{\lambda_0}{n},$$

де $c \approx 3{\cdot}10^8$м/с, λ_0 – швидкість і довжина електромагнітних хвиль у вакуумі, $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ – показник заломлення речовини.

- Рівняння плоскої монохроматичної електромагнітної хвилі, що поширюється уздовж осі *Ox,*

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_\mathrm{m}\cos(\omega t - kx);$$
$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_\mathrm{m}\cos(\omega t - kx),$$

де **E** і **H** – миттєві значення напруженостей відповідно електричного і магнітного полів хвилі на відстані x від джерела випромінювання в момент часу t , $\mathbf{E}_\mathrm{m}$ і $\mathbf{H}_\mathrm{m}$ – амплітуди напруженостей електричного і магнітного полів хвилі; ω – циклічна частота.

- Зв'язок між модулями векторів **E** и **H** у біжучій електромагнітній хвилі

$$\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}E = \sqrt{\mu_0\mu}H\ .$$

- Інтенсивність плоскої електромагнітної хвилі у вакуумі

$$I = \frac{1}{2} c\varepsilon_0 E_m^2$$

Контрольні запитання

1. Вантаж здійснює коливання на пружині. Чи можуть співпадати за напрямом у деякий момент часу вектори: *а*) переміщення і швидкості; *б*) переміщення і прискорення?

2. Вантаж на пружині здійснює гармонічні коливання з частотою ω_0. З якою частотою змінюється з часом кінетична енергія? Потенціальна енергія?

3.Яка різниця фаз між коливаннями зміщення та прискорення у гармонічному осциляторі?

4. Вантаж на пружині здійснює гармонічні коливання. Якою є різниця фаз $\Delta\varphi$ коливань кінетичної і потенціальної енергій?

5. Якими – вимушеними чи автоколиваннями – виявляються наступні коливання: *а*) верхівок дерев, що розгойдуються вітром; *б*) маятника годинника; *в*) крил літака дід дією зустрічного потоку повітря; *г*) мосту від автомобілів, що проїжджають по ньому; *д*) мембрани динаміка; *е*) двигуна автомобіля; *є*) молоточка електричного дзвінка; *ж*) повітря у духових інструментах?

6. *А*) Звук певної частоти поширюється у воді та повітрі. В якому з середовищ є більшою довжина звукової хвилі?
Б) Світло певної частоти поширюється у воді та повітрі. В якому з середовищ є більшою довжина світлової хвилі?

7. Яким фізичним явищем можна пояснити, що літнім вечором звук є значно більш чутним, ніж у жарку сонячну погоду?

8. Як спрямовані вектори **E** і **H** відносно швидкості поширення **v** електромагнітної хвилі? У яких фазах відбуваються коливання векторів **E** і **H** біжучої електромагнітної хвилі?

9. Скільки повних коливань здійснює за секунду вектор напруженості електричного поля електромагнітної хвилі довжиною $\lambda = 0{,}55$ мкм?

10. Чи можна виявити випромінювання електромагнітних хвиль, яке створюється провідником з промисловим змінним струмом частотою 50 Гц? Якою є довжина хвилі при цьому?

11. Чи можуть інтерферувати хвилі, що є поляризованими у взаємно перпендикулярних напрямах?

12. Чи можна додавати хвилі, що є поляризованими у взаємно перпендикулярних напрямах?

13. На що витрачається енергія джерела: а) постійного струму; б) змінного струму?

14. Яку роль відіграє котушка індуктивності у коливальному контурі?

15. Як можна збудити електромагнітні коливання в коливальному контурі?

16. За теорією Максвелла показник заломлення n світла для деякої прозорої речовини і її діелектрична проникність ε пов'язані співвідношенням $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$, або, враховуючи, що для прозорих діелектриків $\mu \approx 1$, $n = \sqrt{\varepsilon}$. Діелектрична проникність води $\varepsilon = 81$.Отже, здавалося б, що $n = 9$. Але добре відомо, що для води $n = 1{,}33$. Як пояснити цей факт?

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

***Приклад**. Точка здійснює коливання за законом $x = A\cos(\omega t + \varphi)$, де $A = 4$ см. Визначити початкову фазу φ, якщо: а) $x(0) = 2$ см, $v_x(0) < 0$; б) $x(0) = -2$ см, $v_x(0) < 0$; в) $x(0) = 2$ см, $v_x(0) > 0$; г) $x(0) = -2$ см, $v_x(0) > 0$. Побудувати векторну діаграму для моменту часу $t = 0$.*

Роз'вязання

Випадок а). Зміщення x є функцією часу t, а саме $x = A\cos(\omega t + \varphi)$, Підставимо в цей закон коливання значення часу $t = 0$. Отримаємо $x(0) = A\cos\varphi$, яке за умовою дорівнює 2 см. Звідси

$$\cos\varphi = x(0)/A = 2/4 = ½.$$

Здавалося б, задача вирішена. Початкова фаза

$$\varphi = \arccos(1/2).$$

Але остання рівність дає два значення φ: або 60°, або 300° .

Тепер задіємо другу умову задачі Знайдемо v_x , проекцію швидкості на вісь X , в нашому випадку одновимірного руху - просто швидкість v:

$$v = dx/dt = (A\cos(\omega t + \varphi))' = -A\omega\sin(\omega t + \varphi),$$

За умовою $v(0) < 0$. Тобто $v(0) = -A\omega\sin\varphi < 0$,

Оскільки амплітуда завжди додатна ($A > 0$), частота теж завжди додатна ($\omega > 0$), то виходить, що

$$\sin\varphi > 0.$$

Але це , в свою чергу, означає, що кут φ може змінюватись тільки в межах

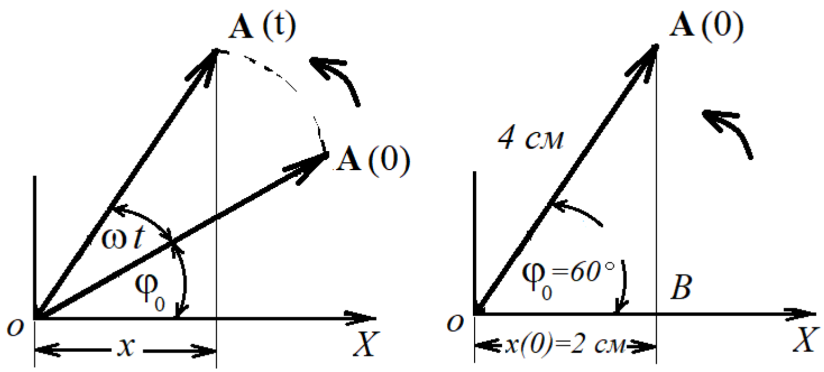
$$0° < \varphi < 180°$$

Таким чином, з двох можливих значень кута φ (або 60°, або 300°) залишається єдине значення

$$\varphi = 60° = \pi/3 \text{ (рад)}.$$

Друга частина питання – побудова векторної діаграми.

Гармонічне коливання може бути представлене графічно за допомогою вектора амплітуди **A**, який обертається навколо точки O (див лівий рисунок)



Вектор **A**, який чисельно дорівнює амплітуді коливань, рівномірно обертається проти стрілки годинника навколо осі *O* , яка перпендикулярна до площини рисунку, з кутовою швидкістю ω.

Якщо в момент часу *t*=0 кут між вектором **A** і віссю Ох дорівнює φ_0 , то проекція *B* кінця цього вектора на вісь *Ox* здійснює гармонічні коливання за законом

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0).$$

Векторна діаграма для випадку $t = 0$, показана на правому рисунку.

Варіанти задачі *б), в), г).* вирішуються аналогічно.

Приклад 4.1. *Матеріальна точка масою m = 5 г здійснює гармонічні коливання з частотою ν = 0,5 Гц. Амплітуда коливань A = 3 см. Визначити:*

1) швидкість υ точки в момент часу, коли зміщення x = 1,5 см; 2) максимальну силу F_{max} *, що діє на точку; 3) повну енергію E точки.*

<u>**Розв'язання.**</u> 1. Рівняння гармонічного коливання має вигляд

$$x = A\cos(\omega t + \varphi), \tag{1}$$

а формулу швидкості одержимо, взявши першу похідну за часом від зміщення:

$$\mathrm{v} = \frac{dx}{dt} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi). \tag{2}$$

Щоб виразити швидкість через зміщення, треба виключити з формул (1) і (2) час *t*. Для цього виразимо з рівнянь (1) і (2):

$$cos(\omega t+\varphi)=\frac{x}{A},\ \ sin(\omega t+\varphi)=-\frac{\text{v}}{A\omega}. \tag{3}$$

Враховуючи, що $sin^2(\omega t+\varphi)+cos^2(\omega t+\varphi)=1$, одержимо

$$\frac{x^2}{A^2}+\frac{\text{v}^2}{A^2\omega^2}=1, \quad \text{або} \quad \frac{x^2}{A^2}+\frac{\text{v}^2}{4\pi^2\nu^2A^2}=1.$$

Розв'язуючи останнє рівняння відносно v, знайдемо

$$\text{v}=\pm 2\pi\nu\sqrt{A^2-x^2}. \tag{4}$$

Виконавши обчислення за цією формулою, дістанемо v = ± 8,2 см/с.

Знак плюс відповідає випадкові, коли напрям швидкості збігається з додатним напрямом осі *Ox*, знак мінус – коли напрям швидкості збігається з від'ємним напрямом осі *Ox*.

2. Силу, що діє на матеріальну точку, визначимо за другим законом Ньютона:

$$F=ma, \tag{5}$$

де a – прискорення точки, яке отримаємо, узявши похідну за часом від швидкості:

$$a=\frac{d\text{v}}{dt}=-A\omega^2 cos(\omega t+\varphi), \quad \text{або} \quad a=-4\pi^2\nu^2 A\,cos(\omega t+\varphi). \tag{6}$$

Підставивши вираз для прискорення у формулу (5), одержимо

$$F=-4\pi^2\nu^2 mA\,cos(\omega t+\varphi). \tag{7}$$

Сила є максимальною, коли $\cos(\omega t+\varphi)=1$, тобто

$$F_{max}=4\pi^2\nu^2 mA. \tag{8}$$

Обчислення дають $F_{\max}$ = 1,49 мН.

3. Повна енергія точки, що коливається, дорівнює сумі кінетичної і потенціальної енергій, обчислених для будь-якого моменту часу.

Найпростіше обчислити повну енергію в момент, коли кінетична енергія досягає максимального значення. У цей момент потенціальна енергія дорівнює нулю. Тому повна енергія E точки дорівнює максимальній кінетичній енергії $T_{\max}$:

$$E=T_{max}=\frac{m\text{v}_{max}^2}{2}. \tag{9}$$

Максимальну швидкість визначимо з формули (2), поклавши $cos(\omega t+\varphi)=1$:

$$\text{v}_{max}=2\pi\nu A. \tag{10}$$

Підставивши (10) у формулу (9), знайдемо

$$E = 2\pi^2 m\nu^2 A^2.$$

Обчислення дають

$$E = 2\cdot 3{,}14^2\cdot 5\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}5^2\left(3\cdot 10^{-2}\right)^2 = 22{,}1\cdot 10^{-6}\,Дж = 22{,}1\,мкДж$$

Приклад 4.2. *Фізичний маятник являє собою тонкий однорідний стержень. Визначити довжину стержня l, якщо частота коливань маятника є максимальною, коли точка підвісу O віддалена від центра мас C на відстань a = 20,2 см.*

<u>Розв'язання</u>. Циклічна частота коливань фізичного маятника

$$\omega = \sqrt{mga/J}\,, \qquad (1)$$

де m – маса маятника, J – момент його інерції відносно осі коливань, a – відстань від центра мас до точки підвісу.

Згідно з теоремою Штейнера момент інерції стержня відносно точки підвісу дорівнює сумі моменту інерції відносно осі, що проходить через центр мас, і добутку маси стержня на квадрат відстані a.

$$J = \frac{ml^2}{12} + ma^2. \qquad (2)$$

Підставивши (2) в (1), одержимо

$$\omega = \sqrt{\frac{12ga}{l^2 + 12a^2}}. \qquad (3)$$

Як видно, частота коливань є функцією відстані a. Умовою максимуму функції $\omega(a)$, як відомо, є рівність нулю першої похідної від $\omega(a)$ за a.

$$\frac{d\omega}{da} = \frac{6g(l^2 - 12a^2)}{(12ga)^{1/2}(l^2 + 12a^2)^{3/2}} = 0$$

звідки

$$l^2 - 12a^2 = 0,$$

отже, довжина стержня $l = 2\sqrt{3}a$. Обчислюючи, одержимо $l = 70$ см.

Приклад 4.3. *Матеріальна точка бере участь одночасно в двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях, рівняння яких* $x = A_1 \sin\omega t, y = A_2 \cos\omega t$*, де A_1 = 2 см, A_2 = 4 см. Визначити рівняння траєкторії точки. Побудувати траєкторію з дотриманням масштабу і вказати напрям руху точки.*

<u>Розв'язання.</u> Наведені в умові рівняння руху являють собою рівняння траєкторії, що задане в параметричній формі. Якщо виключити час t із заданих рівнянь, можна отримати рівняння траєкторії у звичайному вигляді. З першого рівняння випливає, що $\sin\omega t = x/2$ отже

$$\cos\omega t = \pm\sqrt{1 - \sin^2\omega t} = \sqrt{1 - (x^2/4)}.$$

Підставимо у друге рівняння замість cos ω*t* його значення

$$y = \pm 4\sqrt{1-(x^2/4)}.$$

Підносимо до квадрату, одержимо

$$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}=1. \qquad (1)$$

Це рівняння еліпсу, півосі якого дорівнюють відповідним амплітудам коливань (2 і 4 см). Для побудови траєкторії визначимо з рівняння (1) значення *y*, що відповідають певним значенням *x*, і складемо таблицю:

x, см	–2	–1	0	+1	+2
y, см	0	±3,46	±4	±3,46	0

Накресливши координатні осі і вибравши масштаб, нанесемо на площину *xOy* знайдені точки (рис. 4.1). З'єднавши їх плавною кривою, одержимо траєкторію точки, що здійснює коливання відповідно до рівнянь руху.

Визначимо напрям обертання. У початковий момент часу $t = 0$ координати точки дорівнюють $x(0) = 0$ і $y(0) = 4$ см, точка знаходиться у положенні *M*.

У наступний момент часу координата *x* збільшується, а координата *y* зменшується. Отже, рух точки по траєкторії відбувається за годинниковою стрілкою.

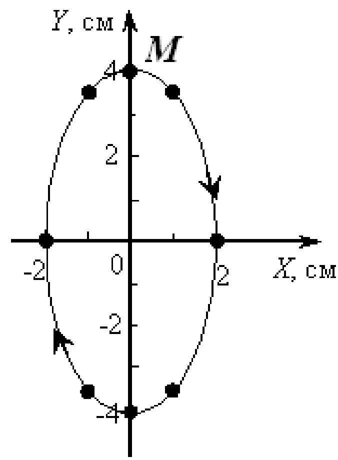


Рис. 4.1.

Приклад 4.4. *Різниця потенціалів на обкладках конденсатора в коливальному контурі змінюється з часом за законом* $U = 100\sin 1000\pi t$ *(t – у секундах, U – у вольтах). Електроємність конденсатора C = 0,5 мкФ. Визначити період власних коливань, індуктивність, енергію контуру і максимальну силу струму, що проходить по котушці індуктивності. Активним опором котушки нехтувати.*

Розв'язання. Напруга на конденсаторі змінюється за гармонічним законом

$$U = U_0 \sin \omega_0 t,$$

де U_0 – амплітудне (максимальне) значення напруги на обкладках конденсатора; ω_0 – власна циклічна частота коливань.

Порівнюючи цей вираз з законом, наданим в умові, визначаємо, що $U_0 = 100$ В, $\omega_0 = 1\,000\,\pi$ с$^{-1}$. Тоді період коливань

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{1000\pi} = 0{,}002 c. \qquad (1)$$

Період власних коливань у контурі визначається формулою Томсона

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

звідки

$$L = \frac{T^2}{4\pi^2 C} = \frac{4\cdot 10^{-6}}{4\cdot 3{,}14^2\cdot 0{,}5\cdot 10^{-6}} = 0{,}16\,Гн. \qquad (2)$$

Повна енергія контуру в будь-який момент часу дорівнює сумі енергій електричного поля в конденсаторі і магнітного поля в котушці індуктивності

$$W = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2}.$$

Під час вільних електромагнітних коливань у контурі відбувається періодичний перехід енергії електричного поля конденсатора в енергію магнітного поля електричного струму. У моменти часу 0, $T/2$, T і т.д. енергія електричного поля максимальна і дорівнює $W_{e\,max} = \frac{CU_0^2}{2}$, а енергія магнітного поля дорівнює нулю. У моменти часу $T/4$, ¾ T, коли напруга на конденсаторі перетворюється в нуль, енергія магнітного поля сягає максимального значення $W_{м\,max} = \frac{LI_0^2}{2}$. Оскільки активний опір контуру дорівнює нулю, повна енергія не витрачається на нагрівання проводів і залишається сталою. З умови

$$\frac{CU_0^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2}$$

можна визначити максимальну силу струму

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{100}{\sqrt{\frac{0{,}16}{0{,}5\cdot 10^{-6}}}} = 0{,}18(A). \qquad (3)$$

Повна енергія контуру

$$W = \frac{CU_0^2}{2} = \frac{0{,}5\cdot 10^{-6}\cdot 10^4}{2} = 2{,}5\cdot 10^{-3}(Дж). \qquad (4)$$

Приклад 4.5. *Тіло здійснює коливання з частотою $\nu = 50$ Гц. Логарифмічний декремент згасання λ дорівнює 0,01. Визначити: 1) час, за який амплітуда коливань тіла зменшиться в 20 разів; 2) кількість повних коливань тіла, щоб відбулося таке зменшення амплітуди.*

<u>Розв’язання</u>. Амплітуда згасаючих коливань

$$A = A_0 e^{-\beta t}, \qquad (1)$$

де A_0 – амплітуда коливань у момент $t = 0$, β – коефіцієнт згасання.

Логарифмічний декремент згасання $\lambda = \beta T$ ($T = 1/\nu$ – умовний період згасаючих коливань). Тоді $\beta = \lambda\nu$ і вираз (1) можна записати у вигляді

$$A = A_0 e^{-\lambda\nu t},$$

звідки шуканий час

$$t = \frac{1}{\lambda\nu} ln\left(\frac{A_0}{A}\right). \qquad (2)$$

Кількість шуканих повних коливань

$$N = t/T = t\nu. \qquad (3)$$

Обчисливши, одержимо 1) $t = 6$ с; 2) $N = 300$.

Приклад 4.6. *Коливальний контур складається з котушки індуктивністю L = 25 мГн, конденсатора ємністю C = 10 мкФ і резистора. Визначити опір резистора, якщо відомо, що амплітуда сили струму в контурі зменшилася в e разів за N_e = 16 повних коливань.*

<u>Розв'язання</u>. Позначимо час, за який амплітуда зменшиться в *e* разів (так званий час релаксації), через τ. За час τ у контурі здійсниться

$$N_\mathrm{e} = \tau/T \qquad (1)$$

коливань. Тут $T = 2\pi / \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – умовний період згасаючих коливань ($\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – власна частота контуру, $\beta = R/(2L)$ – коефіцієнт згасання).

Підставимо в закон убування амплітуди $A = A_0 e^{-\beta t}$ час релаксації τ. Тоді за визначенням амплітуда зменшується в *e* разів

$$A_0 e^{-\beta\tau} = \frac{A_0}{e},$$

або

$$\beta\tau = 1, \tau = \frac{1}{\beta}.$$

Підставляючи вирази для *T* і τ в (1), одержимо

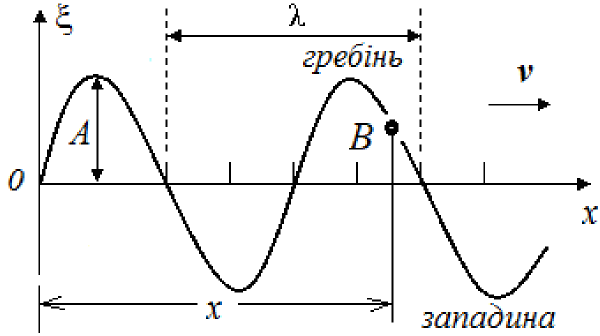
$$N_e = \left(\frac{1}{\beta T}\right) = \left(\frac{2L}{R}\right) \frac{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4L}{R^2 C} - 1}.$$

Звідси шуканий опір:

$$R = 2\sqrt{\frac{L}{C(1 + 4\pi^2 N_e^2)}}. \qquad (2)$$

Після обчислень одержимо $R \approx 1$ Ом.

Приклад. Хвиля з амплітудою коливань A = 0,1 м поширюється в напрямку осі Ox зі швидкістю v = 20 м/с. Дві точки, розміщені на відстанях x_1 = 12 м та x_2 = 15 м від джерела хвиль, коливаються з різницею фаз $\Delta\varphi$ = 0,75 π. 1) Визначити довжину хвилі λ; 2) написати рівняння хвилі; 3) визначити фазу, зміщення, швидкість та прискорення точки B , яка відстоїть на відстані x =25 м від джерела хвиль через t = 4 с від початку коливань



Розв’язання. Відомо, що довжиною хвилі λ називається найменша відстань між точками середовища, які коливаються з різницею фаз 2π. Нехай точки, що знаходяться одна від одної на будь-якій відстані Δx, коливаються з різницею фаз $\Delta\varphi$. Тоді з пропорції

$$\lambda - 2\pi$$
$$\Delta x - \Delta\varphi$$

випливає

$$\lambda = \frac{2\pi\Delta x}{\Delta\varphi} = \frac{2\pi(x_2 - x_1)}{\Delta\varphi}. \qquad (1)$$

Після обчислення маємо

$$\lambda = \frac{2\pi(15-12)}{0{,}75\pi} = 8(\text{м}).$$

Рівняння хвилі, що біжить в напрямку осі Ox має вигляд

$$\xi = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right).$$

Це рівняння визначає зміщення ξ точок середовища, які здійснюють коливання, як функцію їх координат і часу. Тут ξ – зміщення точки, що коливається, x – відстань її від джерела хвиль, v- швидкість поширення хвиль.

Визначимо циклічну частоту ω. Оскільки $\omega = \frac{2\pi}{T}$ та $\lambda = vT$, то

$$\omega = \frac{2\pi v}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot 20}{8} = 5\pi \ (\text{с}^{-1}). \qquad (2)$$

Рівняння хвилі в остаточному вигляді набуває вигляду:

$$\xi = 0{,}1 cos\, 5\pi\left(t - \frac{x}{20}\right), \text{ м.} \qquad (3)$$

Фазу, зміщення, швидкість і прискорення деякої точки можна знайти за допомогою рівняння хвилі (3).

Фаза точки, через яку проходить хвиля, визначається виразом, який стоїть під знаком косинуса.

$$\varphi = 5\pi\left(t - \frac{x}{20}\right) = 13{,}75 \cdot \pi \cdot (\text{рад})$$

Або відкинувши ціле число 2π радіан,

$$\varphi = 1{,}75\ \pi\ (\text{рад}) = 314{,}86\ °.$$

Зміщення визначимо, підставивши в рівняння хвилі числове значення фази

$$\xi = 0{,}1 \cos 314{,}86° = 0{,}071\ (\text{м}).$$

Щоб визначити швидкість *u* певної точки В , візьмемо першу похідну від зміщення ξ за часом

$$u = \frac{d\xi}{dt} = -0{,}5\pi \sin 5\pi\left(t - \frac{x}{20}\right).$$

Підставивши числові значення, отримаємо

$$u = -0{,}5 \cdot 3{,}14 \sin(13{,}75 \cdot 3{,}14) = 1{,}12 \cdot м / с\ .$$

Прискорення знайдемо, взявши першу похідну від швидкості за часом $a = \frac{du}{dt} = -2{,}5\pi^2 \cdot \cos 5\pi(t - \frac{x}{20})$.

Після підстановки числових значень, знайдемо

$$a = -2{,}5 \cdot 9{,}86 \cdot \cos(314{,}86^{\circ}) = -17{,}5(м / с^2)\ .$$

Приклад 4.7. *Плоска хвиля поширюється в напрямку осі Ох зі швидкістю v = 20 м/с. Дві точки, що розміщені на відстанях x_1 =12 м и x_2 = 15 м від джерела хвиль, коливаються з різницею фаз $\Delta\varphi$ = 0,75 π. 1) Визначити довжину хвилі λ; 2) написати рівняння хвилі;3) визначити зміщення зазначених точок у момент часу t = 1,2 с, якщо амплітуда коливань A = 0,1 м.*

Розв'язання. Відомо, що довжиною хвилі λ називається відстань між точками середовища, що коливаються з різницею фаз 2π. Нехай точки, що знаходяться одна від одної на будь-якій відстані Δx, коливаються з різницею фаз $\Delta\varphi$. Тоді з пропорції

$$\lambda - 2\pi$$
$$\Delta x - \Delta\varphi$$

випливає

$$\lambda = \frac{2\pi\Delta x}{\Delta\varphi} = \frac{2\pi(x_2 - x_1)}{\Delta\varphi}. \qquad (1)$$

Після обчислень маємо

$$\lambda = \frac{2\pi(15-12)}{0{,}75\pi} = 8(\text{м}).$$

Рівняння плоскої хвилі, що поширюється в напрямку осі *Ox* має вигляд

$$\xi = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right). \qquad (2)$$

Це рівняння визначає зміщення ξ точок середовища, що здійснюють коливання, як функцію їхніх координат та часу.

Визначимо циклічну частоту ω. Оскільки $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ і $\lambda = vT$, то

$$\omega = \frac{2\pi v}{\lambda} = \frac{2\pi\cdot 20}{8} = 5\pi \ (\text{с}^{-1}) \qquad (3)$$

Рівняння плоскої хвилі для даного випадку набуває вигляду:

$$\xi = 0{,}1\cos 5\pi\left(t - \frac{x}{20}\right), \text{ м}. \qquad (4)$$

Щоб визначити зміщення ξ зазначених в умові точок, досить у рівняння (4) підставити відповідні значення *t* і *x*:

$$\xi_1 = 0{,}1\cos 5\pi\left(1{,}2 - \frac{12}{20}\right) = 0{,}1\cos 3\pi = -0{,}1(\text{м});$$

$$\xi_2 = 0{,}1\cos 5\pi\left(1{,}2 - \frac{15}{20}\right) = 0{,}1\cos 2{,}25\pi = 0{,}071(\text{м}).$$

Приклад 4.8. *У вакуумі вздовж осі Ох поширюється плоска електромагнітна хвиля. Амплітуда напруженості електричного поля хвилі E_m = 5 мВ/м. Визначити середнє за часом значення енергії, що переносить хвиля через площадку S = 1 м^2, розміщену перпендикулярно до напряму поширення хвилі, за час t = 1 с. Якою є амплітуда напруженості H_m магнітного поля хвилі?*

Розв'язання

Середнє за часом значення енергії, що переносить плоска електромагнітна хвиля через одиничну площадку, розміщену перпендикулярно до напряму поширення хвилі, за одиницю часу (інтенсивність хвилі) у вакуумі

,

$$I = \frac{1}{2}c\varepsilon_0 E_m^2 = \frac{1}{2}3\cdot 10^8\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}(5\cdot 10^{-3})^2 = 3\cdot 10^{-8}\text{ (Вт/м}^2\text{)}.$$

Між амплітудами напруженості електричного і магнітного полів біжучої електромагнітної хвилі існує співвідношення

$$E_m\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon} = H_m\sqrt{\mu_0\mu}\,.$$

Отже у вакуумі напруженість магнітного поля

$$H_m = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}E_m = 1{,}2\cdot 10^{-5}\text{ А/м.}$$

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

4.1. Координата матеріальної точки змінюється за законом x = sin ωt, де A = 1 мм, ω = 500 с$^{-1}$. Визначити прискорення a_x точки в момент часу, коли її швидкість v_x = 0,5 м/с. (Відп.: a_x = 0).

4.2. Матеріальна точка бере участь одночасно в двох коливаннях, рівняння яких $x = A\cos\omega t$ та $y = A\sin 2\omega t$. Визначити рівняння траєкторії точки у вигляді $f(x,y) = 0$. (Відп.: $y = \pm 2x\sqrt{(1 - x^2/A^2)}$).

4.3. Тіло здійснює коливання з частотою ω = 314 с$^{-1}$. Логарифмічний декремент згасання коливань λ = 0,01. Визначити: 1) час t_1, за який енергія системи зменшиться у 20 разів; 2) кількість N повних коливань за цей час. (Відп.: t_1 = 3 с.; N = 150).

4.4. Тонкий однорідний стержень довжиною l = 70 см здійснює коливання з частотою ω = 4,93 с$^{-1}$. Визначити відстань a від точки підвісу до центра мас стержня. (Відп.: a = 20,2 см).

4.5. У коливальному контурі (L = 25 мГн, R = 1 Ом) здійснюються коливання з частотою $\omega = 10^3\,\pi$ с$^{-1}$. Визначити ємність конденсатора контуру. (Відп.: C = 4,05 мкФ).

4.6. Плоска хвиля задана рівнянням $\xi = A\sin\omega(t - x/v)$, де A = 1 мм, $\omega = 2\cdot 10^3\,\pi$ с$^{-1}$, v = 332 м/с. Чому дорівнює швидкість частинок і відносна деформація речовини в точці з координатою x_1 = 332 м в момент часу t_1 = 2 с від початку коливань джерела? (Відп.: $\partial\xi/\partial t$ = 6,28 м/с, $\partial\xi/\partial x$ = 1,89 $\cdot 10^{-3}$).

Індивідуальне завдання №4

ВАРІАНТ 1

1. Амплітуда гармонічних коливань точки A = 5 см, амплітуда швидкості v_{max} = 7,85 см/с. Обчислити циклічну частоту ω коливань і максимальне прискорення a_{max} точки.

2. Точка здійснює одночасно два гармонічних коливання однакової частоти, що відбуваються у взаємно перпендикулярних напрямках. Рівняння коливань $x = A \cos \omega t$ і $y = A \cos (\omega t + \varphi)$. Визначити рівняння траєкторії точки у вигляді $f(x,y) = 0$. Прийняти A = 2 см, $\varphi = \pi/2$.

3. Матеріальна точка, маса якої m = 10 г, здійснює гармонічні коливання за законом косинуса з періодом T = 2 с і початковою фазою $\varphi = 0$. Повна механічна енергія точки E = 0,1 мДж. Визначити амплітуду коливань A та закон руху точки. Обчислити максимальне значення F_{max} сили, що діє на точку.

4. Вантаж масою m = 0,5 кг підвішений до спіральної пружини жорсткістю k = 20 Н/м і здійснює пружні коливання в деякому середовищі. Логарифмічний декремент згасання коливань λ = 0,004. Визначити кількість N повних коливань, що може здійснити вантаж, щоб енергія коливань зменшилася в n = 2 рази. За який час Δt відбудеться це зменшення?

5. Плоска гармонічна звукова хвиля збуджується джерелом коливань частотою ν = 200 Гц і поширюється уздовж осі Ox. Амплітуда коливань точок джерела A = 4 мм. Навести рівняння коливань джерела ξ (0,t), якщо в початковий момент часу зміщення точок джерела було максимальним. Визначити зміщення точок середовища, що містяться на відстані x = 100 см від джерела, у момент часу t = 0,1 с від початку коливань джерела. Швидкість звукової хвилі прийняти v = 340 м/с. Згасанням нехтувати.

6. Коливальний контур містить конденсатор ємністю C = 8 пФ і котушку індуктивністю L = 0,5 мГн. Якою є максимальна напруга U_0 на обкладках конденсатора, якщо максимальна сила струму в контурі I_0 = 40 мА?

7. У вакуумі поширюється плоска електромагнітна хвиля, напруженість електричного поля якої описується рівнянням $\mathbf{E} = \mathbf{e}_y E_m \cos (\omega t - kx)$, де $\mathbf{e}_y$ – орт осі Oy, E_m = 160 В/м, k = 0,51 м$^{-1}$. Визначити напруженість магнітного поля $\mathbf{H}$ хвилі в точці з координатою x = 7,7 м у момент часу t = 33 нс від початку коливань джерела.

ВАРІАНТ 2

1. Точка здійснює коливання за законом синуса з періодом T = 12 с. У деякий момент часу зміщення x точки дорівнювало 1 см. Коли фаза коливань збільшилася вдвічі, швидкість v точки стала дорівнювати $\pi/6$ см/с. Визначити амплітуду A коливань.

2. Точка здійснює одночасно два гармонічних коливання однакової частоти, що відбуваються у взаємно перпендикулярних напрямках за рівняннями: $x = A_1 \cos \omega t$ і $y = A_2 \sin \omega t$. Визначити рівняння траєкторії точки у вигляді $f(x,y) = 0$. Прийняти: $A_1 = 3$ см, $A_2 = 1$ см.

3. Матеріальна точка, маса якої $m = 50$ г, здійснює коливання за законом $x = 10\sin(2t + \frac{\pi}{3})$, де x дано в сантиметрах, а аргумент синуса – у радіанах. Визначити максимальні значення сили F_{max}, що повертає точку в положення рівноваги, і кінетичної енергії T_{max}.

4. Амплітуда коливань маятника довжиною $l = 1$ м за час $t = 10$ хв зменшилася в два рази. Визначити логарифмічний декремент λ згасання системи.

5. Плоска синусоїдна звукова хвиля має період $T = 3$ мс, амплітуду $A = 0{,}2$ мм і довжину хвилі $\lambda = 1{,}2$ м. Визначити швидкість точок середовища, віддалених від джерела коливань на відстань $x = 2$ м, у момент часу $t = 7$ мс від початку коливань джерела.. Початкова фаза хвилі дорівнює нулю.

6. Коливальний контур має такі параметри: резонансна частота $\nu_{рез} = 600$ кГц, ємність конденсатора $C = 350$ пФ, активний опір $R = 15$ Ом. Визначити добротність контуру.

7. У вакуумі поширюється плоска електромагнітна хвиля, амплітуда напруженості магнітного поля якої $H_m = 0{,}1$ А/м. Визначити інтенсивність хвилі.

ВАРІАНТ 3

1. Точка, що здійснює гармонічні коливання за законом $x = A \cos (\omega t + \varphi)$ см, у деякий момент часу t_1 має зміщення $x_1 = 4$ см, швидкість $v_{1x} = 5$ см/с і прискорення $a_{1x} = -80$ см/с^2. Визначити амплітуду A и період T коливань точки; фазу коливань $\omega t + \varphi$ у момент часу, що розглядається; максимальні швидкість v_{max} і прискорення a_{max} точки.

2. Точка одночасно здійснює два взаємно перпендикулярних коливання, що виражаються рівняннями $x = A_1 \sin \omega t$ і $y = A_2 \cos \omega(t + \tau)$, де $A_1 = 2$ см, $A_2 = 1$ см, $\omega = \pi$ с$^{-1}$, $\tau = 0{,}5$ с. Визначити рівняння траєкторії точки у вигляді $f(x,y) = 0$.

3. Брусок, маса якого $m = 0{,}5$ кг, лежить на гладкому столі. Він з'єднаний горизонтальною пружиною жорсткістю $k = 32$ Н/м зі стіною . У початковий момент часу пружину стиснули на $x_0 = 1$ см і відпустили. Установити закон руху бруска. Тертям нехтувати.

4. Логарифмічний декремент λ згасання маятника дорівнює 0,01. Визначити кількість N повних коливань маятника до зменшення його амплітуди в 3 рази.

5. Поперечна хвиля поширюється уздовж пружного шнура зі швидкістю $v = 10$ м/с. Амплітуда коливань точок шнура $A = 5$ см, період коливань $T = 1$ с. В початковий момент часу кінець шнура, що є джерелом біжучої хвилі, перебував у положенні рівноваги. Навести рівняння пружної хвилі і визначити: 1) довжину хвилі, 2) фазу коливань, зміщення, швидкість і прискорення точки, що відстоїть

на 9 м від джерела коливань у момент часу t_1 = 2,5 с від початку коливань джерела.

6. На яку довжину хвилі λ буде резонувати контур, що складається з котушки (L = 4 мкГн), конденсатора (C = 111 мкФ) і резистора (R = 10 Ом)?

7. Чому дорівнюють амплітуди напруженості E_m і H_m електричного і магнітного полів плоскої електромагнітної хвилі в повітрі у сфокусованому випромінюванні лазера, де інтенсивність хвилі становить $I = 10^{14}$ Вт/см^2?

ВАРІАНТ 4

1. Точка здійснює коливання за законом $x = A \cos(\omega t + \varphi)$, де A = 4 см. Визначити початкову фазу φ, якщо: а) $x(0)$ = 2 см, $v_x(0) < 0$; б) $x(0)$ = – 2 см, $v_x(0) < 0$; в) $x(0)$ = 2 см, $v_x(0) > 0$; г) $x(0)$ = – 2 см, $v_x(0) > 0$. Побудувати векторну діаграму для моменту часу $t = 0$.

2. Два гармонічних коливання однакових амплітуд і періодів, що напрямлені вздовж однієї прямої, додаються в одне коливання тієї ж амплітуди. Визначити різницю фаз Δφ коливань, що додаються.

3. Цвях забитий у стіну горизонтально. На нього підвішений тонкий обруч, що коливається в площині, паралельній стіні. Радіус обруча R = 30 см. Обчислити період T коливань обруча.

4. Амплітуда згасаючих коливань за час t_1 = 20 с зменшилася в два рази. У скільки разів вона зменшиться за час t_2 = 1 хв?

5. Від джерела коливань поширюється плоска синусоїдна хвиля уздовж осі Ox. Амплітуда хвилі A = 10 см, початкова фаза хвилі дорівнює нулю. Яким буде зміщення точки, віддаленої від джерела на $x = 3/4\ \lambda$, у момент, коли від початку коливань пройшов час $t = 0{,}9\ T$?

6. Індуктивність L коливального контуру дорівнює 0,5 мГн. Якою має бути електроємність C конденсатора, щоб контур резонував на довжину хвилі λ = 300 м?

7. Електромагнітна хвиля з частотою ν = 4 МГц переходить з немагнітного середовища з діелектричною проникністю ε = 3 у вакуум. Визначити збільшення її довжини хвилі.

ВАРІАНТ 5

1. Точка здійснює коливання за законом $x = A \sin(\omega\ t + \varphi)$, де A = 4 см. Визначити початкову фазу φ, якщо: $x(0) = -2\sqrt{3}$ см і $v_x(0) > 0$. Побудувати векторну діаграму для моменту $t = 0$.

2. Визначити значення сили, що повертає систему в положення рівноваги у момент часу t_1 = 1,25 с, і повну механічну енергію E матеріальної точки, маса якої m = 10 г, а коливання здійснюються за законом $x = 0{,}1\cos(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{4})$, м.

3. Тонкий стрижень, що підвішений за кінець, здійснює коливання з такою самою частотою, що й математичний маятник довжиною $l = 1$ м. Чому дорівнює довжина стрижня?

4. Добротність коливальної системи $Q = 3$, частота вільних коливань $\omega = 150$ $с^{-1}$. Визначити власну частоту ω_0 коливань системи.

5. Визначити інтенсивність звуку (Вт/м^2), якщо рівень гучності його $L = 67$ дБ. Інтенсивність звуку на порозі чутності $I_0 = 10^{-12}$ Вт/м^2.

6. У коливальному контурі відбуваються вільні незгасаючі електромагнітні коливання. Максимальний заряд конденсатора $q_0 = 1$ мкКл, максимальна сила струму $I_0 = 10$ А. Визначити довжину хвилі, на яку резонує контур.

7. Електромагнітна хвиля має частоту $\nu = 5{\cdot}10^{14}$ Гц, довжину в деякій речовині $\lambda = 0{,}45$ мкм. Якою є фазова швидкість поширення хвилі в цій речовині? Чому дорівнює показник заломлення речовини? Якою буде довжина хвилі після переходу її в повітря?

ВАРІАНТ 6

1. Максимальна швидкість точки, що здійснює гармонічні коливання, дорівнює 10 см/с, максимальне прискорення 100 см/с^2. Визначити кругову частоту ω коливань, їхній період T і амплітуду A.

2. Додаються два коливання однакового напрямку і періоду: $x_1 = A_1 \sin \omega t$ і $x_2 = A_2 \sin \omega (t + \tau)$, де $A_1 = A_2 = 1$ см; $\omega = \pi$ $с^{-1}$, $\tau = 0{,}5$ с. Визначити амплітуду A и початкову фазу φ результуючого коливання.

3. Айсберг у вигляді прямої призми коливається уздовж вертикальної осі. Визначити період T малих коливань айсберга, якщо висота його надводної частини у стані рівноваги $h = 100$ м.

4. Тіло, маса якого $m = 1$ кг, здійснює коливання під дією пружної сили (жорсткість $k = 10$ Н/м). Визначити коефіцієнт опору r в'язкого середовища, якщо період згасаючих коливань $T = 2{,}1$ с.

5. Звукові коливання з частотою $\nu = 450$ Гц і амплітудою $A = 0{,}3$ мм поширюються в повітрі. Довжина хвилі $\lambda = 80$ см. Чому дорівнює середня енергія, що переноситься хвилею в одиницю часу через одиничну площадку, перпендикулярну напрямку хвилі? Густина повітря $\rho = 1{,}29$ кг/м^3.

6. Ємність конденсатора коливального контуру $C = 7$ мкФ, індуктивність його котушки $L = 0{,}23$ Гн, опір $R = 40$ Ом. Конденсатору надали заряд $q_0 = 0{,}56$ мКл і приєднали його до котушки. Визначити період коливань, логарифмічний декремент згасання і записати закон зміни напруги на конденсаторі в залежності від часу.

7. У коливальному контурі індуктивність котушки можна змінювати від 50 до 500 Гн, а ємність конденсатора від 10 до 1000 пФ. Який діапазон довжин хвиль можна одержати під час настроювання такого контуру?

ВАРІАНТ 7

1. Матеріальна точка, маса якої $m = 10$ г, здійснює гармонічні коливання за законом косинуса з періодом $T = 2$ с і початковою фазою $\varphi = 0$. Повна механічна енергія точки $E = 0{,}1$ мДж. Визначити амплітуду коливань A та навести закон руху точки. Обчислити максимальне значення F_{max} сили, що діє на точку.

2. Математичний маятник довжиною $l_1 = 40$ см і фізичний маятник у вигляді тонкого стрижня довжиною $l_2 = 60$ см синхронно коливаються навколо однієї і тієї ж горизонтальної осі. Визначити відстань від центра мас стрижня до осі коливань.

3. Амплітуда згасаючих коливань маятника за час $t_1 = 5$ хв зменшилася в два рази. За який час t_2 амплітуда зменшиться у вісім разів?

4. Вантаж масою $m = 0{,}5$ кг підвішений на пружині, жорсткість якої $k = 0{,}49$ Н/см, і поміщений в олію. Коефіцієнт опору рухові вантажу в олії $r = 0{,}5$ кг/с. На верхній кінець пружини діє вертикальна змушувальна сила, що змінюється за законом $F = 0{,}98 \sin \omega t$, Н. За якої частоти ω змушувальної сили амплітуда вимушених коливань буде максимальною? Чому вона дорівнює?

5. Визначити швидкість v поширення хвилі в пружному середовищі, якщо різниця фаз $\Delta\varphi$ коливань двох точок середовища, що відстоять одна від одної на $\Delta x = 10$ см, дорівнює $\pi/3$. Частота коливань $\nu = 25$ Гц.

6. Сила струму в коливальному контурі, що містить котушку індуктивністю $L = 0{,}1$ Гн і конденсатор, з часом змінюється за законом $I = 0{,}1 \sin 200\pi t$, А. Визначити: 1) період коливань, 2) ємність конденсатора, 3) максимальну напругу на обкладках конденсатора, 4) максимальну енергію магнітного поля, 5) максимальну енергію електричного поля.

7. У вакуумі уздовж осі Ox поширюється плоска електромагнітна хвиля. Амплітуда напруженості електричного поля хвилі становить 18,8 В/м. Визначити середню енергію, що проходить за $t = 1$ хв через площадку $S = 0{,}5$ м^2 , розміщену перпендикулярно напрямкові поширення хвилі.

ВАРІАНТ 8

1. Визначити максимальні значення швидкості v_{max} і прискорення a_{max} точки, що здійснює гармонічні коливання з амплітудою $A = 3$ см і круговою частотою $\omega = \pi/2$ с$^{-1}$.

2. Матеріальна точка масою $m = 50$ г здійснює коливання, рівняння якого має вигляд $x = A \cos \omega t$, де $A = 10$ см, $\omega = 5$ с$^{-1}$. Визначити силу F, що діє на точку, у двох випадках: 1) у момент часу, коли фаза $\omega t = \pi/3$; 2) у положенні найбільшого зміщення точки.

3. Вантаж підвішений на пружині, жорсткість якої $k = 0{,}1$ Н/м, і занурений у середовище з коефіцієнтом опору $r = 0{,}05$ кг/с. Маса вантажу $m = 1$ кг. Визначити добротність Q коливальної системи.

4. Кулька масою $m = 50$ г коливається на легкій нитці, довжина якої $l = 1$ м. Коефіцієнт опору повітря $r = 0{,}1$ кг/с. Визначити частоту власних коливань ν_0; резонансну частоту коливань $\nu_{рез}$; резонансну амплітуду $A_{рез}$, якщо амплітудне значення змушувальної сили $F_0 = 0{,}01$ Н.

5. Густина деякого двохатомного газу за нормального тиску дорівнює 0,09 кг/м^3 .Визначити швидкість поширення звуку в газі за цих умов.

6. Напруга на обкладках конденсатора коливального контуру змінюється за законом $U = 30 \cos 10^3\pi\, t$, В. Ємність конденсатора $C = 0{,}3$ мкФ. Визначити період T коливань, індуктивність котушки L і установити закон зміни сили струму $I(t)$ у контурі.

7. У вакуумі уздовж осі Ox поширюється плоска електромагнітна хвиля довжиною $\lambda = 31$ м.. Амплітуда напруженості електричного поля хвилі $E_{\mathrm{m}} = 18{,}8$ В/м. Навести рівняння електромагнітної хвилі.

ВАРІАНТ 9

1. Точка здійснює гармонічні коливання. Найбільше зміщення $x_{\max}$ точки дорівнює 10 см, найбільша швидкість $v_{\max} = 20$ см/с. Визначити циклічну частоту ω коливань.

2. В електронному осцилографі електронний промінь відхиляється в двох взаємно перпендикулярних напрямках. Коливання променя описуються рівняннями $x = A \sin 3\omega t$, $y = A \cos 2\omega t$. Побудувати траєкторію світної точки на екрані, дотримуючись масштабу. Прийняти $A = 4$ см.

3. Однорідний диск радіусом $R = 30$ см здійснює коливання навколо горизонтальної осі, що проходить через одну з твірних циліндричної поверхні диска. Визначити період T його коливань.

4. Тіло масою $m = 0{,}1$ кг підвішене на пружині жорсткістю $k = 10$ Н/м. На верхній кінець пружини діє вертикальної змушувальна сила $F = 10^{-3}\cos \omega t$, Н. Коливання відбуваються у в’язкому середовищі. Визначити максимальну силу тертя $F_{\text{т max}}$, що заважає рухові, якщо під час резонансу амплітуда становить $A_{\text{рез}} = 0{,}1$ м.

5. Плоска косинусоїдна звукова хвиля має період $T = 3$ мс, амплітуду $A = 0{,}2$ мм і довжину хвилі $\lambda = 1{,}2$ м. Для точок середовища, віддалених від джерела коливань на відстань $x = 2$ м, визначити зміщення $\xi\ (x,\ t)$ у момент часу $t = 7$ мс від початку коливань джерела.. Початкова фаза хвилі дорівнює нулю.

6. Ємність конденсатора коливального контуру $C = 1$ мкФ, індуктивність його котушки $L = 10$ мГн. Який активний опір R необхідно ввести в контур, щоб частота вільних коливань зменшилася на 0,01%?

7. Електромагнітні хвилі поширюються в однорідному середовищі зі швидкістю $2\cdot 10^8$ м/с. Яку довжину хвилі мають електромагнітні хвилі в цьому середовищі і в вакуумі, якщо їхня частота 1 МГц?

ВАРІАНТ 10

1. Вантаж масою $m = 0{,}1$ кг, що підвішений на спіральній пружині, розтягує її на $\Delta x = 0{,}1$ мм. Яку амплітуду A будуть мати коливання вантажу, якщо повна механічна енергія $E = 1$ Дж?

2. Однорідний диск радіусом $R = 30$ см здійснює коливання навколо горизонтальної осі, що проходить через середину одного з радіусів перпендикулярно до площини диска. Визначити період T його коливань.

3. Вантаж, маса якого $m = 0{,}1$ кг, підвішений на вертикальній пружині жорсткістю $k = 10$ Н/м. Сила опору руху пропорційна швидкості, коефіцієнт пропорційності $r = 0{,}87$ кг/с. Вантаж відхилили на $x_{max} = 2$ см від положення рівноваги і відпустили без поштовху. Записати закон руху вантажу.

4. На гармонічний осцилятор масою $m = 10$ г, що здійснює коливання з коефіцієнтами квазіпружної сили $k = 10^2$ Н/м і згасання $\beta = 1$ с$^{-1}$, діє змушувальна сила $F = 0{,}1 \cos 90\, t$, (сила – у ньютонах, аргумент косинуса – у радіанах). Установити закон, за яким відбуваються коливання. Порівняти значення амплітуди вимушених коливань з амплітудою в резонансі

5. Поперечна хвиля поширюється вздовж пружного шнура зі швидкістю $v =$ 10 м/с. Амплітуда коливань точок шнура $A = 5$ см, період коливань $T = 1$ с. В початковий момент часу кінець шнура, що є джерелом біжучої хвилі, перебував у положенні максимального відхилення від положення рівноваги. Записати рівняння пружної хвилі і визначити: 1) довжину хвилі, 2) фазу коливань, зміщення, швидкість і прискорення точки, що відстоїть на 9 м від джерела коливань у момент часу $t_1 = 2{,}5$ с від початку коливань джерела..

6. Ємність конденсатора коливального контуру $C = 39{,}5$ мкФ, індуктивність його котушки $L = 100$ мГн. У початковий момент часу заряд на обкладках конденсатора $q_0 = 3$ мкКл. Нехтуючи опором контуру, записати рівняння 1) зміни сили струму в контурі в залежності від часу, 2) зміни напруги на конденсаторі в залежності від часу.

7. У вакуумі поширюється плоска електромагнітна хвиля, амплітуда напруженості електричного поля якої $E_m = 160$ В/м. Визначити амплітуду напруженості магнітного поля хвилі.

5. ХВИЛЬОВА ОПТИКА. КВАНТОВА ПРИРОДА ВИПРОМІНЮВАННЯ

ОСНОВНІ ЗАКОНИ І ФОРМУЛИ

5.1. Інтерференція світла

- Швидкість світла в середовищі:

$$v = \frac{c}{n},$$

де c - швидкість світла у вакуумі, n – показник заломлення середовища.

- Оптична довжина шляху світлової хвилі:

$$L = nl,$$

де l – геометрична довжина шляху світлової хвилі в середовищі з показником заломлення n.

- Оптична різниця ходу двох світлових хвиль:

$$\Delta = L_2 - L_1 .$$

- Залежність різниці фаз від оптичної різниці ходу світлових хвиль:

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda_0} ,$$

де λ_0 – довжина світлової хвилі у вакуумі.

- Умова інтерференційних максимумів:

$$\Delta = \pm m\lambda_0 \left(m = 0,1,2,...\right).$$

- Умова інтерференційних мінімумів:

$$\Delta = \pm\left(2m+1\right)\frac{\lambda_0}{2}\left(m = 0,1,2,...\right).$$

- Оптична різниця ходу світлових хвиль, що виникає при відбитті монохроматичного світла від верхньої і нижньої поверхонь тонкої плівки, що розміщена в повітрі:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} \text{, або } \Delta = 2dn\,cos\,r \pm \frac{\lambda_0}{2} ,$$

де d – товщина плівки; n– показник заломлення плівки; i – кут падіння; r – кут заломлення світла в плівці.

- Ширина інтерференційної смуги

$$\Delta x = \frac{l}{d}\lambda_0 ,$$

де d – відстань між двома когерентними джерелами, що містяться на відстані l від екрана, за умови, що $l >> d$.

- Радіуси світлих кілець Ньютона у відбитому світлі:

$$r_m^{max} = \sqrt{(2m-1)R\frac{\lambda_0}{2}}; \quad \left(m = 1,2,3,...\right),$$

де m – номер кільця; R – радіус кривизни лінзи.

- Радіуси темних кілець Ньютона у відбитому світлі:

$$r_m^{min} = \sqrt{mR\lambda}_0 , \qquad (m = 0,1,2,\dots)$$

5.2.Дифракція світла

- Радіус зовнішньої границі m-ої зони Френеля для сферичної хвилі

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}m\lambda} ,$$

де m – номер зони Френеля, λ – довжина хвилі, a і b – відповідно відстані діафрагми з круглим отвором від точкового джерела і від екрана, на якому спостерігається дифракційна картина.

- Умови дифракційних максимумів і мінімумів від однієї щілини, на яку світло падає нормально

$$a\,sin\varphi = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}, \quad a\,sin\varphi = \pm 2m\frac{\lambda}{2}, \quad (m = 1, 2, 3, \ldots),$$

де a – ширина щілини; φ – кут дифракції, m– порядок спектра.

- Кут φ відхилення променів, що відповідає головним максимумам при дифракції світла на дифракційній ґратці, на яку світло падає нормально

$$d\,sin\varphi = \pm m\lambda, \qquad (m = 0,1,2,3,\ldots),$$

де d – період дифракційної ґратки.

- Період дифракційної ґратки

$$d = 1/N_0,$$

де N_0 – число щілин, що приходяться на одиницю довжини ґратки.

- Роздільна здатність дифракційної ґратки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN,$$

де $\Delta\lambda$ – найменша різниця довжин хвиль двох сусідніх спектральних ліній (λ і $\lambda + \Delta\lambda$), за якої ці лінії можуть бути видними роздільно в спектрі, m– порядок спектра; N– повне число щілин ґратки.

- Умова дифракційних максимумів від просторової ґратки (формула Вульфа – Брегга):

$$2d \sin\theta = m\lambda, \quad (m = 1, 2, 3, \ldots)$$

де θ – кут ковзання (кут між напрямком паралельного пучка рентгенівського випромінювання, що падає на кристал, і атомною площиною кристала); d – відстань між атомними площинами кристала.

5.3. Поляризація світла. Взаємодія електромагнітних хвиль з речовиною

- Закон Малюса:

$$I = I_0 \cos^2\alpha,$$

де I_0 – інтенсивність плоскополяризованого світла, що падає на аналізатор; I – інтенсивність світла, що пройшло через аналізатор; α – кут між напрямком коливань електричного вектора світла, що падає на аналізатор, і площиною пропускання аналізатора.

- Закон Брюстера:

$$tg\,i_B = n_{21},$$

де i_B – кут падіння, за якого відбитий від діелектрика промінь є повністю поляризований; n_{21} – відносний показник заломлення другого середовища відносно першого.

- Зв'язок між показником заломлення і діелектричною проникністю речовини

$$n = \sqrt{\varepsilon}\,.$$

- Закон послаблення світла в речовині

$$I = I_0 e^{-\alpha x},$$

де I_0 і I – інтенсивності плоскої монохроматичної світлової хвилі відповідно на вході і виході з шару поглинаючої речовини товщиною x, α – коефіцієнт поглинання.

5.4. Квантова природа випромінювання

- Закон Стефана–Больцмана;

$$R_e = \sigma T^4,$$

де R_e – енергетична світність (інтегральна випромінювальна здатність) абсолютно чорного тіла; σ – стала Стефана-Больцмана; T– термодинамічна температура.

- Закон зміщення Віна:

$$\lambda_m = \frac{b}{T},$$

де λ_m – довжина хвилі, що відповідає максимуму енергії випромінювання; b – стала в законі зміщення Віна.

- Енергія кванта:

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \text{ або } \varepsilon = \hbar\omega,$$

де h – стала Планка; $\hbar$ – стала Планка, ділена на 2π; ν, ω – частота та циклічна частота електромагнітної хвилі.

- Рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту:

$$h\nu = A + T_{max},$$

де $h\nu$ – енергія фотона, що падає на поверхню металу; A – робота виходу електрона з металу; $T_{\max}$ – максимальна кінетична енергія фотоелектрона.

- «Червона межа» фотоефекту:

$$\nu_0 = \frac{A}{h}, \text{ або } \lambda_0 = \frac{hc}{A},$$

де ν_0 – мінімальна частота світла, при якій ще можливий фотоефект; λ_0 – максимальна довжина хвилі світла, при якій ще можливий фотоефект; h – стала Планка; c – швидкість світла у вакуумі.

- Маса та імпульс фотона:

$$m = \frac{h\nu}{c^2}; \qquad p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

- Тиск світла при нормальному падінні на поверхню:

$$p = \frac{E_e(1+\rho)}{c} = w(1+\rho)$$

де $E_e = Nh\nu$ – енергія всіх фотонів, що падають на одиницю поверхні в одиницю часу; w – об'ємна густина енергії випромінювання; ρ – коефіцієнт відбиття.

- Зміна довжини хвилі електромагнітного випромінювання під час комптонівського розсіювання:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - cos\theta) = 2\frac{h}{m_0 c} sin^2\frac{\theta}{2} = 2\lambda_C \, sin^2\frac{\theta}{2},$$

де λ – довжина хвилі фотона, що зустрівся з вільним або слабо зв'язаним електроном; λ' – довжина хвилі фотона, розсіяного на кут θ після зіткнення з електроном; m_0 – маса спокою електрона, $\lambda_C = \frac{h}{m_0 c}$ – комптонівська довжина хвилі, λ_C = 2,43 пм.

Контрольні запитання

1. Які хвилі називаються когерентними? Як отримати когерентні світлові хвилі?
2. Чи можна одержати інтерференційну картину за допомогою прозорої плоскопаралельної пластинки – віконного скла – та сонячного світла?
3. Чи відбувається інтерференція, якщо хвилі не є когерентними?
4. У яких випадках можна вважати, що проходження світла через отвір у перешкоді відбувається вздовж прямолінійних променів?
5. Чи можна збільшити освітленість у деякій точці екрана, якщо на шляху паралельного пучка світла поставити перпендикулярно до нього діафрагму з круглим отвором? Чи не знаходиться таке твердження у протиріччі з законом збереження енергії?
6. Чому для спостереження дифракції світла в лабораторних умовах розміри перешкод мають бути порівняними з довжиною світлової хвилі?
7. Паралельний світловий пучок падає на діафрагму з отвором радіусом 5 мм. На яку приблизно відстань слід віддалити екран для спостереження, щоб на ньому чітко спостерігалася дифракційна картина?
8. Чи можливо спостерігати дифракцію світла від непрозорих тіл, розміри яких є значно більшими, ніж довжина світлової хвилі?
9. Навіщо для спостереження дифракції світла після дифракційної гратки ставлять збиральну лінзу?
10. Чи залежить положення головних максимумів дифракційної гратки від кількості штрихів гратки?

11. Чи можна згасити промінь природного світла за допомогою поляроїда? Чи можна згасити промінь природного світла, що був відбитий від поверхні води?
12. На плоске дзеркало падає промінь світла. Чи можливий випадок, коли відбитого променя не буде?
13. Як пояснити виникнення райдуги? Чому зовнішня смуга райдуги завжди є червоною?
14. Як спостерігався б схід Сонця, якби розсіяння і поглинання світла не було б, а дисперсія світла залишилася?
15. Чому рентгенівські трубки працюють під високою напругою?
16. Чи залежить довжина хвилі , на яку припадає максимум спектральної густини енергетичної світності, від властивостей поверхні тіла?
17. Як обгрунтувати закон Кірхгофа, спираючись на другий закон термодинаміки?
18. Чи залежить енергія, що випромінює нагріте тіло, від температури оточуючого середовища?
19. Внаслідок чого зменшується частота рентгенівського кванта під час його зіткнення з вільним електроном (ефект Комптона)?
20. Чому ефект Комптона не спостерігається для електромагнітних хвиль видимого діапазону?

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

Приклад 5.1. *На скляний клин (n = 1,5) з малим кутом нормально до його грані падає паралельний пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі* λ_0 = *0,5 мкм. Число інтерференційних смуг, що виникають на відрізку довжиною* l = *0,8 см, становить* $k = 10$. *Визначити кут* α *між боковими гранями клина.*

Розв'язання. У відбитому від клина світлі (рис. 5.1) виникає інтерференційна картина за рахунок накладання двох плоских хвиль (пучку паралельних променів відповідає плоска хвиля), відбитих від верхньої та нижньої поверхонь клина. Далі для зручності будемо користуватися поняттям «промінь світла».

За умовою кут падіння променів дорівнює нулю, тоді і кут заломлення, і кут відбивання теж дорівнюють нулю.

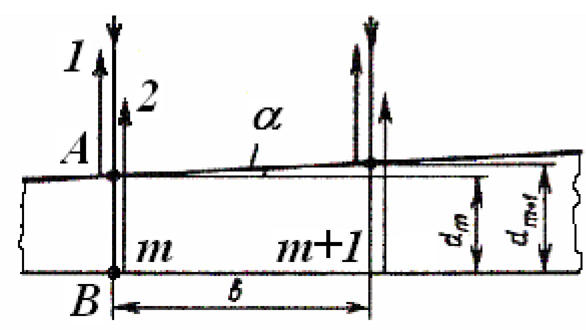


Рис. 5.1.

Один з променів падаючого пучка (*1*) безпосередньо відбивається вгору в точці *A*. Інший промінь (*2*) спочатку входить у скло і поширюється в ньому, потім відбивається від нижньої поверхні в точці *B*, йде назад і виходить назовні теж в точці *A*. Таким чином промінь (*2*) двічі пройшов відстань *d* у склі з показником заломлення *n,* і різниця оптичних довжин шляхів відбитих хвиль становить $2dn$.

Слід тепер врахувати зміну фази хвилі при відбиванні. В точці *A* на межі поділу «повітря-скло» відбувається відбивання від оптично більш густого середовища. У цьому випадку фаза змінюється на π, що відповідає додатковій різниці ходу у половину довжини хвилі в вакуумі $\lambda_0/2$. В точці *B* на межі поділу «скло-повітря» хвиля відбивається від оптично менш густого середовища, так що зміни фази не відбувається. Остаточно для різниці ходу (1) та (2) променів маємо

$$\Delta = 2dn + \frac{\lambda_0}{2}, \qquad (1)$$

Як видно з формули (1), різниця ходу інтерферуючих променів буде визначатися товщиною скла *d*. Звідси випливає, що всім точкам поверхні клина однакової товщини відповідає одна й та сама інтерференційна картина. Залежно від величини оптичної різниці ходу променів виникатимуть темні або світлі смуги в тих місцях, для яких величина *d* має постійне значення. Такі інтерференційні смуги називають «смугами рівної товщини», і вони для клина мають вигляд прямих, паралельних ребру клина.

Темні смуги (мінімуми освітленості) з’являються на тих ділянках клина, для яких оптична різниця ходу Δ відбитих хвиль є кратною непарному числу половин довжин хвиль у вакуумі:

$$\Delta = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots). \qquad (2)$$

Підставляючи (2) в (1), одержуємо умову розташування *m*-ої темної смуги

$$2d_m n + \frac{\lambda_0}{2} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}, \qquad (3)$$

Після спрощення

$$2d_m n = m\lambda_0,$$

звідки

$$d_m = m\lambda_0/(2n). \qquad (4)$$

Місце розташування наступної $(m + 1)$-ої темної смуги визначається аналогічно

$$d_{m+1} = (m+1)\lambda_0/(2n).$$

На рис.5.1. d_m – товщина клина в тому місці, в якому спостерігається темна смуга з номером *m*, d_{m+1} – відповідно з номером $(m+1)$, *b* – відстань між сусідніми темними смугами, α – заломлюючий кут клина. З рис. 5.1 видно, що

$$tg\alpha = \frac{d_{m+1} - d_m}{b}. \qquad (5)$$

За умовою відстань між сусідніми темними смугами $b = l/k$. Внаслідок малості кута $\mathrm{tg}\,\alpha \approx \alpha$, тому, підставивши у формулу (5) товщини d_m та d_{m+1}, одержимо

$$\alpha \approx \frac{(m+1)\lambda_0 - m\lambda_0}{2(l/k)n} = \frac{\lambda_0 k}{2nl} = 2{,}01 \cdot 10^{-4}\, рад\,, \qquad (6)$$

або в кутових секундах $\alpha = 41{,}44''$.

Приклад 5.2. *На дифракційну ґратку нормально до її поверхні падає монохроматичне світло з довжиною хвилі λ = 0,55 мкм. На екрані, розміщеному паралельно ґратці і віддаленому від лінзи на відстань L = 1 м, спостерігається дифракційна картина (рис. 5.2). Перший головний максимум спостерігається на відстані l = 12 см від центрального. Визначити: 1) період дифракційної ґратки; 2) кількість штрихів на 1 см її довжини; 3) загальне число головних максимумів, які одержані за допомогою цієї ґратки; 4) кут дифракції, що відповідає останньому максимуму.*

Розв'язання. На рисунку штрихами схематично зображена дифракційна ґратка (*ДГр*). Паралельно ґратці розміщена збиральна лінза *(Л)*, у фокальній площині якої поставлений екран. Залежність інтенсивності світла на екрані від кута дифракції зображується у вигляді максимумів і мінімумів, що чергуються.. Умова головних максимумів дифракційної ґратки:

$$d \sin\varphi = \pm m\lambda\,, \qquad (1)$$

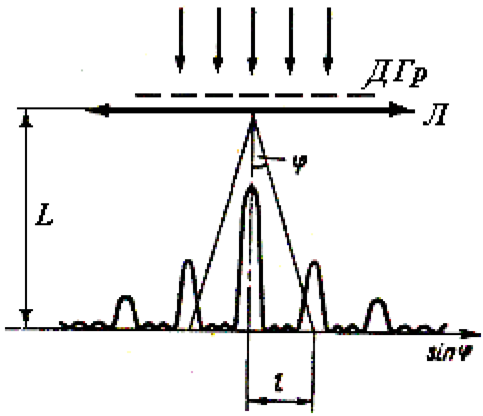


Рис. 5.2

де d – період дифракційної ґратки; φ – кут відхилення променів від напряму поширення світла; m – порядок головного дифракційного максимуму (за умовою задачі $m = 1$); λ – довжина хвилі падаючого на ґратку світла. З рисунка випливає, що $\operatorname{tg}\varphi = l/L$. Оскільки за даних умов $l << L$, то для малих кутів $tg\,\varphi \approx \sin\varphi$.

Тоді вираз (1) можна записати у вигляді

$$dl/L = m\lambda,$$

звідки

$$d = m\lambda L/l.$$

Кількість штрихів на $l_1 = 1$ см довжини гратки

$$n = l_1/d.$$

Для визначення загальної кількості головних максимумів, що утворюються дифракційною ґраткою, виходимо з умови, що максимальний кут φ відхилення променів від нормального напрямку поширення не може перевищувати 90°. Оскільки sin 90º = 1, то формула (1) набере вигляду

$$m_{max} \le \frac{d}{\lambda}\,.$$

Природно, що число m має бути цілим.

Загальна кількість максимумів дорівнює

$$N = 2m_{\max} + 1,$$

оскільки максимуми спостерігаються як вліво, так і вправо від центрального максимуму. Одиниця враховує центральний максимум.

Кут дифракції, що відповідає останньому максимуму, визначимо, записавши умову (1) у вигляді

$$d \sin\varphi_{\max} = m_{\max} \lambda,$$

звідки

$$\varphi_{max} = arcsin\frac{m_{max}\lambda}{d}.$$

Обчислюючи, одержимо: 1) d = 4,58 мкм; 2) $n = 2{,}18\cdot10^3$ см$^{-1}$; 3) N = 17; 4) $\varphi_{\max} = 73{,}9^\circ$.

Приклад 5.3. *Пучок природного світла падає на поліровану поверхню скляної пластини, що занурена в рідину. Відбитий від пластини пучок світла утворює кут φ = 97° з падаючим пучком і є цілком поляризованим (рис. 5.3). Визначити: 1) показник заломлення n_1 рідини; 2) кут заломлення.*

Розв'язання. При падінні світла на границю поділу двох діелектриків відбитий і заломлений промені виявляються частково поляризованими. У відбитому промені переважають коливання, перпендикулярні до площини падіння (на рис. 5.3 ці коливання позначені крапками), у заломленому промені – коливання, паралельні площині падіння (на рис.5.3. вони зображуються двосторонніми стрілками).

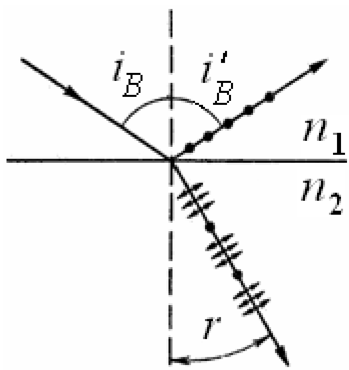


Рис. 5.3.

Відповідно до закону Брюстера пучок світла, відбитий від діелектрика, є максимально поляризованим у тому випадку, якщо тангенс кута падіння дорівнює відносному показникові заломлення

$$tgi_B = n_{21} = \frac{n_2}{n_1},$$

де i_B – кут падіння (кут Брюстера), n_{21} – відносний показник заломлення другого середовища (скла) відносно першого (рідини), $n_{21} = n_2/n_1$.

За законом відбивання світла кут падіння дорівнює куту відбивання, тому $i_B = i'_B = \varphi/2$ і, отже,

$$tg\frac{\varphi}{2} = \frac{n_2}{n_1},$$

звідки

$$n_1 = \frac{n_2}{tg(\varphi/2)}.$$

Підставимо з таблиць для скла $n_2 = 1{,}5$, зробимо обчислення, одержимо абсолютний показник заломлення рідини $n_1 = 1{,}33$.

Щоб визначити кут заломлення r, покажемо, що в разі падіння світла на границю поділу під кутом Брюстера відбитий і заломлений промені взаємно перпендикулярні.

Закон заломлення світла

$$\frac{\sin i_B}{\sin r} = n_{21}$$

поєднаємо з законом Брюстера, отримаємо

$$tg i_B = \frac{\sin i_B}{\cos i_B} = n_{21} = \frac{\sin i_B}{\sin r},$$

звідки

$$\cos i_B = \sin r,$$

і отже,

$$i_B + r = \pi/2.$$

Але за законом відбивання світла

$$i'_B = i_B.$$

Тому

$$i_B' + r = \pi/2$$

і, як видно з рисунка, у цьому разі відбитий і заломлений промені теж утворюють між собою кут $\pi/2$.

Тоді кут заломлення визначити просто

$$r = 90° - i_B = 41°\,30'.$$

Приклад 5.4. *У скільки разів збільшується потужність випромінювання абсолютно чорного тіла, якщо максимум енергії випромінювання зміщується від червоної границі видимого спектра ($\lambda_ч$ = 0,76 мкм) до його фіолетової границі ($\lambda_ф$ = 0,4 мкм)?*

Розв'язання. Потужність випромінювання абсолютно чорного тіла

$$P = R_e S,$$

де R_e – енергетична світність абсолютно чорного тіла; S – площа поверхні тіла, що випромінює.

Відповідно до закону Стефана – Больцмана

$$R_e = \sigma T^4, \tag{1}$$

де $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \text{Вт}/\left(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4\right)$ – стала Стефана – Больцмана.

Для червоної і фіолетової границь видимої області спектра відповідно

$$P_ч = \sigma T_ч^4 S, \qquad P_ф = \sigma T_ф^4 S.$$

Щоб визначити температуру T, скористаємося законом зміщення Віна: довжина хвилі λ_m, яка відповідає максимальному значенню випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла, обернено пропорційна його температурі:

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}, \tag{2}$$

де $b = 2{,}9 \cdot 10^{-3} \, м \cdot К$ – стала в законі зміщення Віна.

Тоді за формулою (2) температури, що відповідають червоній і фіолетовій границям видимої області спектра:

$$T_ч = \frac{b}{\lambda_ч}, \; T_ф = \frac{b}{\lambda_ф}. \tag{3}$$

З формул (1) і (3) визначимо відношення потужностей

$$n = \frac{P_ф}{P_ч} = \frac{\sigma S (b/\lambda_ф)^4}{\sigma S (b/\lambda_ч)^4} = \left(\frac{\lambda_ч}{\lambda_ф}\right)^4. \tag{4}$$

Обчислюючи, одержимо $n \approx 13$.

Приклад 5.5. *На зачорнену поверхню нормально падає монохроматичне світло з довжиною хвилі λ = 0,65 мкм, утворюючи тиск $p = 0{,}5 \cdot 10^{-5}$ Па. Визначити концентрацію фотонів поблизу поверхні і число фотонів, що падають на площу 1 м^2 за 1 с.*

Розв'язання. Тиск світла при нормальному падінні на поверхню з коефіцієнтом відбиття ρ обчислюється за формулою

$$p = \frac{E_e}{c}(1+\rho), \tag{1}$$

де E_e – енергетична освітленість, тобто енергія всіх фотонів, що падають в одиницю часу на одиницю поверхні, $E_e = Nh\nu$; N – число фотонів, що падають щосекунди на одиницю площі поверхні, c – швидкість світла у вакуумі; ρ – коефіцієнт відбиття поверхні, у даному випадку поверхня зачернена і повністю поглинає фотони без їх відбиття, $\rho = 0$.

Оскільки $\nu = c/\lambda$, то $p = Nh(1 + \rho)/\lambda$, звідси число фотонів, що падають щосекунди на одиницю площі поверхні

$$N = \frac{p\lambda}{(1+\rho)h}. \tag{2}$$

За час Δt до елемента площі ΔS долетять ті фотони, що відстоять від поверхні тіла не більш, ніж на $c \cdot \Delta t$, тобто які містяться в об'ємі циліндра з основою ΔS і висотою $c \cdot \Delta t$. Число цих фотонів дорівнює $N_1 = n\Delta S c \Delta t$., де n – концентрація фотонів (число фотонів в одиниці об'єму). Для ΔS = 1 м^2 і Δt = 1 с, маємо

$$N = nc. \tag{3}$$

З (2) і (3) одержуємо шукану концентрацію фотонів

$$n = \frac{p\lambda}{(1+\rho)hc}.$$

Підставимо числові дані і визначимо: $N = 4{,}8 \cdot 10^{21}$ с$^{-1}$м$^{-2}$; $n = 1{,}6 \cdot 10^{13}$ м$^{-3}$.

Приклад 5.6. *Визначити максимальну швидкість* v_{max} *фотоелектронів, що вириваються з поверхні срібла: 1) ультрафіолетовим випромінюванням з довжиною хвилі λ_1 = 155 нм; 2) γ-випромінюванням з довжиною хвилі λ_2 = 1 пм.*

Розв'язання. Максимальну швидкість фотоелектронів можна визначити з рівняння Ейнштейна для фотоефекту:

$$\varepsilon = A + T_{max}, \tag{1}$$

де ε – енергія фотонів, що падають на поверхню металу; A – робота виходу електрона з металу; яку знаходимо з таблиць, для срібла A = 4,47 еВ, T_{max}– максимальна кінетична енергія фотоелектронів.

Енергія фотона обчислюється за формулою

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \tag{2}$$

де h – стала Планка; c – швидкість світла у вакуумі; λ – довжина хвилі.

Кінетична енергія електрона може бути виражена або за класичною

$$T = \frac{m_0 \mathrm{v}^2}{2}, \tag{3}$$

або за релятивістською формулою

$$T = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right) \tag{4}$$

в залежності від того, яка швидкість надається фотоелектрону.

Швидкість фотоелектрона залежить від енергії фотона, що викликає фотоефект, Якщо енергія ε фотона набагато менше енергії спокою E_0 електрона, може бути застосована формула (3). Якщо ж енергія фотона ε порівняна за величиною з E_0, то обчислення за формулою (3) приводять до грубої помилки, треба користуватися формулою (4).

Обчислимо енергію фотона першого випромінювання – ультрафіолетового

$$\varepsilon_1 = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1{,}55 \cdot 10^7}\text{ Дж} = 1{,}28 \cdot 10^{-18}\text{ Дж},$$

або

$$\varepsilon_2 = \frac{1{,}28 \cdot 10^{-18}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} eB = 8 \text{ еВ}.$$

Отримана енергія фотона (8 еВ) набагато менше, ніж енергія спокою електрона (0,51 МеВ), отже, для даного випадку кінетична енергія фотоелектрона у формулі (1) може бути виражена за класичною формулою (3):

$$\varepsilon_1 = A + \frac{m_0 v_{max1}^2}{2},$$

звідки

$$v_{max1} = \sqrt{2(\varepsilon_1 - A)/m_0}. \qquad (5)$$

Підставивши значення величин у формулу (5), знайдемо

$$v_{max1} = \sqrt{\frac{2(8-4{,}47)1{,}6\cdot 10^{-19}}{9{,}11\cdot 10^{-31}}}\,м/с = 1{,}11\cdot 10^{6}\text{ м/с}.$$

Тепер розглянемо другий випадок. Обчислимо енергію фотона γ -випромінювання

$$\varepsilon_2 = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{10^{-12}}\,Дж = 1{,}99\cdot 10^{-13}\text{ Дж},$$

або у позасистемних одиницях:

$$\varepsilon_2 = \frac{1{,}99\cdot 10^{-13}}{1{,}6\cdot 10^{-19}}\text{еВ} = 1{,}24\cdot 10^{6}\text{еВ} = 1{,}24\text{ МеВ}.$$

Робота виходу електрона (4,47 еВ) є дуже малою у порівнянні з енергією γ-фотона ($\varepsilon_2 = 1{,}24$ МеВ), тому за рівнянням Ейнштейна можна прийняти, що максимальна кінетична енергія електрона дорівнює енергії γ-фотона:

$$T_{max2} = \varepsilon_2 = 1{,}24\text{ МеВ}.$$

Оскільки в даному випадку кінетична енергія електрона більше за його енергію спокою, для обчислення швидкості електрона слід взяти релятивістську формулу кінетичної енергії (4). З цієї формули знайдемо

$$\beta = \frac{\sqrt{(2E_0 + T)T}}{E_0 + T}.$$

Враховуючи, що $v = c\beta$ і $T_{max} = \varepsilon_2$, одержимо

$$v_{max2} = c\frac{\sqrt{(2E_0 + \varepsilon_2)\varepsilon_2}}{E_0 + \varepsilon_2}.$$

Зробимо розрахунки. Оскільки енергія стоїть у чисельнику і знаменнику дробу, її значення можна підставити у будь-яких одиницях, бо вони скорочуються. Зручно це зробити в електронвольтах:

$$v_{max2} = 3\cdot 10^{8}\frac{\sqrt{(2\cdot 0{,}51 + 1{,}24)\cdot 1{,}24}}{0{,}51 + 1{,}24}\,м/с = 2{,}87\cdot 10^{8}\text{ м/с}.$$

Приклад 5.7. *Кут розсіювання фотона з енергією ε = 1,2 МеВ на вільному електроні θ = 60°. Визначити довжину хвилі λ′ розсіяного фотона, кінетичну енергію T и імпульс p електрона віддачі.*

Розв'язання. Зміна довжини хвилі фотона під час комптонівського розсіювання дорівнює

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}\left(1 - cos\theta\right) = \lambda_C\left(1 - cos\theta\right), \qquad (1)$$

де λ і λ′ – довжини хвиль падаючого і розсіяного фотонів; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ $Дж \cdot с$ – стала Планка; $m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31}$ $кг$ – маса спокою електрона; $c = 3 \cdot 10^8$ $м/с$ – швидкість світла у вакуумі; $\lambda_C = 2{,}43 \cdot 10^{-12}$ м – комптонівська довжина хвилі; θ – кут розсіювання.

З формули (1) знаходимо

$$\lambda' = \lambda + \lambda_C\left(1 - cos\theta\right).$$

Виразимо довжину хвилі λ падаючого випромінювання через енергію ε фотона: $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$, тоді $\lambda = \frac{hc}{\varepsilon}$. Одержуємо відповідь на перше запитання

$$\lambda' = \frac{hc}{\varepsilon} + \lambda_C\left(1 - cos\theta\right). \qquad (2)$$

Кінетична енергія електрона віддачі за законом збереження енергії

$$T_e = \varepsilon - \varepsilon' = h(\nu - \nu')$$

Виразимо зміну довжини хвилі через зміну частоти:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu} = \frac{c\left(\nu - \nu'\right)}{\nu\nu'}.$$

З урахуванням (1) можна написати:

$$\nu - \nu' = \frac{h\nu\nu'}{m_0 c^2}\left(1 - cos\theta\right). \qquad (3)$$

Умножимо вираз (3) на h та врахуємо, що $h\nu = \varepsilon$, $h\nu' = \varepsilon'$, $m_0 c^2 = E_0$. (E_0 = 0,51 МеВ = $0{,}82 \cdot 10^{-13}$ Дж – енергія спокою електрона). Отримаємо $\varepsilon - \varepsilon' = \frac{\varepsilon\varepsilon'}{E_0}\left(1 - cos\theta\right)$. Виразимо з останнього рівняння ε′ і підставимо цей вираз у перетворену формулу (3): $T = \frac{\varepsilon\varepsilon'}{E_0}\left(1 - cos\theta\right)$. Одержимо відповідь на друге питання задачі

$$T_e = \frac{\varepsilon^2\left(1 - cos\theta\right)}{E_0 + \varepsilon\left(1 - cos\theta\right)}, \qquad (4)$$

Релятивістський імпульс електрона

$$p_e = \frac{1}{c}\sqrt{T_e\left(T_e + 2E_0\right)}. \qquad (5)$$

Підставляючи числові значення у формули (2), (4) і (5), одержуємо:

$$\lambda_2 = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\,\text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8\,\text{м/с}}{1{,}92 \cdot 10^{-13}\,\text{Дж}} + 2{,}43 \cdot 10^{-12}\left(1 - 0{,}5\right)\text{м} = 2{,}25 \cdot 10^{-12}\,\text{м};$$

$$\text{Т} = \frac{\left(1{,}2\right)^2 \cdot 0{,}5}{0{,}511 + 1{,}2 \cdot 0{,}5}\,\text{МеВ} = 0{,}648\text{М,6} \;= 1{,}04 \cdot 10^{-13}\,\text{Дж}.$$

$$\text{p}_\text{e} = \frac{1}{3 \cdot 10^8\,\text{м/с}}\sqrt{1{,}04 \cdot 10^{-13}\,\text{Дж}\left(1{,}04 + 2 \cdot 2 \cdot 0{,}82\right) \cdot 10^{-13}\,\text{Дж}} = 5{,}55 \cdot 10^{-22}\,\text{кг} \cdot \text{м/с}$$

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ’ЯЗАННЯ

5.1. На скляний клин (n = 1,5) з кутом 4′ між поверхнями нормально падає паралельний пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі λ_0 = 0,698 мкм. Визначити відстань між двома сусідніми інтерференційними смугами у відбитому світлі. (Відп.: 0,2 мм).

5.2.. На дифракційну ґратку з 300 штрихами на 1 мм нормально до її поверхні падає монохроматичне світло з довжиною хвилі λ = 0,644 мкм. Визначити кут між напрямами на максимуми першого і другого порядків. (Відп.: 12°).

5.3. Кут повної поляризації (кут Брюстера) для пучка природного світла, що падає на поверхню кристала кам’яної солі, $i_\text{В}$ = 57°. Визначити граничний кут повного відбивання на межі кристала з повітрям. (Відп.: 40,5°).

5.4. Потужність, яку необхідно підводити для підтримання незмінної температури розплавленого срібла, становить 19,7 Вт. Вважаючи срібло абсолютно чорним тілом, визначити температуру розплаву. Площа поверхні срібла 1.5 см^2. Втратами енергії нехтувати. (Відп.: 961°С).

5.5. Яка частка η енергії фотона витрачена на роботу виривання електрона, якщо червона межа фотоефекту $\lambda_\text{ч}$ = 300 нм і максимальна кінетична енергія фотоелектрона $E_{k\max}$ =1 еВ. (Відп.: 0,81).

5.6. Густина потоку енергії випромінювання Сонця на поверхні Землі становить біля 1,3 кВт/м^2. Вважаючи для спрощення, що випромінювання Сонця є монохроматичним з довжиною хвилі λ = 0,555 мкм, визначити концентрацію фотонів. (Відп.: 1,21·10^{13} 1/м^3)

Індивідуальне завдання №5

ВАРІАНТ 1.

1. У скільки разів збільшиться відстань між сусідніми інтерференційними смугами на екрані в досліді Юнга, якщо зелений світлофільтр ($\lambda_1 = 500$ нм) замінити червоним ($\lambda_2 = 650$ нм)?

2. На грань кристала кам'яної солі падає паралельний пучок рентгенівського випромінювання ($\lambda = 147$ пм). Визначити відстань d між атомними площинами кристала, якщо дифракційний максимум другого порядку спостерігається, коли випромінювання падає під кутом $\theta = 31° \ 30'$ до поверхні кристала.

3. Природне світло проходить через поляризатор і аналізатор, які встановлені так, що кут між їх площинами дорівнює φ. Як поляризатор, так і аналізатор поглинають і відбивають 8 % падаючого на них світла. Виявилося, що інтенсивність світла, яке вийшло з аналізатора, складає 9 % інтенсивності природного світла, що падає на поляризатор. Визначити кут φ.

4. Світло з довжиною хвилі $\lambda = 600$ нм нормально падає на дзеркальну поверхню і чинить на неї тиск $p = 4$ мкПа. Визначити число N фотонів, які падають за час $t = 10$ с на площу $S = 1$ мм^2 цієї поверхні.

5. При фотоефекті з платинової пластинки електрони повністю затримуються різницею потенціалів $U = 0{,}8$ В. Визначити довжину хвилі λ застосованого випромінювання і граничну довжину хвилі λ_0, при якій ще можливий фотоефект.

6. Зачорнена кулька охолоджується від температури $T_1 = 300$ К до $T_2 = 200$ К. Вважаючи поверхню кульки абсолютно чорною, визначити на скільки змінилася довжина хвилі λ_{max}, що відповідає максимуму спектральної густини енергетичної світності?

7. Якою була довжина хвилі λ рентгенівського випромінювання, якщо при комптонівському розсіянні цього випромінювання плиткою графіту під кутом $\theta = 60°$ довжина хвилі розсіяного випромінювання виявилася $\lambda' = 25{,}4$ пм?

ВАРІАНТ 2.

1. У досліді Юнга отвори освітлювалися монохроматичним світлом ($\lambda = 600$ нм). Відстань між отворами $d = 1$ мм, відстань від отворів до екрану $l = 3$ м. Визначити положення третьої світлої смуги на екрані.

2. На дифракційну гратку нормально падає пучок монохроматичного світла. Максимум третього порядку спостерігається під кутом $\varphi = 36° \ 48'$. Визначити період d дифракційної гратки, виражений в довжинах хвиль падаючого світла.

3. Визначити кут φ між площинами поляризатора і аналізатора, якщо інтенсивність природного світла, що проходить через поляризатор і аналізатор, зменшується в 4 рази.

4. Яку потужність P треба підводити до зачорненої металевої кульки радіусом $r = 2$ см, щоб підтримувати її температуру на $\Delta T = 27$ К вище за температуру навколишнього середовища? Температура навколишнього середовища $T = 293$

К. Вважати, що поверхня кульки є абсолютно чорною, і тепло втрачається тільки внаслідок випромінювання.

5. Визначити довжину хвилі λ_0 світла, що відповідає червоній границі фотоефекту для літію, натрію, калію і цезію.

6. Визначити довжину хвилі λ фотона, маса якого дорівнює масі спокою: 1) електрона; 2) протона.

7. На поверхню, яка ідеально відбиває, протягом часу t = 3 хв. нормально падає монохроматичне світло, енергія якого W = 9 Дж. Площа поверхні S = 5 см^2. Визначити тиск світла на поверхню.

ВАРІАНТ 3.

1. У досліді Юнга на шляху одного з променів, що бере участь в інтерференції, розміщувалася тонка скляна пластинка, внаслідок чого центральна світла смуга зміщувалася в положення, яке спочатку було зайняте п'ятою світлою смугою (не враховуючи центральної). Промінь падає перпендикулярно до поверхні пластинки. Показник заломлення пластинки n = 1,5. Довжина хвилі λ = 600 нм. Якою є товщина h пластинки?

2. На щілину завширшки a = 2 мкм падає нормально паралельний пучок монохроматичного світла (λ = 589 нм). Визначити ширину l зображення щілини на екрані, віддаленому від щілини на відстань L = 1 м. Шириною зображення вважати відстань між першими дифракційними мінімумами, розміщеними по обидві боки від головного максимуму освітленості.

3. Пучок природного світла, що поширюється у воді, відбивається від грані алмазу, зануреного у воду. При якому куті падіння i_B відбите світло буде повністю поляризованим?

4. Поверхню тіла було нагріто до температури T = 1000 К. У скільки разів зміниться енергетична світність R_e тіла, якщо покласти, що одна половина поверхні нагрівається на ΔT = 100 К, а інша охолоджується на ΔT = 100 К.?

5. Довжина хвилі світла, яка відповідає червоній границі фотоефекту, для деякого металу λ_0 = 375 нм. Визначити мінімальну енергію ε фотона, який спричиняє фотоефект.

6. Тиск p монохроматичного світла (λ = 600 нм) на чорну поверхню, розміщену перпендикулярно падаючому промінню, дорівнює 0,1 мкПа. Визначити кількість N фотонів, які падають за час t = 1 с на поверхню площею S = 1 см^2.

7. Рентгенівське випромінювання з довжиною хвилі λ = 20 пм зазнає комптонівського розсіяння під кутом θ = 90°. Визначити зміну $\Delta\lambda$ довжини хвилі цього випромінювання під час розсіяння, а також енергію та імпульс електрона віддачі.

ВАРІАНТ 4.

1. На тонкий скляний (n = 1,55) клин у напрямі нормалі до його поверхні падає монохроматичне світло (λ = 600 нм). Визначити кут α між поверхнями клина,

якщо відстань b між сусідніми інтерференційними мінімумами у відбитому світлі дорівнює 4 мм.

2. Точкове джерело світла (λ = 0,5 мкм) розміщене на відстані a = 1 м від діафрагми з круглим отвором діаметра d = 2 мм. Визначити відстань b від діафрагми до точки спостереження, якщо отвір відкриває три зони Френеля.

3. Кут Брюстера i_B при падінні світла з повітря на кристал кам'яної солі дорівнює 57°. Визначити швидкість світла в цьому кристалі.

4. Абсолютно чорне тіло має температуру T_1 = 2900 К. В результаті охолодження тіла довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини енергетичної світимості, змінилася на $\Delta\lambda_{max}$ = 9 мкм. До якої температури T_2 остудилося тіло?

5. Довжина хвилі світла, яка відповідає червоній границі фотоефекту, для деякого металу λ_0 = 375 нм. Визначити: 1) роботу виходу A електрона з металу; 2) максимальну швидкість v_{max} електронів, які вириваються з металу світлом з довжиною хвилі λ = 300 нм; 3) максимальну кінетичну енергію T_{max} електронів.

6. Монохроматичне випромінювання з довжиною хвилі λ = 500 нм падає нормально на плоску дзеркальну поверхню і тисне на неї з силою F = 10 нН. Визначити кількість N_1 фотонів, які щосекунди падають на цю поверхню.

7. Визначити енергію ε, масу m та імпульс p фотона, якому відповідає довжина хвилі λ_1 = 1,6 пм.

ВАРІАНТ 5.

1. На мильну плівку падає біле світло під кутом i = 45° до її поверхні. При якій найменшій товщині h плівки відбите випромінювання матиме жовтий колір (λ = 600 нм)? Показник заломлення мильної води n = 1,33.

2. Яким має бути період d дифракційної гратки, щоб у першому порядку були розділені лінії спектра калію λ_1 = 404,4 нм і λ_2 = 404,7 нм? Ширина гратки a = 3 см.

3. Граничний кут $i_{гр}$ повного відбиття пучка світла на межі поділу рідина - повітря дорівнює 43°. Визначити кут Брюстера i_B для падіння променя з повітря на поверхню цієї рідини.

4. У скільки разів треба збільшити термодинамічну температуру абсолютно чорного тіла, щоб його енергетична світність R_e зросла в два рази?

5. Паралельний пучок монохроматичного світла (λ= 662 нм) нормально падає на зачорнену поверхню і чинить на неї тиск p = 0,3 мкПа. Визначити концентрацію n фотонів в світловому пучку.

6. Визначити кут θ розсіяння фотона, що зазнав зіткнення з вільним електроном, якщо зміна довжини хвилі при розсіянні $\Delta\lambda$ = 3,63 пм.

7. Визначити масу m фотона: а) видимого світла (λ_1 = 700 нм); б) рентгенівських променів (λ_1 = 25 пм); в) гамма-променів (λ = 1,6 пм).

ВАРІАНТ 6.

1. Мильна плівка розміщена вертикально і утворює клин унаслідок стікання рідини. При спостереженні інтерференційних смуг у відбитому світлі ртутної дуги (λ = 546,1 нм) виявилося, що відстань між п'ятьма смугами l = 2 см. Визначити середній кут α клину. Світло падає перпендикулярно до поверхні плівки. Показник заломлення мильної води n = 1,33.

2. Плоска світлова хвиля (λ = 0,7 мкм) падає нормально на діафрагму з круглим отвором радіусом r = 1,4 мм. На шляху випромінювання, що пройшло через отвір, розміщено екран. Визначити максимальну відстань b_{max} від центра отвору до екрана, при якому в центрі дифракційної картини ще спостерігатиметься темна пляма.

3. Коефіцієнт поглинання деякої речовини для монохроматичного світла певної довжини хвилі α = 0,1 см$^{-1}$. Визначити товщину шару речовини, яка необхідна для ослаблення світла в 2 рази.

4. Визначити відносне збільшення $\Delta R_e/R_e$ енергетичної світності абсолютно чорного тіла при збільшенні його температури на 2%.

5. Визначити частоту ν світла, яке вириває з металу електрони, що цілком затримуються різницею потенціалів U = 3 В. Фотоефект починається при частоті світла $\nu_0 = 6 \cdot 10^{14}$ Гц. Визначити роботу виходу A електрона з цього металу.

6. Фотон з довжиною хвилі λ = 15 пм розсіявся на вільному електроні. Довжина хвилі розсіяного фотона λ' = 16 пм. Визначити кут θ розсіяння.

7. З якою швидкістю v повинен рухатися електрон, щоб його кінетична енергія дорівнювала енергії фотона з довжиною хвилі λ = 520 нм?

ВАРІАНТ 7.

1. На шляху світлової хвилі, яка поширюється в повітрі, поставили скляну пластинку завтовшки h = 1 мм. На скільки зміниться оптична довжина шляху, якщо хвиля падає на пластинку: 1) нормально; 2) під кутом i = 30°?

2. Період дифракційної гратки d = 2 мкм. Яку різницю довжин хвиль $\Delta\lambda$ може розділити ця гратка в області жовтого випромінювання (λ = 600 нм) в спектрі другого порядку? Ширина гратки a = 2,5 см.

3. Кут φ між площинами поляризатора і аналізатора дорівнює 45°. У скільки разів зменшиться інтенсивність світла, яке виходить з аналізатора, якщо кут збільшити до 60°?

4. Температура T верхніх шарів зірки Сиріус дорівнює 10 кК. Вважаючи властивості поверхні зірки подібними до властивостей абсолютно чорного тіла, визначити потік енергії Φ_e, що випромінюється з поверхні площею S = 1 км^2 цієї зірки.

5. Фотони з енергією ε = 4,9 еВ виривають електрони з металу з роботою виходу A = 4,5 еВ. Визначити максимальний імпульс p_{max}, який передається поверхні металу при вильоті кожного електрона.

6. З якою швидкістю v повинен рухатися електрон, щоб його імпульс дорівнював імпульсу фотона з довжиною хвилі λ = 520 нм?

7. Енергія рентгенівських фотонів $\varepsilon = 0,6$ МеВ. Визначити енергію електрона віддачі, якщо довжина хвилі рентгенівського випромінювання внаслідок комптонівського розсіяння змінилася на 20%.

ВАРІАНТ 8.

1. Установка для спостереження кілець Ньютона освітлюється монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda = 600$ нм, який падає по нормалі до поверхні пластинки. Визначити товщину h повітряного зазору між лінзою і скляною пластинкою в тому місці, де спостерігається четверте темне кільце у відбитому світлі.

2. На дифракційну гратку падає нормально пучок світла. Червону лінію ($\lambda = 700$ нм) в спектрі першого порядку видно під кутом дифракції $\varphi = 12°$. Визначити період d дифракційної гратки. Яка кількість штрихів N_0 нанесена на одиницю довжини цієї гратки?

3. У скільки разів ослаблюється інтенсивність природного світла, яке проходить через два поляризатори, площини яких утворюють кут $\varphi = 30°$?

4. У яких областях спектра лежать довжини хвиль, які відповідають максимуму спектральної густини енергетичної світності, якщо джерелом світла є: а) спіраль електричної лампочки ($T = 3000$ К); б) поверхня Сонця ($T = 6000$ К); в) атомна бомба, в якій у момент вибуху розвивається температура $T \approx 10^7$ К?

5. Визначити сталу Планка h, якщо відомо, що електрони, які вириваються з металу випромінюванням з частотою $\nu_1 = 2,2\cdot10^{15}$ Гц, повністю затримуються різницею потенціалів $U_1 = 6,6$ В, а ті, що вириваються світлом з частотою $\nu_2 = 4,6\cdot10^{15}$ Гц, – різницею потенціалів $U_2 = 16,5$ В.

6. На плоску поверхню, що ідеально відбиває, нормально падає світло. Потік випромінювання Φ_e дорівнює 0,45 Вт. Визначити силу тиску, яку зазнає ця поверхня.

7. Яку енергію ε повинен мати фотон, щоб його маса дорівнювала масі спокою електрона?

ВАРІАНТ 9.

1. Відстань $\Delta r_{1,2}$ між першим і другим темними кільцями Ньютона у відбитому світлі дорівнює 1 мм. Визначити відстань $\Delta r_{9,10}$ між дев'ятим і десятим кільцями.

2. Світло від монохроматичного джерела ($\lambda = 600$ нм) падає нормально на діафрагму з діаметром отвору $d = 6$ мм. За діафрагмою на відстані $l = 3$ м від неї розміщений екран. Яка кількість m зон Френеля укладається в отворі діафрагми? Яким буде центр дифракційної картини на екрані: темним або світлим?

3. Визначити показник заломлення скла, якщо відбитий від його поверхні промінь є повністю поляризованим у випадку, коли кут заломлення складає 35°.

4. Потік енергії Φ_e, який випромінюється з віконця плавильної печі, дорівнює 45,4 Вт, площа отвору $S = 8$ см^2. Вважаючи, що отвір печі випромінює як абсолютно чорне тіло, визначити температуру T печі.

5. Визначити максимальну швидкість v_{max} фотоелектронів, що вилітають з металу при опромінюванні γ – фотонами з енергією $\varepsilon = 1,53$ МеВ.

6. При якій температурі T кінетична енергія молекули двоатомного газу буде дорівнювати енергії фотона з довжиною хвилі $\lambda = 589$ нм?

7. Фотон з енергією 100 кеВ внаслідок ефекту Комптона розсіявся при зіткненні з вільним електроном на кут $\theta = \pi/2$. Визначити енергію фотона після розсіяння.

ВАРІАНТ 10.

1. На поверхню скляного об'єктиву ($n_1 = 1,5$) нанесена тонка плівка, показник заломлення якої $n_2 = 1,2$ (плівка, що просвітлює). При якій найменшій товщині d цієї плівки відбудеться максимальне ослаблення відбитого світла в середній частині видимого спектра ($\lambda = 560$ нм)?

2. Визначити найбільший порядок m спектра для жовтої лінії натрію ($\lambda = 589$ нм), якщо період дифракційної гратки $d = 2$ мкм.

3. Визначити, під яким кутом до горизонту повинне знаходитися Сонце, щоб відбиті від поверхні води ($n = 1,33$) промені були повністю поляризованими.

4. Визначити температуру T, за якої енергетична світність R_e абсолютно чорного тіла дорівнює 10 кВт/м^2.

5. Визначити затримуючу напругу $U_з$ для електронів, які вириваються при опромінюванні калію світлом з довжиною хвилі $\lambda = 330$ нм.

6. На дзеркальну поверхню площею $S = 6$ см^2 падає нормально потік випромінювання $\Phi_e = 0,8$ Вт. Визначити тиск p і силу тиску F світла на цю поверхню.

7. Визначити довжину хвилі λ фотона, імпульс якого дорівнює імпульсу електрона, що рухається зі швидкістю $v = 10$ Мм/с.

6. ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ АТОМІВ, ТВЕРДОГО ТІЛА І АТОМНОГО ЯДРА

ОСНОВНІ ЗАКОНИ І ФОРМУЛИ

6.1. Атом водню за теорією Бора

- Умова квантування моменту імпульсу

$$L = mvr = n\hbar \ (n = 1, 2, 3, ...),$$

де m – - маса електрона, v – його швидкість на орбіті радіуса r_n, n – головне квантове число, $\hbar$ = 1,05·10^{-34} Дж·с – стала Планка.

- Енергія електрона у воднеподібному атомі (системі, що складається з ядра із зарядом + Ze та одного електрона)

$$E_n = -\frac{Z^2 me^4}{2(4\pi\varepsilon_0)^2\hbar^2 n^2} = -13{,}6 eB\frac{Z^2}{n^2},$$

де e – елементарний заряд, ε_0 – електрична стала, Z – атомний номер (зарядове число, порядковий номер у таблиці Д.І.Менделєєва).

- Радіуси можливих стаціонарних електронних орбіт у воднеподібному атомі

$$r_n = a_B\frac{n^2}{Z}, a_B = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}.$$

- Радіус першої борівської орбіти атома водню, або борівський радіус

$$a_B = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2} \approx 5{,}29\cdot 10^{-11} м.$$

- Швидкість руху електрона на стаціонарній коловій орбіті

$$v_n = \frac{Z\alpha c}{n},$$

де $\alpha = \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c} \approx \dfrac{1}{137}$ – стала тонкої структури.

- Правило частот Бора

$$h\nu_{nk} = E_n - E_k,$$

де E_n і E_k – відповідно енергії стаціонарних станів атома до і після випромінювання (поглинання). Співвідношення для спектра частот, що випромінюються

$$\nu_{nk} = \frac{1}{h}(E_k - E_n) = cRZ^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right),$$

де $R = \dfrac{me^4}{8c\varepsilon_0^2 h^3} = 1{,}097 \cdot 10^7 \, м^{-1}$ – стала Ридберга.

6.2. Елементи квантової механіки

- Зв'язок довжини хвилі де Бройля λ частинки з її імпульсом p

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

де $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – стала Планка.

- Імпульс частинки і його зв'язок з кінетичною енергією:

а) у класичному наближенні ($v << c$) $p = m_0 v$; $p = \sqrt{2m_0 T}$,

б) у релятивістському випадку

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}; \qquad p = \frac{1}{c}\sqrt{(2E_0 + T)T},$$

де m_0 – маса спокою частинки; m – релятивістська маса; v – швидкість частинки; c – швидкість світла у вакуумі; E_0 – енергія спокою частинки $\left(E_0 = m_0 c^2\right)$.

- Співвідношення невизначеностей:

а) $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$, (для координати та імпульсу),

де Δx – невизначеність координати x, Δp_x – невизначеність проекції імпульсу на вісь x, $\hbar = h/(2\pi) = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – стала Планка.

б) $\Delta E \Delta t \geq \hbar$, (для енергії та часу),

де ΔE – невизначеність енергії даного квантового стану; Δt – час перебування системи в даному енергетичному стані.

- Імовірність перебування частинки в об'ємі dV для стаціонарних станів

$$dW = \psi \cdot \psi^* \, dV = |\psi|^2 \, dV,$$

де $\psi = \psi\,(x,y,z)$ – координатна частина хвильової функції, ψ^* – функція, комплексно спряжена з ψ, $|\psi|^2 = \psi\,\psi^*$ – квадрат модуля хвильової функції.

- Імовірність перебування частинки в інтервалі від x_1 до x_2:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 \, dx.$$

- Одномірне рівняння Шредингера для стаціонарних станів:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi(x) = 0,$$

де $\psi(x)$ – хвильова функція, що описує стан частинки; m – маса частинки; E – повна енергія; $U = U(x)$ – потенціальна енергія частинки.

- Розв'язок рівняння Шредингера для одновимірної нескінченно глибокої прямокутної потенціальної ями:

а) $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x$ (власна нормована хвильова функція);

б) $E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ml^2}$ (власні значення енергії частинки),

де n – квантове число, номер енергетичного рівня, n = 1, 2, 3, …; l – ширина потенціальної ями.

- Середнє значення фізичної величини $F(\mathbf{r})$, яка характеризує частинку у стані, що описується хвильовою функцією ψ

$$< F > = \int_V \left|\psi(\mathbf{r})\right|^2 F(\mathbf{r}) dV .$$

- Коефіцієнт прозорості D прямокутного потенціального бар'єра скінченної ширини d (U – висота потенціального бар'єра, E – енергія частинки)

$$D \approx exp\left(-\frac{2d}{\hbar}\sqrt{2m(U-E)} \right).$$

6.3. Елементи квантово-механічної теорії атома водню

- Потенціальна енергія електрона у воднеподібному атомі

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r},$$

де – відстань між ядром і електроном.

- Власні значення енергії електрона

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{Z^2 me^4}{8h^2\varepsilon_0^2} (n = 1,2,3,....)$$

- Момент імпульсу електрона в атомі водню

$$L_l = \hbar\sqrt{l(l+1)},$$

де l – орбітальне квантове число, що приймає при заданому n наступні значення: l = 0,1,..., n – 1.

- Проекція моменту імпульсу на будь-яку вісь

$$L_{lz} = \hbar m_l ,$$

де m_l – магнітне квантове число, m_l = 0, ± 1, ..., ± l.

- Правила відбору для орбітального і магнітного квантових чисел

$$\Delta\, l = \pm\, 1,\ \Delta\, m_l = 0,\ \pm\, 1.$$

- Нормована хвильова функція, що відповідає 1*s*-стану (основному стану) електрона в атомі водню

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_B^3}} e^{-r/a_B},$$

де a_B – величина, яка співпадає з борівським радіусом.

- Ймовірність знайти електрон в атомі водню, що перебуває в 1*s*-стані, в сферичному шарі радіусом *r* і товщиною *dr*

$$dW_r = 4\pi r^2 \left|\psi(r)\right|^2 dr.$$

- Спін (власний механічний момент імпульсу) електрона

$$L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)},$$

де *s* – спінове квантове число (s = ½).

- Проекція спіну на напрям зовнішнього магнітного поля

$$L_{sz} = \hbar m_z,$$

де m_z – магнітне спінове квантове число ($m_z = \pm\,½$).

6.4. Елементи квантової статистики і фізики твердого тіла

- Розподіл Фермі-Дірака за енергіями для вільних електронів у металі

$$\langle N(E)\rangle = \frac{1}{e^{(E-E_F)/(kT)}+1},$$

де $\langle N(E)\rangle$ – середнє число електронів у квантовому стані з енергією *E*; *k* – стала Больцмана; *T*– термодинамічна температура, E_F – енергія Ферми.

При $T = 0$

$$\langle N(E)\rangle = \left[\begin{array}{ll} 1 \text{ при } E < E_F \\ \hline 0 \text{ при } E > E_F \end{array}\right..$$

- Характеристична температура Дебая

$$\Theta_D = \frac{\hbar\omega_D}{k},$$

де ω_D – верхня межа циклічних частот фононів, що роблять внесок у внутрішню енергію кристала.

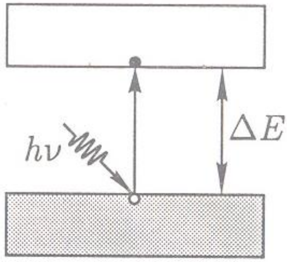
- Електропровідність власних напівпровідників

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\Delta E/(2kT)},$$

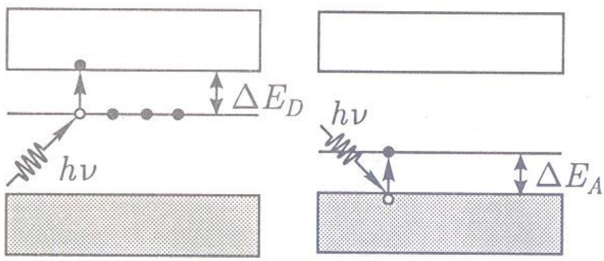
де σ_0 – деяка стала величина, характерна для даного напівпровідника, ΔE – ширина забороненої зони.

- Квантові переходи під дією світла (фотопровідність):

у власних напівпровідниках ($h\nu \ge \Delta E$)



у напівпровідниках: а) з донорною домішкою *($h\nu \geq \Delta E_D$)*,
б) з акцепторною домішкою*($h\nu \geq \Delta E_A$)*.



а) б)

6.5. Елементи фізики атомного ядра

- Масове число ядра (кількість нуклонів у ядрі):

$$A = Z + N,$$

де Z – зарядове число (кількість протонів); N– кількість нейтронів.

- Енергія зв'язку нуклонів у ядрі

$$E_{зв} = (Zm_H + (A - Z)m_n - m_a)c^2,$$

де m_H – маса атома водню ${}_1^1H$; m_n – маса нейтрона, m_a – маса атома. Якщо маси виражати в атомних одиницях маси, та з урахуванням енергетичного еквівалента маси, зручно користуватися формулою

$$E_{зв} = 931{,}5\ (Zm_H + (A - Z)m_n - m_a),\ \text{МеВ}.$$

- Закон радіоактивного розпаду

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

де N – кількість ядер, що не розпалися до моменту часу t; N_0– кількість ядер у початковий момент часу ($t = 0$); λ – стала радіоактивного розпаду.

- Кількість ядер, що розпалися за час t

$$\Delta N = N_0 - N = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right).$$

У випадку, коли проміжок часу Δt, за який визначається число ядер, що розпалися, набагато менше за період $T_{1/2}$ напіврозпаду, кількість ядер, що розпалися, можна визначити за наближеною формулою

$$\Delta N = N_0 \frac{0{,}693}{T_{1/2}} \Delta t .$$

- Зв'язок періоду напіврозпаду зі сталою радіоактивного розпаду

$$T_{1/2} = \frac{ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda} = 0{,}693\tau ,$$

де τ – середній час життя радіоактивного ядра, або інтервал часу, за який кількість ядер, що не розпалися, зменшується e в разів, $\tau = \frac{1}{\lambda}$.

- Кількість N атомів, що містяться в радіоактивному ізотопі:

$$N = \frac{mN_A}{M} ,$$

де m – маса ізотопу; M – молярна маса; N_A – стала Авогадро.

- Активність радіоактивного джерела, або кількість розпадів за одиницю часу

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N = \frac{0{,}693}{T_{1/2}} N .$$

- Правила зміщення:

для α -розпаду $\quad {}_Z^AX \to {}_{Z-2}^{A-4}Y + {}_2^4He$,

для β^- -розпаду $\quad {}_Z^AX \to {}_{Z+1}^{A}Y + {}_{-1}^{o}e + \tilde{\nu}$.

Контрольні запитання

1. Який дослід довів дискретність значень енергії атомів ртуті? У чому його зміст?
2. Якою є приблизно швидкість електрона на першій від ядра борівській орбіті у порівнянні зі швидкістю світла?
3. Атом перебуває в стаціонарному стані. Чи можна вести мову про рух електрона в такому атомі?
4. Чим відрізняється опис руху в класичній та квантовій механіці?
5. Чи дифрагує окрема мікрочастинка на перешкоді?
6. Чи притаманні хвильові властивості макроскопічним тілам, наприклад, більярдній кулі або тенісному м’ячу?
7. Чи доцільно описувати рух макроскопічних тіл квантовими законами?
8. Для яких процесів є суттєвими квантові ефекти – квантування енергії, моменту імпульсу, проекції моменту імпульсу мікрочастинок?
9. Якими квантовими числами описується стан електрона в атомі? Який їх фізичний зміст?
10. Який фізичний зміст має вираз „електронна хмара”?

11. Чим відрізняються механізми електропровідності у металах (за класичною електронною теорією) та у напівпровідникових діодах?
12.Чи квантується енергія носіїв струму в металах?
13. Який фізичний зміст має енергія Фермі ε_F? Якого порядку ця енергія при абсолютному нулі температури? Якого порядку максимальна швидкість вільних електронів у металі за температури, близькій до абсолютного нуля?
14. Якою є середня енергія вільних електронів при абсолютному нулі температури? До якої температури потрібно нагріти класичний електронний газ, щоб надати йому таку енергію?
15. Який зміст має поняття фонона як квазічастинки? Чи існують фонони поза кристалом?
16. Який зміст має гранична частота коливань ω_{max} у визначенні характеристичної температури Дебая?
17. Характеристична температура Дебая θ_D для міді 309 К, алюмінію 396 К. Який фізичний зміст мають ці величини?
18. Під час β^--розпаду ядро випромінює електрони. Але електрони в ядрі відсутні. Як пояснити цей факт?
19. Чому енергії α-частинок під час розпаду даного ядра мають фіксовані значення, в той час, як електрони, що випромінюються в процесі β^--розпаду мають широкий спектр енергій від нуля до деякого максимального значення E_{max}?
20. Енергії α-частинок, які випромінюються під час альфа-розпаду, коливаються в межах від 4 до 10 МеВ. В той же час здійсненню альфа-розпаду перешкоджає кулонівський потенціальний бар'єр (25-30 МеВ) на «межі» ядра, що виник при утворенні ядра. Яким чином α-частинка долає заборонену область, де її повна енергія значно менша за потенціальну?
21. Чим пояснюється зменшення стійкості важких ядер – зниження кривої питомої енергії зв'язку – зі збільшенням масового числа A?
22. В чому полягає механізм утворення γ-випромінювання? Які процеси відбуваються під час взаємодії γ-випромінювання з речовиною?
23. Порівняйте магнітні моменти нуклона та електрона. Який висновок можна зробити?
24. Яку за порядком швидкість мають нуклони в ядрі? Якою приблизно є середня відстань між ними? Якою приблизно є середня густина ядерної речовини?

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

Приклад 6.1. *У планетарній борівській моделі атома водню електрон рухається по коловій орбіті, радіус якої дорівнює першому борівському радіусу. Визначити для електрона: а) потенціальну енергію; б) кінетичну енергію; в) повну енергію.*

Розв'язання. *а*) Потенціальна енергія електрона

$$E_p = -k_0 \frac{Ze^2}{r},$$

де Ze – заряд ядра, r – відстань між ядром і електроном, $k_0 = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^9$ м/Ф. Замінивши $Z = 1$ та $r = a_B$, отримаємо

$$E_p = -k_0 \frac{e^2}{a_B} = -\frac{9\cdot 10^9 \cdot \left(1{,}6\cdot 10^{-19}\right)^2}{5{,}29\cdot 10^{-11}}\ Дж = -\frac{9\cdot 10^9 \cdot \left(1{,}6\cdot 10^{-19}\right)^2}{5{,}29\cdot 10^{-11}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}}\ eB\ E_p$$

= – 27,2 еВ.

б) Кінетична енергія електрона $E_k = \dfrac{mv^2}{2}$. З іншого боку, за другим законом Ньютона добуток маси електрона на його доцентрове прискорення дорівнює кулонівській силі притягання електрона до ядра $m\dfrac{v^2}{r} = k_0 \dfrac{Ze^2}{r^2}$.

Звідки отримаємо $\dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{1}{2}\left(k_0 \dfrac{Ze^2}{r}\right) = \dfrac{1}{2} 27{,}2eB = 13{,}6eB$.

в). Повна енергія

$$E = E_k + E_p = 13{,}6 - 27{,}2 = -13{,}6 \text{ еВ}.$$

Приклад 6.2. *Електрон, не маючи початкової швидкості, був прискорений різницею потенціалів U. Визначити довжину хвилі де Бройля електрона для двох випадків: 1)* $U_1 = 51$ *В; 2)* $U_2 = 0{,}51$ *МВ.*

Розв'язання. Довжина хвилі де Бройля частинки залежить від її імпульсу p і визначається формулою

$$\lambda = \frac{h}{p}, \tag{1}$$

де $h = 6{,}63\cdot 10^{-34}$ Дж· с – стала Планка.

Імпульс частинки можна визначити, якщо відома її кінетична енергія T. Зв'язок імпульсу з кінетичною енергією є різним для нерелятивістського випадку (коли кінетична енергія частинки набагато менше за її енергію спокою, $T \ll E_0$) і для релятивістського випадку (коли $T \approx E_0$):

у нерелятивістському випадку

$$p = \sqrt{2m_0 T}, \tag{2}$$

де m_0 – маса спокою частинки.

у релятивістському випадку

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{\left(2E_0 + T\right)T}, \tag{3}$$

де $E_0 = m_0 c^2$ – енергія спокою частинки.

Формула (1) з урахуванням співвідношень (2) і (3) запишеться:

у нерелятивістському випадку

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0T}}, \tag{4}$$

у релятивістському випадку

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{(2E_0 + T)T}}. \tag{5}$$

Порівняємо кінетичні енергії електрона, що пройшов задані в умові задачі різниці потенціалів U_1 = 51 В і U_2 = 0,51 МВ, з енергією спокою електрона й у залежності від цього вирішимо, яку з формул (4) або (5) варто застосувати для обчислення довжини хвилі де Бройля.

Як відомо, кінетична енергія електрона, що був прискорений різницею потенціалів U,

$$T = |e|U.$$

У першому випадку T_1 = 51 еВ = 0,51· 10^{-4} МеВ, що є набагато меншим за енергію спокою електрона $E_0 = m_0c^2$ = 0,51 МеВ. Отже, у цьому випадку можна застосувати формулу (4). Обчислюючи, одержуємо λ_1 = 171 пм.

В другому випадку кінетична енергія T_2 = 0,51 МэВ дорівнює енергії спокою електрона. У цьому випадку необхідно застосувати релятивістську формулу (5). Оскільки $T_2 = 0{,}51\text{МэВ} = m_0c^2$, за формулою (5) знаходимо

$$\lambda_2 = \frac{hc}{\sqrt{(2m_0c^2 + m_0c^2)m_0c^2}} = \frac{h}{\sqrt{3}m_0c} = 1{,}4 \text{ пм}.$$

Приклад 6.3. *У площинному p-n-p-транзисторі проходження струму супроводжується проникненням дірок в область бази. Припустимо, що: а) ефективна маса дірки приблизно дорівнює масі спокою електрона,*
б) товщина бази становить 20 мкм; в) середня кінетична енергія дірки дорівнює енергії теплового руху (0,025 еВ). Чи має за цих умов зміст поняття траєкторії руху дірки в базі?

Розв'язання. За певних умов поняття траєкторії може бути застосовано до мікрочастинок. Для відповіді на питання прикладу оцінимо неточність, з якою може бути визначений імпульс дірки.

Згідно з співвідношенням невизначеностей Гейзенберга мікрочастинка не може одночасно мати і певну координату, і певну відповідну проекцію імпульсу. При цьому невизначеність в значеннях цих величин задовольняє умову

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar,$$

де $\hbar$ – стала Планка.

Положення дірки в даному випадку можна зафіксувати з точністю, яка визначається лінійними розмірами бази, $\Delta x \approx 20$ мкм. Тоді з співвідношення невизначеностей неточність проекції імпульсу

$$\Delta p_x = \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{1{,}05 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 10^{-5}} \frac{Дж \cdot с}{м} \approx 5 \cdot 10^{-30} кг \cdot м/с.$$

Кінетична енергія дірки у напівпровіднику за умовою (0,025 еВ) є значно меншою, ніж енергія спокою (~ 0,5 МеВ), так що можна застосувати нерелятивістський вираз для кінетичної енергії $E_k = \frac{p_x^2}{2m}$.

Оцінимо величину імпульсу:

$$p_x = \sqrt{2mE_k} = \sqrt{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 0{,}025 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} \text{кг} \cdot \text{м/с} \approx$$

$$\approx 8{,}5 \cdot 10^{-26} \text{кг} \cdot \text{м/с}.$$

Порівнюючи p_x та Δp_x , бачимо, що невизначеність імпульсу Δp_x є значно меншою, ніж імпульс p_x і отже ролі не відіграє.

Це дозволяє одночасно вимірювати імпульс (або швидкість) і координату мікрочастинки і застосовувати таке поняття класичної механіки, як траєкторія, для опису руху дірок.

Приклад 6.4. *Електрон в одновимірній прямокутній нескінченно глибокій потенціальній ямі шириною l = 200 пм перебуває в збудженому стані (n = 4). Визначити 1) мінімальну енергію електрона; 2) імовірність W перебування електрона в першій чверті ями.*

Розв'язання. Якщо мікрочастинка міститься в одномірній прямокутній потенціальній ямі з нескінченно високими стінками, то її енергія не може бути довільною, а набуває лише певні дискретні значення (квантується). Квантові значення енергії, або рівні енергії

$$E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \left(n = 1,2,3,\ldots\right), \tag{1}$$

де $m = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг – маса електрона, $\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с·– стала Планка. Число n (квантове число) визначає енергетичний рівень електрона. Мінімальну енергію електрон має в основному стані, для якого $n = 1$:

$$E_{min} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}. \tag{2}$$

Імовірність знаходження електрона в інтервалі $x_1 < x < x_2$ дорівнює інтегралу від квадрата модуля хвильової функції

$$W = \int_{x_1}^{x_2} \left|\psi_n(x)\right|^2 dx, \tag{3}$$

де $\psi_n(x)=\sqrt{\frac{2}{l}}\,sin\frac{\pi n}{l}x(n=1{,}2{,}3{,}...)$ – нормована власна хвильова функція, що відповідає даному станові.

Збудженому станові n = 4 відповідає хвильова функція

$$\psi_4(x)=\sqrt{\frac{2}{l}}\,sin\frac{4\pi}{l}x\,. \qquad (4)$$

Відповідно до умови задачі x_1 = 0 і $x_2 = l/4$. Тому, підставивши (4) у (3), одержимо

$$W=\frac{2}{l}\int\limits_0^{l/4} sin^2\frac{4\pi}{l}xdx\,.$$

Замінивши $\sin^2(4\pi x/l) = ½(1 - \cos 8\pi x/l)$, запишемо

$$W=\frac{1}{l}\left(\int\limits_0^{l/4}dx-\int\limits_0^{l/4}cos(8\pi x/l)dx\right)=$$

$$=\frac{1}{l}\left(\frac{l}{4}-\frac{l}{8\pi}sin(\frac{8\pi}{l}x)\Big|_0^{l/4}\right)=\frac{1}{4}-\frac{1}{8\pi}(sin2\pi-sin0)=0{,}25\,.$$

Обчислюючи, одержимо: 1) $E_{min} = 1{,}5\cdot10^{-18}$ Дж = 9,37 еВ; 2) W = 0,25.

Приклад 6.5. *Хвильова функція основного стану електрона в атомі водню має вигляд* $\psi(r)=\frac{1}{\sqrt{\pi a_B^3}}e^{-r/a_B}$*. Тут* a_B *= 52,9 пм – борівський радіус. Визначити: а) найбільш імовірну відстань* r_i *електрона від ядра; б) ймовірність знайти електрон всередині сферичного шару між сферами з радіусами* a_B *та 2* a_B*.*

Розв’язання. *а*) Ймовірність знаходження електрона в елементарному об’ємі dV визначається квадратом модуля хвильової функції

$$dW_r=|\psi(r)|^2dV\,.$$

У центрально-симетричному полі основного стану атома водню хвильова функція електрона залежить тільки від відстані r між електроном і ядром.
Тому можна замінити елемент об’єму dV, що відповідає однаковій густині ймовірності, на об’єм сферичного шару радіусом r і товщиною dr. Об’єм такого шару дорівнює $4\pi r^2dr$ (площа поверхні, добута на товщину). Тоді

$$dW_r=4\pi r^2|\psi(r)|^2dr=\frac{4r^2}{a_B^3}e^{-2r/a_B}dr\,.$$

Вираз

$$w=\frac{dW}{dr}=\frac{4r^2}{a_B^3}e^{-2r/a_B}$$

являє собою густину ймовірності знаходження електрона на відстані r від ядра. З умови

$$\frac{dw}{dr}=0$$

визначимо радіус, при якому досягається максимум густини ймовірності.

$$\frac{8r}{a_B^3}e^{-2r/a_B}+\frac{4r^2}{a_B^3}\left(-\frac{2}{a_B}\right)e^{-2r/a_B}=0\,,$$

звідки

$$1-\frac{r_i}{a_B}=0$$

та $r_i = a_B$. Отже, найбільш імовірна відстань r_i електрона від ядра співпадає з борівським радіусом.

б) Ймовірність знайти електрон в скінченому об'ємі

$$W=\int_V|\psi|^2dV\,.$$

Спочатку визначимо ймовірності перебування електрона всередині сфери довільного радіуса R, для чого інтегруємо ймовірність від 0 до R

$$W(R)=4\pi\int_0^R r^2|\psi(r)|^2dr=\frac{4}{a_B^3}\int_0^R r^2e^{-2r/a_B}dr\,.$$

Інтегрування можна виконати за частинами. В результаті досить громіздкого інтегрування отримаємо

$$W(R)=1-e^{-\frac{2R}{a_B}}\left(1+2\frac{R}{a_B}+2\left(\frac{R}{a_B}\right)^2\right).$$

Тепер по черзі покладемо $R = a_B$ і $R = 2\,a_B$ та визначимо ймовірність знайти електрон всередині кожній з цих сфер.

$$W_1 = W(a_B) = 1 - 5/e^2 = 0{,}323.$$

$$W_2 = W(2a_B) = 1 - 13/e^4 = 0{,}762.$$

Тоді шукана ймовірність знайти електрон між цими двома сферами

$$W_2 - W_1 = 0{,}439.$$

Приклад 6.6. *Питома електропровідність кремнієвого зразка збільшилася в 4,24 рази під час нагрівання від температури $t_1 = 0\,°C$ до температури $t_2 = 18\,°C$. Визначити ширину забороненої зони кремнію.*

<u>Розв’язання</u>. Питома електропровідність власних напівпровідників залежить від температури за законом

$$\gamma = \gamma_0 e^{-\Delta E/(2kT)}, \qquad (1)$$

де γ_0 – постійна, що є властивою для даного напівпровідника, ΔE – ширина забороненої зони.

Тоді

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{e^{-\Delta E/(2kT_1)}}{e^{-\Delta E/(2kT_2)}} = exp\left(\frac{\Delta E}{2k}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right).$$

Або, логарифмуючи,

$$ln\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{\Delta E}{2k}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right).$$

Звідки шукана ширина забороненої зони

$$\Delta E = \frac{2kT_1T_2\, ln(\gamma_1/\gamma_2)}{T_2 - T_1}. \qquad (2)$$

Обчислюючи, одержуємо ΔE = 1,76·10^{-19} Дж = 1,1 еВ.

Приклад 6.7. *Обчислити дефект маси та енергію зв'язку ядра* ${}^{7}_{3}Li$.

<u>Розв’язання</u>. Маса ядра менша, ніж сума мас нуклонів, з яких воно складається. Дефект маси ядра Δm і є різницею між сумою мас нуклонів (протонів і нейтронів), що утворюють ядро, і масою ядра

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я, \qquad (1)$$

де Z – атомний номер (кількість протонів у ядрі); A – масове число (кіль кість нуклонів, що утворюють ядро); $m_p, m_n, m_я$ – відповідно маси протона, нейтрона і ядра.

У довідкових таблицях завжди даються маси атомів, а не ядер, тому доцільно користуватися перетвореною формулою, у яку входить маса m_a атома: $m_\alpha = m_я + Zm_e$, звідки $m_я = m_a - Zm_e$. Виразивши в рівності (1) масу ядра, одержимо $\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_\alpha + Zm_e$, або $\Delta m = Z(m_p + m_e) + (A - Z)m_n - m_\alpha$. Враховуючи, що $m_p + m_e = m_H$, де m_H - маса атома водню, остаточно маємо

$$\Delta m = Zm_H + (A - Z)m_n - m_\alpha. \qquad (2)$$

Підставивши з таблиць числові значення мас, одержимо

$$\Delta m = [3\cdot 1{,}00783 + (7-3)\cdot 1{,}00867 - 7\cdot 0{,}1601]\text{а.о.м} = 0{,}04216\,\text{а.о.м.}.$$

Відповідно до закону пропорційності маси й енергії $\Delta E = c^2 \Delta m$, де c – швидкість світла у вакуумі. Коефіцієнт пропорційності c^2 можна виразити або як $c^2 = 9 \cdot 10^{16}$ *м*^{2}/*с*^{2}, або як $c^2 = \dfrac{\Delta E}{\Delta m} = 9 \cdot 10^{16}$ *Дж/кг*. Якщо обчислювати енергію зв'язку, користуючись позасистемними одиницями, то $c^2 = 931{,}5$ МеВ/а.о.м . З урахуванням цього

$$\Delta E = E_{зв} = 931{,}5 \Delta m \text{ (МеВ)} \qquad (3)$$

Підставивши знайдене значення дефекту маси ядра у формулу (3), одержимо

$$E_{зв} = 931{,}5 \cdot 0{,}04216 \text{ МеВ} = 39{,}27 \text{ МеВ}.$$

Приклад 6.8. *Початкова маса радіоактивного ізотопу радону* $^{222}_{86}Rn$ *(період напіврозпаду* $T_{1/2} = 3{,}82$ *діб) дорівнює 1,5 г. Визначити: 1) початкову активність ізотопу; 2) його активність через 5 діб.*

<u>Розв'язання</u>. Початкова активність ізотопу

$$A_0 = \lambda N_0,$$

де $\lambda = (\ln 2)/T_{1/2}$ – стала радіоактивного розпаду; N_0 – кількість ядер ізотопу в початковий момент часу: $N_0 = m_0 N_A/M$, M – молярна маса радону (M = $222 \cdot 10^{-3}$ кг/моль), $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ – стала Авогадро.

З урахуванням цих виразів початкова активність ізотопу

$$A_0 = \frac{m_0 N_A \ln 2}{M T_{1/2}}.$$

Активність ізотопу у будь який час $A = \lambda N$, де, відповідно до закону радіоактивного розпаду, $N = N_0 e^{-\lambda t}$ – кількість наявних ядер, які ще що не розпалися на момент часу t. Отже активність нукліда зменшується за законом

$$A = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t}.$$

Обчислюючи, одержуємо: 1) $A_0 = 8{,}54 \cdot 10^{15}$ Бк; 2) $A = 3{,}45 \cdot 10^{15}$ Бк.

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

6.1. У борівській моделі атома водню електрон рухається по коловій орбіті, радіус якої дорівнює першому борівському радіусу. Визначити лінійну швидкість електрона і його доцентрове прискорення. (Відп. $v = 2{,}19 \cdot 10^6$ м/с, $a_{доц} = 9{,}07 \cdot 10^{22}$ м/с^2.)

6.2. Кисень перебуває за нормальних умов у колбі діаметром 10 см. Використовуючи співвідношення невизначеностей Гейзенберга, оцінити невизначеність швидкості молекули кисню. Чи можна за цих умов одночасно вимірювати швидкість молекули і її координату і накреслити траєкторію руху молекули? (Відп. Так, бо невизначеність швидкості $\Delta v \approx 2 \cdot 10^{-8}$ м/с є значно меншою, ніж швидкість $v \sim 10^2$ м/с).

6.3. Електрон в одновимірній прямокутній нескінченно глибокій потенціальній ямі шириною l перебуває в основному стані. Визначити ймовірність W перебування електрона в лівій третині ями. (Відп. $W = 0{,}195$).

6.4. Хвильова функція основного стану електрона в атомі водню має вигляд $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_B^3}} e^{-r/a_B}$. Тут $a_B = 52{,}9$ пм – борівський радіус. Визначити ймовірність знайти електрон всередині сферичного шару між сферами з радіусами 0,5 a_B та a_B. (Відп. $W = 0{,}243$).

6.5. Питома електропровідність германієвого зразка збільшилася в 2,45 рази під час нагрівання від температури $t_1 = 0$°C до температури $t_2 = 17$°C. Визначити ширину забороненої зони германію. (Відп. $\Delta E = 0{,}72$ еВ).

6,6. Визначити напіврозпаду $T_{1/2}$ деякого радіоактивного ізотопу, якщо його активність за 5 діб зменшується у 2,2 рази. (Відп. 4,4 діб).

Індивідуальне завдання №6

ВАРІАНТ 1

1. Визначити зміну орбітального моменту імпульсу електрона в атомі водню під час його переходу зі збудженого стану в основний з випусканням фотона з довжиною хвилі $\lambda = 102$ пм.

2. Заряджена частинка, яка була прискорена різницею потенціалів $U = 200$ В, має довжину хвилі де Бройля $\lambda = 2{,}02$ пм. Визначити масу m частинки, якщо її заряд чисельно дорівнює зарядові електрона.

3. Обчислити: *а*) орбітальний момент імпульсу електрона, що перебуває в атомі в *p*-стані; *б*) спіновий момент імпульсу електрона і проекцію цього моменту на напрям зовнішнього магнітного поля.

4. Визначити в електрон-вольтах максимальну енергію E фонона, що може збуджуватися в кристалі NaCl, якщо характеристична температура Дебая Θ_D = 320 К. Фотон якої довжини хвилі λ мав би таку енергію?

5. Яку найменшу енергію E потрібно затратити, щоб відірвати один нейтрон від ядра азоту $^{14}_{7}N$?

6. Визначити проміжок часу τ, протягом якого активність A ізотопу стронцію ^{90}Sr зменшиться в $k_1 = 10$ разів? В $k_2 = 100$ разів? Період напіврозпаду стронцію $T_{1/2} = 28$ років.

7. Яка енергія ΔE виділяється під час термоядерної реакції синтезу
$^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}$? Відповідь надати в джоулях і електрон-вольтах. Маси нуклідів у атомних одиницях маси (а.о.м.) :

$m_{^2\mathrm{H}} = 2{,}01410$ а.о.м. $m_{^3\mathrm{H}} = 3{,}01605$ а.о.м. $m_{\mathrm{He}} = 4{,}00260$ а.о.м.

$m_n = 1{,}00866$ а.о.м.

ВАРІАНТ 2

1. Визначити для першої і другої колових орбіт атому водню значення сили кулонівського притягання і напруженість електричного поля.

2. Визначити довжину хвилі де Бройля λ для: а) електрона, що рухається зі швидкістю $v = 10^6$ м/с; б) атома водню, що рухається із середньою квадратичною швидкістю за температури T = 300 К; в) кульки масою m = 1 г, що рухається зі швидкістю v = 1 см/с.

3. Енергія атома в деякому стаціонарному стані E = – 1,51 еВ. Чому дорівнює максимальне значення проекції орбітального моменту імпульсу електрона на вісь Oz для цього стану?

4. Якими є властивості квазічастинки, що називається фононом?

5. Енергія зв'язку $E_{зв}$ ядра кисню ${}^{18}_{8}O$ дорівнює 139,8 МеВ, ядра фтору ${}^{19}_{9}F$ – 147,8 МеВ. Визначити, яку мінімальну енергію E потрібно затратити, щоб відірвати один протон від цих ядер.

6. Визначити масу m полонію ${}^{210}_{84}\mathrm{Po}$, активність якого $A = 3{,}7\cdot10^{10}$ Бк. Період напіврозпаду полонію $T_{1/2}$ = 138 діб.

7. Визначити значення літери x в ядерних реакціях:

а) ${}^{55}_{25}Mn(x,n){}^{55}_{26}Fe$; б) ${}^{27}_{13}Al(\alpha,p)x$;

в) ${}^{14}_{7}N(n,x){}^{14}_{6}C$; г) $x(p,\alpha){}^{22}_{11}Na$.

ВАРІАНТ 3

1. На якій орбіті швидкість електрона атома водню в моделі атома Бора становить 734 км/с?

2. Визначити довжину хвилі де Бройля λ кульки масою m = 1 г, що рухається зі швидкістю υ = 100 м/с. Чи можуть проявитися у досліді хвильові властивості такої кульки?

3. Максимальне значення проекції орбітального моменту імпульсу електрона на вісь Oz для деякого стаціонарного стану атома водню $L_{lz} = 2\hbar$. Чому дорівнює мінімальна енергія $E_{\min}$ атома в цьому стані?

4. Пояснити фізичний зміст енергії Фермі.

5. Визначити енергію зв'язку $E_{зв}$ ядра ізотопу літію ${}^{7}_{3}\mathrm{Li}$.

6. Яка частина η початкової кількості ядер ${}^{90}\mathrm{Sr}$ розпадеться за одну добу і за 15 років? Яка частина ζ залишиться через 10 років і через 100 років? Період напіврозпаду стронцію $T_{1/2}$ = 28 років.

7. Визначити найменшу енергію γ-кванта, яка є достатньою для здійснення реакції розкладання дейтона γ-квантами ${}^{2}_{1}H + h\nu \rightarrow {}^{1}_{1}H + {}^{1}_{0}n$.

ВАРІАНТ 4

1. Під час переходу з третього рівня на другий воднеподібний іон атома деякого елемента випускає фотон з енергією 7,5 еВ. Який це елемент?

2. Визначити квантовомеханічну невизначеність Δv_x x-компоненти швидкості частинки масою m = 1 г і електрона, якщо положення кожного з них визначено з однаковою похибкою $\Delta x = 10^{-7}$ м.

3. Хвильова функція основного стану електрона в атомі водню має вигляд $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_B^3}} e^{-r/a_B}$. Тут a_B = 52,9 пм – борівський радіус. Визначити ймовірність знайти електрон всередині сферичного шару між сферами з радіусами 2 a_B та 3 a_B.

4. Пояснити фізичний зміст характеристичної температури Дебая Θ_D.

5. Визначити енергію зв'язку $E_{зв}$ ядра атома гелію ${}^4_2He$.

6. Унаслідок послідовних радіоактивних розпадів ядро урану ${}^{238}_{92}U$ перетворилося в ядро свинцю ${}^{206}_{82}Pb$. Користуючись таблицею Менделєєва, визначити скільки актів α-розпаду і β-розпаду при цьому відбулося.

7. Під час бомбардування ізотопу азоту ${}^{14}_{7}N$ нейтронами утворюється ізотоп вуглецю ${}^{14}_{6}C$, що виявляється β - радіоактивним. Навести рівняння обох реакцій.

ВАРІАНТ 5

1. Під час переходу з четвертого рівня на третій воднеподібний іон атома деякого елемента випускає фотон з енергією 5,95 еВ. Який це елемент?

2. Приймаючи, що електрон перебуває усередині атома діаметром 0,3 нм, визначити (в електрон-вольтах) невизначеність кінетичної енергії цього електрона.

3. Хвильова функція основного стану електрона в атомі водню має вигляд $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_B^3}} e^{-r/a_B}$. Тут a_B = 52,9 пм – борівський радіус. Визначити ймовірність знайти електрон зовні сфери радіусом 3 a_B.

4. У германії з домішкою бору енергія активації домішкових атомів $\Delta E_д$ = 0,01 еВ. Визначити: 1) тип провідності домішкового напівпровідника; 2) тип домішкової фотопровідності; 3) червону границю фотопровідності.

5. Визначити енергію зв'язку $E_{зв}$ ядра атома силіцію ${}^{31}_{14}Si$.

6. Визначити сталу радіоактивного розпаду λ ядра ${}^{55}Co$, якщо за годину розпадається 4% початкової кількості ядер. Продукт розпаду є стабільним.

7. Визначити добову витрату ядерного пального ${}^{235}U$ у реакторі АЕС. Теплова потужність станції становить P = 10 МВт. Прийняти, що в одному акті поділу ядра виділяється енергія Q = 200 МеВ, а ККД станції η = 20%.

ВАРІАНТ 6

1. Визначити швидкість електрона на другій борівській орбіті та радіус цієї орбіти.

2. Електрон перебуває в нескінченно глибокій одновимірній прямокутній потенціальній ямі шириною *l*. Визначити, у яких точках інтервалу ($0 \le x \le l$) густина імовірності (імовірність знаходження частинки в одиничному об'ємі в околі точки з координатою *x*) перебування електрона на першому і другому енергетичних рівнях є однаковою. Обчислити густину імовірності для цих точок. Пояснити графічно.

3. Хвильова функція деякої частинки має вигляд $\psi(r) = Ae^{-r^2/(2a^2)}$, де *A* і *a* – деякі сталі, *r* – відстань частинки від силового центра. Визначити найбільш ймовірну відстань r_i частинки від силового центра в цьому стані.

4. У чому зміст поняття «дірка» як носія струму в напівпровіднику? Чи існують дірки поза напівпровідником? Чи збігаються зони провідності для електронів і дірок у напівпровідниках? Чому дорівнює найменша енергія $\varepsilon_{\min}$ утворення пари електрон-дірка у власному напівпровіднику, провідність якого зростає в n = 2 рази з підвищенням температури від T_1 = 300 К до T_2 = 310 К?

5. Визначити енергію зв'язку $E_{зв}$ ядер: а) ${}^3_1H$; б) ${}^3_2He$. Яке з цих ядер є більш стійким?

6. За один рік початкова кількість радіоактивного препарату зменшилася в 5 разів. У скільки разів вона зменшиться за два роки?

7. Визначити енергію *E*, що виділяється під час з'єднання одного протона і двох нейтронів в атомне ядро. Необхідні маси нуклідів взяти з таблиць.

ВАРІАНТ 7

1. У який квантовий стан (n = ?) переходить атом водню, що перебуває в основному стані, під час поглинання фотона з енергією 12,1 еВ?

2. Електрон у нескінченно глибокій одновимірній прямокутній потенціальній ямі шириною *l* знаходиться в нижньому збудженому стані. Яка імовірність знаходження електрона в інтервалі *l*/4, рівновіддаленому від стінок ями?

3. Хвильова функція основного стану електрона в атомі водню має вигляд

$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_B^3}} e^{-r/a_B}$. Тут $a_В$ = 52,9 пм – борівський радіус. Визначити ймовірність знайти електрон у сферичному шарі товщиною $\Delta r = 0{,}1\, a_B$, що примикає до поверхні сфери радіусом $r = a_B$

4. Визначити ширину ΔE забороненої зони телуру, якщо його електропровідність зростає в n = 5 разів з підвищенням температури від T_1 =300 К до T_2 = 400 К.

5. Визначити енергію зв'язку $E_{зв}$, що приходиться на один нуклон, у ядрах; а) ${}^7_3Li$; б) ${}^{14}_7N$.

6. Визначити кількість ΔN атомів, що розпалися в m = 1 мг радіоактивного натрію $^{24}_{11}Na$ за час t_1 = 10 годин. Період напіврозпаду натрію $T_{1/2}$ = 15,3 годин.

7. Визначити енергію Q ядерної реакції: $^{44}_{20}Ca + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{41}_{19}K + ^{4}_{2}He$. Необхідні маси нуклідів взяти з таблиць.

ВАРІАНТ 8

1. Визначити довжину хвилі Де Бройля для електрона, що знаходиться на третій орбіті (n = 3) атома водню

2. Частинка в нескінченно глибокій одновимірній прямокутній потенціальній ямі шириною l знаходиться в основному стані, якому відповідає енергія E_1 = 8,12 МэВ. Ширина ями $l = 5\cdot10^{-15}$ м. Визначити масу m частинки.

3. Хвильова функція деякої частинки має вигляд $\psi(r) = Ae^{-r^2/a^2}$, де A і a – деякі сталі, r – відстань частинки від силового центра. Визначити середню відстань $<r>$ частинки від силового центра в цьому стані.

4. Кремнієвий зразок нагрівають від 0 до 10 °С. Приймаючи ширину ΔE забороненої зони кремнію 1,1 ев, визначити, у скільки разів зросте його питома електропровідність.

5. Енергія зв'язку $E_{зв}$ ядра, що складається з двох протонів і одного нейтрона, дорівнює 7,72 МеВ. Визначити масу $m_а$ нейтрального атома, який має це ядро.

6. Яка кількість атомів з $N = 10^6$ атомів полонію розпадається за час t = 1 доба? Період напіврозпаду полонію $T_{1/2}$ = 138 діб.

7. Визначити енергію Q, що виділяється під час реакції $^{7}_{3}Li + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{4}_{2}He.$ Необхідні маси нуклідів взяти з таблиць.

ВАРІАНТ 9

1. У планетарній борівській моделі атома водню електрон рухається по коловій орбіті, радіус якої дорівнює першому борівському радіусу. Визначити частоту обертання, силу колового струму, магнітну індукцію, що виникає в центрі колової орбіти електрона.

2. Розглядаючи приблизно ядро й атом як одновимірні прямокутні нескінченно глибокі потенціальні ями для нуклонів і електронів, обчислити відстань між основним і першим збудженим рівнями в атомі $\Delta E_{а1,2}$ і ядрі $\Delta E_{я1,2}$, вважаючи, що для атома ширина ями $l_а = 5\cdot10^{-10}$ м, а для ядра $l_я = 5\cdot10^{-15}$ м.

3. Хвильова функція основного стану електрона в атомі водню має вигляд

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_B^3}} e^{-r/a_B}$$

. Тут $a_В$ = 52,9 пм – борівський радіус. Визначити ймовірність знайти електрон: 1) всередині області, обмеженої сферою радіуса, що дорівнює борівському радіусу $a_В$; 2) зовні цієї області. Визначити відношення цих імовірностей.

4. Питома електропровідність кремнію має значення σ_1 =19 См/м за температури T_1 = 600 К і σ_2 =4 095 См/м за T_2 = 1 200 К. Визначити ширину ΔE забороненої зони для кремнію.

5. Визначити масу $m_а$ нейтрального атома, якщо ядро цього атома складається з трьох протонів і двох нейтронів, і енергія зв'язку $E_{зв}$ ядра дорівнює 26,3 МеВ.

6. За час t = 1 доба активність ізотопу зменшилася від A_1 = 118 ГБк до A_2 = 7,4 ГБк. Визначити період напіврозпаду $T_{1/2}$ цього нукліда.

7. Визначити енергію Q, що поглинається під час реакції ${}^{14}_{7}N+{}^{4}_{2}He\rightarrow{}^{1}_{1}H+{}^{17}_{8}O.$ Необхідні маси нуклідів взяти з таблиць.

ВАРІАНТ 10

1. У планетарній борівській моделі атома водню електрон рухається по коловій орбіті, радіус якої дорівнює першому борівському радіусу. Визначити лінійну та кутову швидкості електрона.

2. Електрон з енергією E = 5 ев рухається в додатному напрямку осі Ox, зустрічаючи на своєму шляху прямокутний потенційний бар'єр висотою U_0 = 10 еВ і шириною l = 0,1 нм. Визначити для цього бар'єра коефіцієнт прозорості D.

3. Хвильова функція електрона в атомі водню, який перебуває в основному стані, має вигляд $\psi(r)=\dfrac{1}{\sqrt{\pi a_B^3}}e^{-r/a_B}$. Тут $a_В$ = 52,9 пм – борівський радіус. Визначити середню відстань <r> електрона від ядра атома в цьому стані.

4. У кремнії з домішкою миш'яку енергія активації домішкових атомів $\Delta E_д$ = 0,05 еВ. Визначити: 1) тип провідності домішкового напівпровідника; 2) тип домішкової фотопровідності; 3) максимальну довжину хвилі, за якої фотопровідність ще збуджується.

5. Визначити енергію зв'язку, що приходиться на один нуклон $E_{зв}/A$ у ядрах; а) ${}^{7}{}_{3}Li$; б) ${}^{14}{}_{7}N$; в) ${}^{27}{}_{13}Al$; г) ${}^{40}{}_{20}Ca$; д) ${}^{63}{}_{29}Cu$; е) ${}^{113}{}_{48}Cd$; ж) ${}^{200}{}_{80}Hg$; з) ${}^{238}{}_{92}U$. Побудувати залежність $E_{зв}/A = f(A)$, де A – масове число.

6. Визначити сталу розпаду λ радону, якщо відомо, що кількість ядер радону зменшується за час t = 1 доба на 18,2%.

7. Визначити енергію Q, що виділяється під час реакції: ${}^{2}_{1}H+{}^{2}_{1}H\rightarrow{}^{1}_{1}H+{}^{3}_{1}H$. Необхідні маси нуклідів взяти з таблиць.

ВІДПОВІДІ НА КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1 розділ.
1. Коли при заданій точності обчислень урахування розмірів тіла не змінює результату. Як правило, при цьому розміри тіла мінімум на три порядки менше, ніж відстань, на яку переміщується тіло.
2. У випадку прямолінійного без зміни напряму руху.
3. У випадку руху без зміни напряму.
4. Середня шляхова швидкість у 1,57 разів є більшою.
5. 1) Так. 2) Ні.
6. $$s = \int_0^{t_1} \sqrt{v_x^2 + v_y^2}\, dt.$$
7. Тангенціальне прискорення визначає зміну модуля швидкості, а нормальне – зміну напряму швидкості.
8. Напрям визначається правилом гвинта. Під час руху вперед кутова швидкість колеса завжди спрямована вліво. Кутове прискорення під час розгону направлене теж вліво, під час гальмування – вправо.
Але під час руху автомобіля заднім ходом – все навпаки.
9. Для векторів :$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$, $\mathbf{a}_\tau = \boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{r}$ **,** для скалярів: $ds = rd\varphi$, $v = \omega r = 2\pi \nu r$, $a_\tau = \varepsilon r$ $a_n = \omega^2 r$
10. Сила, з якою тіло діє на опору (вага тіла) у цьому випадку дорівнює нулю. Вага зникає (настає невагомість).
11. $F_T=mg$. Прискорення вільного падіння зменшується з висотою h над поверхнею Землі за законом $g(h) = g_0/(1 + h/R)^2 \approx g_0(1 - 2h/R)$, для $h << R$, де $g_0 = 9{,}81$ м/с^2 – прискорення вільного падіння поблизу поверхні Землі, R – радіус Землі.
12. Для взаємодії точкових мас, точкової маси і кулі, що має сферично-симетричний розподіл маси, і для взаємодії двох таких куль.
13. Зменшується. Якщо прийняти, що густина Землі є сталою величиною, то зменшується за лінійним законом до нуля в центрі Землі.
14. Під час деформації тіла атоми і молекули, з яких складається тіло, зміщуються від положень рівноваги. Порушується рівновага електричних зарядів, з'являються електричні сили взаємодії.
15. Збільшиться у n разів. При деформації скороченої пружини на таку саму величину, що й нескороченої, сила взаємодії між атомами збільшиться *в* n разів.
16.. 1) Система має бути замкненою, тобто тіла системи взаємодіють проміж собою і не взаємодіють з іншими тілами. 2) Система має бути замкненою, а між тілами системи діють тільки консервативні сили.
17. Діє в напрямі руху. Майже завжди робота сили тертя є від'ємною, оскільки сила тертя спрямована проти переміщення. Але в даному випадку, та у випадках сили тертя між ведучими колесами будь-якого транспорту та поверхнею дороги робота сили тертя є додатною.

18. Робота результуючої усіх сил, що діють на матеріальну точку, витрачається на приріст її кінетичної енергії, тобто різниці значень енергії в кінцевій і початковій точках шляху:

$$A_{12} = T_2 - T_1.$$

19. Робота консервативних сил дорівнює убутку потенціальної енергії, тобто різниці значень енергії в початковій і кінцевій точках шляху:

$$A_{12} = \Pi_1 - \Pi_2.$$

20. Обернено пропорційно масам тіл.
21. Так, в неінерціальній системі.
22. Момент імпульсу частинки відносно деякої точки O є векторною величиною, яка визначається як векторний добуток радіус-вектора частинки відносно точки О на імпульс частинки

$$\mathbf{L} = [\mathbf{r}\ \mathbf{p}] = = [\mathbf{r},\ m\mathbf{v}].$$

Модуль цієї величини $L = lp = mvl$, де l – плече імпульсу. У випадку прямолінійного руху l є сталою величиною, mvl може змінюватися тільки за рахунок зміни модуля швидкості.
23. Якщо частинка рухається по колу радіуса r, модуль моменту імпульсу частинки відносно центра кола, $L = mvr$ може змінюватися тільки за рахунок зміни модуля швидкості.
24. За законом збереження моменту імпульсу під час обертання гвинта вертольоту кабіна його починає обертатися у протилежний бік. Щоб уникнути цього вертоліт обладнують другим гвинтом.
25. Момент імпульсу тіла відносно осі є скаляром. Він дорівнює добутку моменту інерції тіла відносно осі обертання на модуль кутової швидкості обертання $L_z = J_z\omega$. За умови рівності нулю сумарного моменту зовнішніх сил відносно осі обертання ця величина зберігається.

2 розділ.
1. Ні. $V_м=RT/p$.
2. Будь-яка молекулярна система складається з величезної кількості частинок, що безперервно рухаються, змінюють під час випадкових зіткнень свої швидкості. Наприклад, за нормальних умов $n = 2{,}69\cdot10^{19}$ см$^{-3}$. За таких умов точне знання швидкості неможливе. Крім того, кількість різних точних значень швидкостей є нескінченно великим, а кількість молекул є хоч і колосальною величиною, але завжди скінченою. Тому статистичний розподіл має справу тільки з інтервалом значень швидкостей.
3. Звукові хвилі в газі переносяться молекулами, що рухаються хаотично.
4. Концентрація газів з малою молярною масою збільшується.
5. Кількість теплоти являє собою енергію, що передається від одного тіла до іншого під час їх контакту або шляхом випромінювання. Молекули тіл, що стикаються, обмінюються енергією під час зіткнень, так що молекули сильніше нагрітого тіла втрачають енергію, передаючи її молекулам менш нагрітого тіла.
6. Ні, температура пов’язана тільки з енергією хаотичного руху молекул.

7. Якщо значення термодинамічних параметрів в окремих частинах системи однакові, не змінюються з часом та при цьому відсутні потоки фізичних величин (речовини, енергії, імпульсу, зарядів і т.п.).
8. Всі наведені процеси є рівноважними, а, отже, зворотними.
9. Робота газу $A = \int_{V_1}^{V_2} pdV$. У різних процесах тиск різним чином змінюється зі зміною об'єму.
10.Не змінюється, оскільки $U = \frac{pV}{\gamma - 1}$. Кімната не герметична, тому тиск повітря і його об'єм залишаються сталими, Однак, частина повітря вийшла назовні. Тепер повна внутрішня енергія розподіляється між меншою кількістю молекул, отже збільшується температура.
11. Ентропія є функцією стану системи. За формулою Больцмана $S = k \ln w$ ентропія визначається логарифмом числа мікророзподілів частинок, за допомогою якого може бути реалізований даний стан. Ентропія ізольованої системи залишається сталою, якщо зміна стану є оборотною, та зростає, якщо зміна стану є необоротною. Максимальне значення ентропії відповідає рівновазі системи. Можливі лише такі процеси, що відбуваються в ізольованій системі, які ведуть до збільшення ентропії. Ентропія є мірою невпорядкованості системи.
12. Зростає. Зі збільшенням об'єму збільшується кількість місць, які можуть займати молекули, кількість яких незмінна. Отже, зростає кількість різних можливостей розміщення на цих місцях, тобто кількість мікростанів w. А це означає за визначенням ($S = k \ln w$) зростання ентропії.
13. Зростає. Надання системі теплоти призводить до підсилення хаотичного руху молекул, до зростання середньої енергії молекул і тому до зростання числа w можливих енергетичних станів. А це означає за визначенням ($S = k \ln w$) зростання ентропії.
14. Ентропія не змінюється. Під час адіабатного розширення газу за рахунок збільшення об'єму ентропія зростає (див. відповідь на запитання 12.). Але за рахунок зменшення температури, яке при цьому відбувається, ентропія зменшується (див. відповідь на запитання 13.). Ці дві тенденції повністю компенсують одна одну.
15. Ні. Другий закон заперечує здійснення циклічних процесів, результатом яких було б повне перетворення в роботу теплоти, віднятої у будь-якого тіла, без того, щоб в оточуючих тілах відбувалися будь-які зміни. Іншими словами, другий закон стверджує, що перехід теплоти в роботу можливий лише за умови, що він супроводжується яким-небудь додатковим процесом. Таким додатковим процесом під час ізотермічного процесу є зменшення густини газу.

По-друге, у законі мова йде про циклічний процес, при якому весь час повторюється перетворення теплоти в роботу. Однократне ж перетворення під час ізотермічного розширення не є протиріччям закону.

16. Сили тертя виникають між двома шарами газу або рідини, що переміщуються паралельно один одному з різними швидкостями. Причиною тертя є перенос молекулами імпульсу з одного шару в інший. Перехід відбувається завдяки тепловому руху.

3 розділ.

1. Тільки для тіл зі сферично-симетричним розподілом зарядів. У цьому випадку можна вважати, що заряди є точковими і поміщені в центрі сфер.
2. Дотична до лінії напруженості вказує напрям сили, що діє на позитивний заряд, отже вказує напрям прискорення, а не швидкості заряду. Співпадати будуть тільки у випадку, коли лінії напруженості є прямими (поле точкового заряду, зарядженої нитки та ін), а заряджена частинка не має початкової швидкості.
3. Потік є величиною алгебраїчною і його знак залежить від кута між напрямом напруженості **E** і напрямом зовнішньої, тобто спрямованої назовні, нормалі. Отже, якщо поверхня охоплює позитивні заряди – потік Φ_E є додатним, негативні – від’ємним. Якщо алгебраїчна сума зарядів всередині дорівнює нулю, то і потік дорівнює нулю.
4. Потенціальна енергія такої системи частинок є від’ємною. На нескінченно великій відстані між ними вона є максимальною і такою, що дорівнює нулю.
5. На поверхні сферичного провідника заряди розподіляються рівномірно. Чим більшою є кривизна поверхні провідника довільної форми, тим більшою тут є густина зарядів. Але незалежно від форми провідника потенціали точок його поверхні є однаковими всюди – це є умовою рівноваги зарядів.
6. Під дією зовнішнього поля вільні заряди у провіднику переміщуються доти, поки за рахунок перерозподілу зарядів електричне поле всередині не зникне. Відомо, що **E** = – grad φ, отже градієнт потенціалу всюди всередині дорівнює нулю, тобто потенціали всіх точок всередині є однаковими. Незважаючи на те, що один бік провідника містить індуковані негативні, а інший бік – позитивні заряди, потенціали всіх точок поверхні теж однакові. Справа в тому, що потенціал будь-якої точки поверхні створюється усіма зарядами провідника – як позитивними, так і негативними, що розділилися під дією зовнішнього поля.
7. Тіло людини є провідником. Потенціал всіх точок провідника , що поміщений у зовнішнє поле, є однаковим. Різниця потенціалів не виникає.

8 Ємність провідника $C = \dfrac{q}{\varphi}$. Отже в даному випадку $\dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{\varphi_2}{\varphi_1}$. При з’єднанні провідників позитивні заряди будуть переміщуватися від другого провідника (високий потенціал) до першого. Доки потенціали не зрівняються.

9. В конденсаторі у провіднику *B* під дією поля зарядів *A* відбувається перерозподіл зарядів (електростатична індукція). На ближню сторону *B* приходять заряди протилежного *A* знаку , які зменшують потенціал *A*. В результаті ємність *A* ($C = \dfrac{q}{\varphi}$) зростає. І навпаки.

10. Сили електричного поля виконують роботу, яка дорівнює убутку потенціальної енергії системи конденсатор-частинка.
11. Втрати залежать лише від співвідношення ємностей конденсаторів. Вони є тим більшими, чим більше ємність зарядженого конденсатора у порівнянні з незарядженим.
12. Електроємність зросте в ε разів. Це – експериментальний факт. Тоді з відомих формул випливає, що напруженість електричного поля і напруга зменшуються в ε разів. Пояснюється цей факт виникненням на поверхні діелектрика поляризаційних зарядів.
13. Зовнішнє електричне поле орієнтує дипольні моменти окремих молекул діелектрика (орієнтаційна поляризація), або зміщує в протилежні боки позитивні і негативні іони в кристалічній гратці іонних кристалів (іонна поляризація), або зміщує електрони в електронних оболонках молекул (електронна поляризація).

У статичних полях або електромагнітних хвилях малої частоти діють всі три механізми. Зі збільшенням частоти (діапазон радіохвиль) першим зникає вклад орієнтаційної частини діелектричної сприйнятливості – молекули диполі не встигають повертатися під дією зовнішнього електричного поля хвилі. З подальшим зростанням частоти (інфрачервона область) зникає вклад іонної частини (інерція іонів). У діапазоні оптичних частот залишається лише електронна частина поляризації. Нарешті, в ультрафіолетовому діапазоні поляризованість діелектрика зникає. Отже, діелектрична проникність води у змінних електричних полях буде зменшуватись зі зростанням частоти.
14. Під дією кулонівських сил такі струми неможливі. Але під дією електричних сторонніх сил (наприклад, хімічної природи, або електромагнітних) у джерелах струму такий рух відбувається.
15. За принципом суперпозиції магнітних полів у випадку паралельних струмів – нулю, у випадку антипаралельних – подвоєній індукції одного струму.
16. Ні, будуть відштовхуватися. У провідниках зі струмом рух вільних електронів відбувається в кристалічній гратці, що побудована з позитивних іонів. Таким чином, електрична взаємодія компенсується, провідник в цілому є нейтральним, і провідники взаємодіють тільки за рахунок магнітних сил. У випадку двох пучків електрони не екрановані іонами. Між електронами пучків діють значно більші, ніж магнітні, сили електростатичного відштовхування. Кулонівська сила більше за магнітну в c^2/v^2 разів, де v – швидкість руху зарядів.
17. Під час переміщення під дією амперової сили в провідниках виникає додатковий (індукційний) струм. Джерело струму витрачає енергію, щоб підтримувати струм в провідниках сталим.
18. Якщо багаторазово розділяти магніт на дві частини, в кожній з них будуть два полюси. Навіть, якщо дійти до окремих атомів і елементарних частинок – електронів , протонів, нейтронів, які теж являють собою мікромагніти. Отже, окремі магнітні заряди експериментально не відкриті.
19. Орієнтацією магнітних моментів всіх доменів (областей спонтанного намагнічення) у напрямі прикладеного поля.
20. Самочинною орієнтацією спінових магнітних моментів атомів феромагнетика у доменах.

21. Орієнтацією молекулярних струмів, що створюються рухом електронів в атомах речовини, і власних магнітних моментів електронів.
22. Як відомо, напруженість електричного поля дорівнює силі, що діє з боку поля на одиничний позитивний заряд. **E** = **F**/q. Іноді магнітну індукцію як силову характеристику магнітного поля визначають з закону Ампера $B = F_A/(I\, l_{пров}.\sin\alpha)$ Якщо провідник зі струмом розміщений перпендикулярно до вектора індукції **B**, то індукція чисельно дорівнює силі, що діє на пробний елемент провідника одиничної довжини, по якому проходить струм 1 А. В обох випадках ми маємо справу з силовими характеристиками полів. Тоді $E_l dl$ та $B_l dl$ мають зміст елементарної роботи цих сил, а відповідні інтеграли – роботи по замкненому контуру.
23.У випадку електростатичного поля при обході довільного замкненого контуру робота сил поля завжди дорівнює нулю (якщо на першій частині шляху сила та переміщення «співпадають» за напрямом, робота є додатною, то на другій – вони «протилежні», робота є від'ємною). $\oint\limits_L E_l dl = 0$. Силове поле, яке задовольняє цю умову, називається потенціальним і може бути описано потенціалом у кожній точці. В той же час, у випадку магнітного поля, якщо контур обходу охоплює струм, сила і переміщення завжди «співпадають» за напрямом. Тому в результаті обходу робота магнітної (амперової) сили не дорівнює нулю, $\oint\limits_L B_l dl = \mu_0 \sum\limits_i I_i$. Для магнітного поля не існує потенціалу, як для електростатичного поля, лінії магнітного поля замкнені самі на себе, магнітне поле носить вихровий характер.
24. $\oint\limits_S E_n dS = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum\limits_i q_i, \oint\limits_S B_n dS = 0.$ Це є математичним виразом того факту, що в природі відсутні магнітні заряди на відміну від електричних.
25.Електростатичного – ні, електричного – так. Розрізняють поля електростатичні, що створюються зарядами, і електричні вихрові, що виникають навколо змінних магнітних полів, ці поля без зарядів. Циркуляція (робота сил поля по переміщенню одиничного заряду по замкненому шляху) вектора напруженості електростатичного поля дорівнює нулю, вихрового – відрізняється від нуля. У другому випадку діють сторонні електричні сили.

4 розділ.
1. *А*) Так. *б*) Ні.
2. Кінетична і потенціальна енергії є періодичними функціями часу з періодом, що дорівнює половині періоду коливань. Отже, частота $\omega_{кін} = \omega_{пот} = 2\omega_0$.
3. $\Delta\varphi = \pi$, коливання прискорення і зміщення відбуваються у протифазі. У той момент часу, коли зміщення сягає найбільшого додатного значення, прискорення сягає найбільшого за модулем, але від'ємного значення , і навпаки.

4. $\Delta\varphi = \pi$, тобто коливання відбуваються у протифазі: у момент часу, коли потенціальна енергія стиснутої пружини сягає максимуму, кінетична енергія вантажу дорівнює нулю, а їхня сума у будь-який момент часу залишається сталою. Наведемо математичний доказ. Нехай $x = A\cos\omega_0 t$. Для спрощення початкову фазу коливань покладено рівній нулю, $\varphi_0 = 0$. Тоді швидкість $v = \dfrac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin\omega_0 t$ і кінетична енергія вантажу

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\sin^2\omega_0 t = \frac{W}{2}\left(1 - \cos 2\omega_0 t\right) \qquad (1),$$

де W – повна механічна енергія коливальної системи. Аналогічно

$$W_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2}\cos^2\omega_0 t = \frac{W}{2}\left(1 + \cos 2\omega_0 t\right). \qquad (2)$$

З (1) та (2) випливає, що W_k та W_p змінюються відносно середнього значення $W/2$. Скориставшись рівністю $\cos(\alpha + \pi) = -\cos\alpha$, одержимо замість (1)

$$W_k = \frac{W}{2}\left(1 + \cos\left(2\omega_0 t + \pi\right)\right) \qquad (3)$$

Порівнявши (2) та (3), отримаємо різницю фаз $\Delta\varphi = \pi$.

5. *Г, д, е* – вимушені, *а, б. в, є, ж* – автоколивання..

6. *А*) У воді. *Б*) У повітрі.

7. Заломленням звукових хвиль. Увечері шари повітря поблизу землі охолоджуються до більш низьких температур, ніж ті шари, що лежать вище. Тому звукові хвилі поступово завертаються у ніжні більш густіші шари повітря. Вдень – навпаки. Шари повітря поблизу землі нагріваються швидше, звукові хвилі .завертаються уверх.

8. Трійка векторів **E**, **H** і **v** утворюють правий гвинт. Якщо обертати гвинт від **E** до **H,** отримаємо напрям **v**. В однакових.

9. $\nu = c/\lambda = 5{,}45\cdot10^{14}$ Гц.

10. Практично – ні**.** Інтенсивність випромінювання сильно залежить від амплітуди ($\sim E_m^2$) та частоти ($\sim \omega^4$) хвилі. Внаслідок їх малості у даному випадку інтенсивність низькочастотної хвилі є мізерною, а довжина хвилі $\lambda = c/\nu = 6\ 000$ км не може бути зафіксована і не має практичного застосування.

11. Ні, бо умовою інтерференції (підсилення або послаблення коливань) є однаковий напрям коливань.

12. Так. Утворюється хвиля, поляризована в загальному випадку по еліпсу.

13. Під час замикання кола з джерелом постійної ЕРС на першому етапі енергія витрачається на створення магнітних полів струму. Після встановлення постійної сили струму енергія джерела витрачається тільки на нагрівання провідників, якщо вони нерухомі. Якщо коло містить джерело змінної ЕРС, енергія витрачається додатково на випромінювання електромагнітних хвиль.

14. У котушці виникає ЕРС самоіндукції, яка підтримує струм розрядки конденсатора і призводить до перезаряджання його.
15. Або надати конденсатору заряду від джерела струму, або збудити в котушці індукційний струм.
16. Для води $\varepsilon = 81$ тільки в статичних полях. У високочастотному полі світлової електромагнітної хвилі (частота коливань $\nu \approx 10^{15}$ Гц) діелектрична проникність є значно меншою. (див. відповідь на запитання 13 розділу «Електрика та магнетизм»).

5 розділ.
1. Хвилі однакової частоти (або періоду, або довжини хвилі), поляризації (напряму коливань світлового вектора) і незмінної різниці фаз. Отримують шляхом поділу світла від одного джерела на два пучки, які потім накладаються один на одного. За умови, щоб оптична різниця ходу хвиль не перевищувала довжину когерентності вихідних хвиль.
2. Ні. Щоб хвилі, відбиті від верхньої та нижньої поверхонь скла могли інтерферувати, їх оптична різниця ходу ($\approx 2dn$, d – товщина пластинки) не може перевищувати довжину когерентності ($\approx \lambda^2/\Delta\lambda$, $\Delta\lambda$ – інтервал довжин хвиль, що присутні в даній світловій хвилі). Оцінка дає товщину $d \approx 0{,}06$ мм, що значно менше, ніж віконне скло, але достатньо для мильної плівки.
3. Так, але вона не є стійкою в часі.
4. Якщо розміри отвору є значно більшими у порівнянні з довжиною світлової хвилі.
5. Так, якщо отвір в діафрагмі оставляє відкритим тільки невелике непарне число центральних зон Френеля. Максимальна освітленість виникає, якщо на площі отвору укладається тільки одна перша зона. Тоді освітленість в точці, що лежить на осі діафрагми, може зрости у 4 рази. В інших точках екрана освітленість зменшиться, а середня освітленість, як і слід очікувати, від застосування діафрагми зменшиться.
6. Умовою спостереження дифракції є вимога, щоб у отворі укладалося (або перешкода закривала) невелике число центральних зон Френеля. З формул для радіусів зон Френеля можна отримати вираз для кількості m зон, які уміщаються в отворі радіуса r_0:

$m = \dfrac{r_0}{\lambda} \cdot \dfrac{r_0(a+b)}{ab}$ – для дифракції Френеля, та $m = \dfrac{r_0}{\lambda} \cdot \dfrac{r_0}{b}$ – для дифракції Фраунгофера. Тут a і b – відстані від джерела світла до перешкоди і від перешкоди до екрана, відповідно. З наведених формул випливає, що кількість зон, які укладаються на частині хвильового фронту, не закритому перешкодою, залежить від відношення розмірів отвору до довжини хвилі та від місця його розміщення. Наприклад, у випадку дифракції Фраунгофера число m буде невеликим, якщо лінійні розміри отвору (або перешкоди) r_0, відстань b та довжина хвилі λ, будуть одного порядку малості, або, точніше, добуток $\lambda\, b$ у знаменнику у порівнянні з r_0^2 у чисельнику. Чим більш порівняні r_0 та λ, тим на меншій відстані від перешкоди b стає помітною дифракція.

7. На відстань 50 м. Тобто відстань до екрана має у декілька тисяч разів перебільшувати розміри отворів (або непрозорих тіл). (див. відповідь на попереднє питання).
8. Так, якщо тіло закриває невелике число центральних зон Френеля. Розміри зон Френеля зростають зі збільшенням відстані від перешкоди до екрана, на якому спостерігають дифракцію. Тому у випадках, коли відстань до екрана значно перевищує розміри предмета, дифракція стає помітною.
9. Всі щілини гратки випромінюють вторинні хвилі по всіх напрямах. Певний напрям дифракції можна виділити за допомогою лінзи, у фокальній площині якої зберуться промені, що йдуть під однаковим кутом φ дифракції.
10. Так. За формулою гратки $d \sin \varphi = \pm m \lambda$, кут φ дифракції пов'язаний з періодом d гратки , тобто кількістю штрихів на одиницю довжини гратки.
11. Природного – ні. Що до відбитого від води, то таке світло стає частково або повністю (за умови, що кут i падіння задовольняє $\mathrm{tg}\, i = n$, для води $n = 1{,}3$, $i = 53°$) поляризованим. Його можна ослабити або згасити.
12. Так, якщо: 1) дзеркало діелектричне; 2) падаючий промінь є плоскополяризованим у площині падіння, а кут падіння дорівнює куту Брюстера.
13. Райдуга спостерігається після дощу, коли сонце розміщене за спиною спостерігача. Промені світла заломлюються сферичними крапельками води і відбиваються від їх внутрішньої поверхні (явище повного внутрішнього відбивання). Червоні промені заломлюються менше, ніж фіолетові (явище дисперсії). Тому червоні промені попадають в око спостерігача від крапель, що розміщуються на більшій висоті. Отже верхня смуга райдуги завжди є червоною.
14. За рахунок дисперсії світла і зменшення показника заломлення повітря з висотою, під час сходу Сонця спостерігалася б зміна його кольору від фіолетового до червоного. Внаслідок існуючих явищ розсіяння і поглинання світла, іноді під час сходу Сонця можна спостерігати кольори , починаючи від зеленого.
15. Висока напруга прикладається для надання достатньої кінетичної енергії електронам, які потім гальмуються на аноді трубки. Частина кінетичної енергії електрона під час різкого гальмування перетворюється в енергію рентгенівського фотона, який народжується. Чим більшою є ця енергія, тим більшою буде частота фотона ($\varepsilon = h\nu$).
16. Так. Тільки для абсолютно чорного тіла не залежить.
17. За другим законом термодинаміки в ізольованій системі не можна порушити теплову рівновагу за рахунок обміну теплотою між тілами системи. Згідно з принципом детальної рівноваги, щоб рівновага системи зберігалася, поряд з будь-яким мікропроцесом має здійснюватися і зворотний до нього. Отже, потік енергії, що випромінюється в діапазоні частот $d\omega$, має дорівнювати потоку енергії в тому ж діапазоні частот, що поглинається тілом.
18. Ні.
19. При зіткненні квант передає електрону частину своєї енергії та імпульсу.
20. Енергія фотона видимого світла (близько 2 еВ) має порядок , близький до енергії зв'язку електронів в атомах розсіювача, тому такі електрони не можна

вважати вільними.

6 розділ.

1. Дослід Франка і Герца. Під час непружного зіткнення електронів з атомами газу останні збуджувались. Кожен з атомів при цьому міг отримувати лише певну енергію.
2. Приблизно у 137 разів меншою.
3. Ні. Під рухом у квантовій механіці розуміють перехід електрона з одного стаціонарного стану в інший.
4. Згідно з класичними уявленнями частинка у кожний момент часу перебуває в певному місці простору з певними координатами і характеризується певною швидкістю. Це проявляється у наявності у частинки траєкторії. У квантовій механіці стан мікрочастинки описується за допомогою хвильової функції, яка є носієм інформації про корпускулярні та хвильові властивості мікрочастинок. Траєкторії мікрочастинок відсутні.
5. Так. Хвильовими властивостями володіють окремі частинки.
6. Хвильові властивості є універсальними властивостями всіх частинок. Вони описуються так званою хвилею Де Бройля $\lambda = \dfrac{\hbar}{mv}$. Внаслідок малості $\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с у чисельнику, λ стає суттєвою тільки для малих за масою (m у знаменнику) мікрочастинок – електронів, атомів і т.п. Для більярдних куль довжина хвилі Де Бройля $\lambda \approx 10^{-34}$ м. Дифракція будь-яких хвиль відбувається за умови , що розміри перешкод є того самого порядку, що й довжина хвилі. У навколишньому світі немає об’єктів (щілин, перешкод) таких розмірів, щоб можна було б зареєструвати хвильові властивості під час дифракції. Навіть розмір атомного ядра ($\sim 10^{-15}$ м) у неймовірно колосальне число (10^{19}) разів перебільшує довжину хвилі Де Бройля у цьому випадку. Отже хвильові властивості у більярдної кулі не виявляються.
7. Квантові закони не відміняють класичних законів, а уточнюють їх. Їх можна застосувати і для опису макроскопічних тіл. Але це є майже нереальна, неймовірно складна математична задача. Навіть якщо вдалося б розв’язати її за допомогою самих сучасних обчислювальних машин, отримані результати не будуть містити квантової дискретності значень енергії і моменту імпульсу, точніше кажучи, вони будуть непомітними. Класичний опис макротіл є значно більш простим.
8. Для тих процесів, в яких стала Планка не може вважатися малою величиною, або інакше, для яких довжина хвилі Де Бройля має такий самий порядок, що й область локалізації частинки.
9. Головне квантове число n визначає енергетичні рівні електронів в атомі.

Орбітальне квантове число l визначає величину модуля вектора моменту імпульсу електрона в атомі.

Магнітне квантове число m_l визначає проекцію моменту імпульсу електрона на заданий напрям.

Магнітне спінове число m_s визначає проекцію власного моменту імпульсу електрона на заданий напрям.
10. Ймовірність виявлення електрона в різних частинах атома різна. Електрон при своєму русі ніби „розмазаний" по всьому об'єму , створюючи електронну хмару, густина якої характеризує ймовірність знаходження електрона в різних точках об'єму атома.
11. Електричний струм в металах являє собою впорядкований рух електронів провідності. У кристалічному напівпровідниковому діоді, що включений в прямому напрямі, назустріч один одному під дією електричного поля рухаються електрони і дірки. Вони переміщуються з областей, де являються основними носіями струму. На контакті електрони і дірки рекомбінують, тобто електрони «заповнюють» вакансії (дірки) і носії струму зникають.
12. Так, згідно з зонною теорією.
13. Енергія Фермі ε_F являє собою максимальну енергію, яку можуть мати електрони в металі при абсолютному нулі температури. $\varepsilon_F(0) \approx 5$ еВ. Швидкість порядку 10^6 м/с.
14. $\langle\varepsilon\rangle \approx 3$ еВ. До температури 25 000 К.
15. Теплові коливання кристалічної гратки твердого тіла можна представити як пружні хвилі, що поширюються в кристалі. Кожну з біжучих хвиль можна трактувати як сукупність рухомих квазічастинок, квантів коливальної енергії, які називають фононами, з енергією $\varepsilon = \hbar\omega$. Тут ω – власна частота коливань гратки. Квазічастинки відображають специфіку конкретної кристалічної структури, вони існують постільки, оскільки існує сама структура. З руйнуванням кристала вони зникають. Отже квазічастинки-фонони не можуть існувати в вакуумі – для свого існування вони потребують деякого середовища.
16. Теорія теплоємності кристалів, що враховує квантування коливальної енергії, була створена Ейнштейном і Дебаєм. Коливання атомів кристалічної гратки розглядається як система пружно зв'язаних матеріальних точок, кожна з яких здійснює гармонічні коливання певної частоти. На відміну від коливань суцільного тіла, частота яких могла б бути якою завгодно великою, частоти коливань кристалу містяться в межах від нуля до деякої максимальної ω_{max} . Спектр коливань кристала «зрізаний» цією частотою ω_m зверху. Обмеженість числа частот коливань зумовлена тим, що відповідна ω_{max} довжина пружної хвилі λ_{min} не може бути меншою, ніж відстань між сусідніми атомами. Величину $\theta_D = \dfrac{\hbar\omega_{max}}{k}$ називають характеристичною температурою Дебая
17. Характеристична температура Дебая для кожної речовини вказує область температур, де становиться істотним квантування енергії коливань під час розрахунку теплоємності кристала. Можна також за формулою $\theta_D = \dfrac{\hbar\omega_{max}}{k}$ визначити максимальну власну частоту ω_{max} коливань атомів кристалу в кристалічній гратці.

18. Електрони народжуються (утворюються) в ядрі внаслідок процесу перетворення одного з нейтронів ядра в протон з одночасним утворенням антинейтрино: ${}_0^1n \rightarrow {}_1^1p + {}_{-1}^{0}e + {}_0^0\tilde{\nu}_e$.

19. Кінетична енергія α-частинок виникає за рахунок дефекту мас «материнського» ядра по відношенню до «дочірнього» ядра і α-частинки. Кінетична енергія між ними розподіляється обернено пропорційно до їх маси. Звичайно, маса «дочірнього» ядра набагато перебільшує масу α-частинки. Тому практично всю енергію розпаду отримує α-частинка, і під час розпаду будь-яких ядер даного ізотопу ця енергія буде такою самою.

Як і при альфа-розпаді, кількість енергії, що виділяється під час бета-розпаду визначається теж дефектом маси «материнського» і «дочірнього» ядра. Однак при бета-розпаді ця енергія поділяється між електроном (позитроном) і антинейтрино (нейтрино), причому сума енергій обох частинок становить E_{max}. Вірогідність розподілу енергії визначається законами так званої слабкої взаємодії.

20. Проникнення частинки через такий бар’єр забороняється законами класичної механіки, але можливе в квантовій механіці. Проходження α-частинки крізь потенціальний бар’єр називається тунельним ефектом.

21. Сили кулонівського відштовхування протонів значно слабкіші за ядерні, але вони убувають з відстанню дуже повільно, маючи нескінченний радіус дії. Ця обставина приводить до того, що при зростанні числа протонів у ядрі збільшується й енергія їх кулонівського відштовхування. Зв'язок між нуклонами стає слабшим, а ядра менш міцними.

Крім того, як у будь-якій квантовій системі, в ядрі існують дискретні енергетичні рівні. Спін протонів і нейтронів дорівнює ½, отже вони підкоряються принципу Паулі. Зі зростанням числа нуклонів вони повинні займати все більш високі рівні енергії. У важких ядрах така енергія може перевищити енергію зв’язку.

22. γ-випромінювання – це короткохвильове електромагнітне випромінювання з дуже малою довжиною хвилі $\lambda < 10^{-10}$ м. Воно не є самостійним видом радіоактивності, а супроводжує α- і β- розпади, а також виникає під час ядерних реакцій та розпаду елементарних частинок. При радіоактивному α- і β- розпаді дочірнє ядро перебуває у збудженому стані , повертаючись в основний стан, збуджене ядро випускає γ-випромінювання.

Проходження γ-квантів крізь речовину супроводжується фотоефектом (вибиванням електронів з внутрішніх оболонок атомів), комптонівським розсіюванням і утворенням електронно-позитронних пар.

23. Одиницею магнітного моменту електрона є магнетон Бора, одиницею магнітного моменту ядра – ядерний магнетон. Магнетон Бора приблизно в 2000 разів більший за ядерний магнетон. Отже, магнітні властивості атомів визначаються в основному магнітними властивостями його електронів.

24. $v \sim 0{,}1\ c$; $r \approx 2\cdot10^{-15}$ м; $\rho \approx 10^{17}$ кг/м^3.

ДОДАТКИ

А. ДЕЯКІ ВІДОМОСТІ З МАТЕМАТИКИ

1. Сталі числа

π = 3,1416; π^2 = 9,8696; $\sqrt{\pi}$ = 1,7725; e = 2,7183;

ln 10 = 2,3026; lg e = 0,4343; $ln\, x = 2{,}303\ lg\ x$.

2. Відомості з геометрії

Теорема косинусів $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.

Теорема синусів $\dfrac{a}{sin\,A} = \dfrac{b}{sin\,B} = \dfrac{c}{sin\,C}$,

де *a*, *b*, *c* – сторони трикутника, *A*, *B*,*C* – відповідні кути.

Площа трикутника $S = (1/2)\, ah_a = (1/2)\, ab \sin C$.

Одиниці плоского кута:

1 градус (...°); $1° = \dfrac{\pi}{180}\ рад = 1{,}75 \cdot 10^{-2}\ рад$; 1 рад ≈ 57,3°;

1 хвилина (...'); 1' = $2{,}91 \cdot 10^{-4}$ рад;

1 секунда (..."); 1" = $4{,}85 \cdot 10^{-6}$ рад.

Довжина кола $l = 2\pi r$. Площа кола $S = \pi r^2$.

Площа поверхні сфери $S = 4\pi r^2$. Об’єм кулі $V = (4/3)\pi r^3$.

Рівняння прямої в площині з кутовим коефіцієнтом *k:* $y = kx + b$.

Рівняння прямої у відрізках $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$.

3. Тригонометричні функції

Періодичність: $sin(x + 2n\pi) = sin\,x;\qquad cos(x + 2n\pi) = cos\,x;$

$$\mathrm{tg}(x + n\pi) = \mathrm{tg}x.$$

Зв'язок між тригонометричними функціями:

$$sin^2 x + cos^2 x = 1;\qquad \mathrm{tg}x = \frac{sin\,x}{cos\,x};$$

Парність тригонометричних функцій:

$$sin(-x) = -sin\,x;\ cos(-x) = cos\,x;\ \mathrm{tg}(-x) = -\mathrm{tg}x.$$

Формули додавання:

$$sin(x \pm y) = sin\,x\,cos\,y \pm cos\,x\,sin\,y;$$

$$cos(x \pm y) = cos\,x\,cos\,y \mp sin\,x\,sin\,y;$$

Тригонометричні функції кратних аргументів:

$$sin\,2x = 2\,sin\,x\,cos\,x;\ cos\,2x = cos^2 x - sin^2 x.$$

Сума і різниця тригонометричних функцій:

$$\sin x \pm \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x\mp y}{2};$$

$$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2};$$

$$\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}.$$

Функція	Кути				
	0º	30º	45º	60º	90º
	0	π/6	π/4	π/3	π/2
sin	0	1/2	√2/2	√3/2	1
cos	1	√3/2	√2/2	1/2	0
tg	0	√3/3	1	√3	∞
ctg	∞	√3	1	√3/3	0

4. Похідні елементарних функцій

Функція	Похідна
x^a	ax^{a-1}
e^{ax}	ae^{ax}
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$1/x$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$tg\, x$	$1/\cos^2 x$

5. Таблиця невизначених інтегралів (сталі інтегрування опущені)

$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1}, (a \neq -1);$	$\int \sin x dx = -\cos x;$
$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x}$	$\int \cos x dx = \sin x;$
$\int \frac{dx}{x} = \ln\lvert x\rvert;$	$\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x$
$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a}e^{ax};$	$\int \cos^2 x dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x$

6. Середнє значення функції.

Середнє значення функції $y(x)$ на проміжку від x_1 до x_2

$$< y >= \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} y(x)dx.$$

7. Деякі відомості про вектори

Векторами називаються величини, які характеризуються числовим значенням (модулем) і напрямом, і, крім того, додаються за правилом паралелограма. Вектори зображуються направленим відрізком, довжина якого у деякому масштабі дорівнює *абсолютній величині* або *модулю* вектора, а стрілка показує його напрям. Додавання векторів

$$\mathbf{c} = \mathbf{a} + \mathbf{b} \text{ (рис. 1).}$$

Правило паралелограма: сума векторів дорівнює діагоналі паралелограма, сторони якого утворені векторами, що додаються.

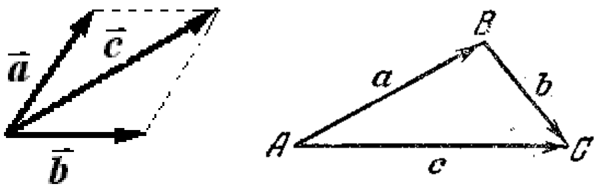


Рис. 1

Проекція a_x вектора **a** на вісь *Ox* (рис. 2) дорівнює добутку довжини цього вектора на косинус кута між ним і додатним напрямом осі.

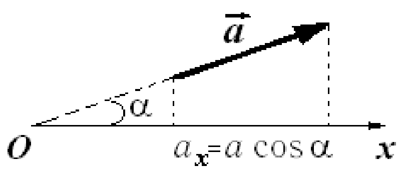


Рис. 2.

Розкладання вектора за базисними векторами (ортами)

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k},$$

де a_x, a_y, a_z – проекції вектора на відповідні напрямки.

Модуль вектора

$$a = |\mathrm{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

Скалярний добуток векторів $\mathbf{ab} = ab \cos \left(\widehat{\mathbf{ab}} \right)$.

Векторний добуток векторів (рис. 3)

$$\mathbf{c} = [\mathbf{ab}],\ c = ab\sin\left(\widehat{\mathbf{ab}}\right).$$

8. Наближені формули

За малих x ($|x| << 1$) мають місце наближені рівності:

$$(1 \pm x)^{\alpha} \approx 1 \pm \alpha x; \qquad \text{окремі випадки:}$$

$$\frac{1}{1 \pm x} \approx 1 \mp x; \quad \sqrt{1 \pm x} \approx 1 \pm \frac{1}{2}x; \quad \frac{1}{\sqrt{1 \pm x}} \approx 1 \mp \frac{1}{2}x;$$

$$\ln(1 \pm x) \approx \pm x;$$

$$e^{\pm x} \approx 1 \pm x,;$$

$$\sin x \approx \mathrm{tg} x \approx x.$$

Якщо $|x| << |a|$, $\sqrt{a^2 \pm x^2} \approx a \pm \frac{x^2}{2a}$; $\frac{1}{\sqrt{a^2 \pm x^2}} \approx a \mp \frac{x^2}{2a}$.

Б. ПРО НАБЛИЖЕНІ ОБЧИСЛЕННЯ

Числові значення фізичних величин завжди є наближеними. Це зв'язано з недостатньою точністю вимірювань.

До таких величин відносяться, зокрема, багато фізичних констант. Наприклад, округлені з точністю до трьох значущих цифр швидкість світла у вакуумі *з* $\approx 3,00 \cdot 10^8$ м/с, елементарний заряд $e \approx 1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл, гравітаційна стала $G \approx 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг² і т.д.

Більш точні значення цих величин $c = 2,99792458 \cdot 10^8$ м/с, $e = 1,6021892 \cdot 10^{-19}$ Кл, $G = 6,6720 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг². Однак, і ці значення є, у свою чергу, наближеними.

Тому, приступаючи до обчислень, необхідно пам'ятати про ту точність, яку потрібно одержати.

Одна з найпоширеніших помилок полягає в тому, що при обчисленнях домагаються одержання такої точності результатів, яка зовсім не відповідає точності даних задачі. Неприпустимо проводити обчислення з великою точністю, якщо дані задачі не допускають цього.

При обчисленнях визначають кількість вірних ***значущих цифр*** у числі. При підрахунку значущих цифр не враховуються нулі з лівої сторони. Нулі в середині або наприкінці числа (праворуч), що позначають відсутність у числі одиниць відповідних розрядів, – значущі цифри. Наприклад, у числі 0,08040 перші два нулі – не значущі, а третій і четвертий – значущі.

Наближені числа варто записувати, зберігаючи тільки вірні знаки. Нулі, які поставлені наприкінці цілого числа замість невідомих цифр і які служать тільки для визначення розрядів інших значущих цифр, не пишуть. Їх заміняють відповідним ступенем числа 10. Наприклад, число 52 400 повинне бути записане у вигляді $5{,}24\cdot 10^4$. Такий запис підкреслює, що в даному числі утримуються лише три значущі цифри.

Якщо наближене число містить зайві цифри, його ***округляють***. При цьому керуються наступними ***правилами округлення***.

1. Якщо перша цифра, що відкидається, більше 4, то остання цифра, що зберігається, збільшується на одиницю. Наприклад, округляючи число 27,3763 до сотих, варто записати 27,38.

2. Якщо перша цифра, що відкидається, менше 4 або дорівнює 4, то остання цифра, що зберігається, не змінюється. Наприклад, округляючи число 13 847 до сотень, записують $138\cdot 10^2$.

3. Якщо частина числа, що відкидається, складається з однієї цифри 5, то число округляють так, щоб остання цифра, що зберігається, була парною. Наприклад, при округленні до десятих $23{,}65 \approx 23{,}6$, але $23{,}75 \approx 23{,}8$.

Під час обчислень керуються наступними ***правилами підрахунку цифр.***

1. При *додаванні і відніманні* в кінцевому результаті зберігають стільки десяткових знаків, скільки їх має число з найменшою кількістю десяткових знаків.

2. При *множенні і діленні* в результаті зберігають стільки значащих цифр, скільки їх має наближене число з найменшою кількістю значущих цифр.

3. При *піднесенні до квадрата і до куба* у результаті варто зберігати стільки значащих цифр, скільки їх має число, що підноситься до степеня.

4. При *добуванні квадратного і кубічного коренів* у результаті варто брати стільки значащих цифр, скільки їх має підкореневе число.

При обчисленні проміжних результатів зберігають на одну цифру більше, ніж зазначено в правилах 1. – 4. (так звана запасна цифра). В остаточному результаті запасна цифра відкидається.

Якщо деякі числа містять більше десяткових знаків (при додаванні і відніманні) або більше значущих цифр (при множенні, діленні, піднесенні до степеня, добуванні кореня), ніж інші, то їх ***попередньо округляють,*** зберігаючи тільки одну зайву цифру. В остаточному результаті запасна цифра відкидається.

Приклад 1. При додаванні чисел

$$0{,}2372 + 5{,}368 + 43{,}2 = 48{,}8052$$

перше і друге потрібно округлити до сотих, а в остаточному результаті соті відкинути:

$$0{,}24 + 5{,}37 + 43{,}2 \approx 48{,}8.$$

Сума округлена до десятих часток, тому що доданок 43,2 задано з точністю до десятих часток.

Приклад 2. Потрібно обчислити

$$10{,}6 \cdot 2{,}456 \cdot 5{,}1846.$$

Спочатку округляємо й обчислюємо вираз

$$10{,}6 \cdot 2{,}46 \cdot 5{,}18 = 135{,}07368 \approx 135.$$

У результаті залишено три значущі цифри.

Приклад 3. При піднесенні до куба числа 216 результат повинний бути записаний тільки з трьома значущими цифрами:

$$216^3 \approx 101 \cdot 10^5.$$

Приклад 4. При добуванні кореня в результаті збережено три значущі цифри:

$$\sqrt{1{,}17 \cdot 10^{-8}} \approx 1{,}08 \cdot 10^{-4}.$$

Приклад 5.

$$\frac{(3{,}2 + 17{,}062) \cdot \sqrt{3{,}7}}{5{,}1 \cdot 2{,}007 \cdot 10^3}.$$

Співмножник $5{,}1$ має найменшу кількість значущих цифр – дві. Тому результати всіх проміжних обчислень повинні округлятися до трьох значущих цифр:

$$\frac{(3{,}2 + 17{,}062) \cdot \sqrt{3{,}7}}{5{,}1 \cdot 2{,}007 \cdot 10^3} \approx \frac{20{,}3 \cdot 1{,}92}{10{,}3 \cdot 10^3} \approx \frac{39{,}0}{10{,}3 \cdot 10^3} = 3{,}79 \cdot 10^{-3}.$$

Після округлення результату до двох значущих цифр, одержуємо $3{,}8 \cdot 10^3$.

В. ТАБЛИЦІ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН

І. Одиниці фізичних величин (СІ)

Величина	Одиниця		Зв'язок з основними одиницями СІ
	найменування	позначення	
Основні одиниці			
Довжина	метр	м	
Маса	кілограм	кг	
Час	секунда	с	
Сила електричного струму	ампер	А	
Термодинамічна температура	кельвін	К	
Кількість речовини	моль	моль	
Сила світла	кандела	кд	
Додаткові одиниці			
Плоский кут	радіан	рад	
Тілесний кут	стерадіан	ср	
Похідні одиниці			
Частота	герц	Гц	$с^{-1}$
Сила, вага	ньютон	Н	$м \cdot кг \cdot с^{-2}$
Тиск, механічна напруга	паскаль	Па	$м^{-1} \cdot кг \cdot с^{-2}$
Робота, енергія, кількість теплоти	джоуль	Дж	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2}$
Потужність, потік енергії	ват	Вт	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-3}$
Електричний заряд	кулон	Кл	$А \cdot с$
Потенціал електричного поля, електрична напруга	вольт	В	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot А^{-1}$
Електрична ємність	фарад	Ф	$м^{-2} \cdot кг^{-1} \cdot с^4 \cdot А^2$
Електричний опір	ом	Ом	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot А^{-2}$
Електрична провідність	сименс	См	$м^{-2} \cdot кг^{-1} \cdot с^3 \cdot А^2$
Магнітна індукція	тесла	Тл	$кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-1}$
Магнітний потік	вебер	Вб	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-1}$
Індуктивність	генрі	Гн	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-2}$
Світловий потік	люмен	лм	$кд \cdot ср$
Освітленість	люкс	лк	$м^{-2} \cdot кд \cdot ср$
Активність ізотопу	бекерель	Бк	$с^{-1}$
Поглинена доза випромінювання	грей	Гр	$м^2 \cdot с^{-2}$

2. Основні фізичні сталі (округлені значення)

Назва	*Позначення*	*Числове значення*
Прискорення вільного падіння	g	9,807 м/с^2
Гравітаційна стала	G	$6{,}672\cdot10^{-11}$ Нм^2/кг^2
Стала Авогадро	N_A	$6{,}022\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
Універсальна газова стала	R	8,31 Дж/(моль·К)
Стала Больцмана	k	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Елементарний електричний заряд	e	$1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл
Маса спокою електрона	m_e	$9{,}11\cdot10^{-31}$ кг
Швидкість світла у вакуумі	c	$2{,}998\cdot10^{8}$ м/с
Стала Стефана–Больцмана	σ	$5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м^{2}К^4)
Стала в законі зміщення Віна	b	$2{,}90\cdot10^{-3}$ м·К
Стала Планка	h	$6{,}626\cdot10^{-34}$ Дж·с
	$\hbar$	$1{,}055\cdot10^{-34}$ Дж·с
Стала Рідберга	R	$1{,}097\cdot10^{7}$ м$^{-1}$
Борівський радіус	a_0	$0{,}529\cdot10^{-12}$ м
Комптонівська довжина хвилі електрона	λ_c	$2{,}426\cdot10^{-12}$ м
Магнетон Бора	μ_B	$9{,}274\cdot10^{-24}$ Дж/Тл
Ядерний магнетон	$\mu_я$	$5{,}051\cdot10^{-27}$ Дж/Тл
Енергія іонізації атома водню	E_i	$2{,}18\cdot10^{-18}$ Дж 13,6 еВ
Атомна одиниця маси	а. о. м.	$1{,}66057\cdot10^{-27}$ кг
Енергетичний еквівалент		931,5 МеВ/ а. о. м.
Електрична стала	ε_0	$8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Магнітна стала	μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м

3. Деякі астрономічні величини

Найменування	*Значення*	*Найменування*	*Значення*
Радіус Землі	$6{,}37\cdot10^{6}$ м	Середня від центра Землі до центра Сонця	$1{,}49\cdot10^{11}$ м
Маса Землі	$5{,}98\cdot10^{24}$ кг	Відстань від центра Землі до центра Місяця	$3{,}84\cdot10^{8}$ м
Радіус Сонця	$6{,}96\cdot10^{8}$ м		
Маса Сонця	$1{,}99\cdot10^{30}$ кг		
Радіус Місяця	$1{,}74\cdot10^{6}$ м		
Маса Місяця	$7{,}35\cdot10^{22}$ кг		

4. Густина твердих тіл

Речовина	ρ, кг/м^3	*Речовина*	ρ, кг/м^3	*Речовина*	ρ, кг/м^3
Алюміній	$2{,}70\cdot10^3$	Залізо	$7{,}88\cdot10^3$	Свинець	$11{,}3\cdot10^3$
Барій	$3{,}50\cdot10^3$	Літій	$0{,}53\cdot10^3$	Срібло	$10{,}5\cdot10^3$
Ванадій	$6{,}02\cdot10^3$	Мідь	$8{,}93\cdot10^3$	Цезій	$1{,}90\cdot10^3$
Вісмут	$9{,}80\cdot10^3$	Нікель	$8{,}90\cdot10^3$	Цинк	$7{,}15\cdot10^3$

5. Густина рідин

Речовина	ρ, кг/м^3	*Речовина*	ρ, кг/м^3
Вода (при 4° С)	$1{,}00\cdot10^3$	Сірковуглець	$1{,}26\cdot10^3$
Гас	$0{,}8\cdot10^3$	Спирт	$0{,}80\cdot10^3$
Гліцерин	$1{,}26\cdot10^3$		
Ртуть	$13{,}6\cdot10^3$		

6. Густина газів (за нормальних умов)

(T=273,15K; p_0=1,013·10^{5}Па)

Речовина	ρ, кг/м^3	*Речовина*	ρ, кг/м^3
Водень	0,09	Гелій	0,18
Повітря	1,29	Кисень	1,43

7. Поверхневий натяг рідин на межі рідина – повітря

Рідина	σ, мН/м	*Рідина*	σ, мН/м
Вода	72,7	Ртуть	500
Гліцерин	64	Спирт	22
Мильна вода	40		

8. Ефективний діаметр молекул

Речовина	$d_{еф}$, нм	*Речовина*	$d_{еф}$, нм
Азот	0,31	Гелій	0,19
Водень	0,23	Кисень	0,29

9 Діелектрична проникність

Речовина	ε	*Речовина*	ε
Вода	81	Парафін	2
Гас	2	Скло	7
Масло трансформаторне	2,2	Слюда	6

10. Питомий опір металів

Метал	ρ, нОм·м	*Метал*	ρ, нОм·м
Алюміній	28	Ніхром	980
Залізо	98	Срібло	16
Мідь	17,2		

11. Показник заломлення світла

Речовина	*n*	*Речовина*	*n*
Алмаз	2,42	Гліцерин	1,47
Вода	1,33	Скло	1,50

12. Робота виходу електронів з металу

Метал	*A,* еВ	*Метал*	*A,* еВ	*Метал*	*A,* еВ
Калій	2,20	Натрій	2,13	Рубідій	2,13
Літій	2,40	Платина	5,29	Срібло	4,47
Цезії	1,97	Цинк	4,00		

13. Відносні атомні маси (округлені значення) *A* і порядкові номери *Z* деяких елементів

Елемент	*Символ*	*A*	*Z*	*Елемент*	*Символ*	*A*	*Z*
Азот	*N*	14	7	Марганець	*Mn*	55	25
Алюміній	*A1*	27	13	Мідь	*Cu*	64	29
Аргон	*Ar*	40	18	Молібден	*Mo*	96	42
Барій	*Ba*	137	56	Натрій	*Na*	23	11
Ванадій	*V*	60	23	Неон	*Ne*	20	10
Водень	*H*	1	1	Нікель	*Ni*	59	28
Вольфрам	*W*	184	74	Олово	*Sn*	119	50
Гелій	*He*	4	2	Платина	*Pt*	195	78
Залізо	*Fe*	56	26	Ртуть	*Hg*	201	80
Золото	*Au*	197	79	Сірка	*S*	32	16
Калій	*K*	39	19	Срібло	*Ag*	108	47
Кальцій	*Ca*	40	20	Уран	*U*	238	92
Кисень	*O*	16	8	Вуглець	*C*	12	6
Магній	*Mg*	24	12	Хлор	*Cl*	35	17

14. Маси легких атомів

Ізотоп	*Символ*	*Маса,* а.о.м.	*Ізотоп*	*Символ*	*Маса,* а.о.м.
Нейтрон	${}^{1}_{0}n$	1,00867	Бор	${}^{10}_{5}B$	10,01294
Водень	${}^{1}_{1}H$	1,007825		${}^{11}_{5}B$	11,00930
	${}^{2}_{1}H$	2,014108	Вуглець	${}^{12}_{6}C$	12,00000
	${}^{3}_{1}H$	3,016028		${}^{13}_{6}C$	13,00335
Гелій	${}^{3}_{2}He$	3,016045		${}^{14}_{6}C$	14,003217

	$^{4}_{2}He$	4,00260			
Літій	$^{6}_{3}Li$	6,015110	Азот	$^{14}_{7}N$	14,00307
	$^{7}_{3}Li$	7,01601			
Берилій	$^{7}_{4}Be$	7,01693	Кисень	$^{16}_{8}O$	15,99491
	$^{9}_{4}Be$	9,01219		$^{17}_{8}O$	16,99913

15. Атомна маса деяких атомів, а. о. м.

Нуклід	m_{am}	*Нуклід*	m_{am}
Кремній ^{31}Si	30,975350	Стронцій ^{90}Sr	89,907711
Фосфор ^{31}P	30,973762	Полоній ^{210}Po	209,982760
Кальцій ^{44}Ca	43?95549	Радон ^{222}Rn	222,017422
Титан ^{50}Ti	49,944736	Радій ^{226}Ra	226,025279
Титан ^{51}Ti	50,949858	Торій ^{232}Th	232,038112
Ванадій ^{52}V	51,944800	Уран ^{238}U	238,050637
Марганець ^{55}Mn	54,930249	Уран ^{239}U	239,054149
Кобальт ^{58}Co	57,935776	Плутоній ^{239}Pu	239,052037

16. Періоди піврозпаду деяких радіоактивних ізотопів

Ізотоп	*Символ*	*Період піврозпаду*	*Ізотоп*	*Символ*	*Період піврозпаду*
Актиній	$^{225}_{89}Ac$	10 діб	Йод	$^{131}_{53}I$	8 діб
Кобальт	$^{60}_{27}Co$	5,3 роки	Стронцій	$^{90}_{38}Sr$	27 років
Магній	$^{27}_{12}Mg$	10 хв	Фосфор	$^{32}_{15}P$	14,3 діб
Радій	$^{226}_{88}Ra$	1620 років			
Радон	$^{222}_{86}Rn$	3,8 діб	Церій	$^{144}_{58}Ce$	285 діб

17. Маса й енергія спокою деяких частинок та легких ядер

Частинка	m_0		E_0	
	кг	а.о.м.	Дж	МеВ
Електрон	$9{,}11\cdot10^{-31}$	0,00055	$8{,}16\cdot10^{-14}$	0,511
Протон	$1{,}67\cdot10^{-31}$	1,00728	$1{,}50\cdot10^{-10}$	938
Нейтрон	$1{,}675\cdot10^{-27}$	1,00867	$1{,}51\cdot10^{-10}$	939
Дейтон	$3{,}35\cdot10^{-27}$	2,01355	$3{,}00\cdot10^{-10}$	1876
α-Частинка	$6{,}64\cdot10^{-27}$	4,00149	$5{,}96\cdot10^{-10}$	3733
Нейтральний π-мезон	$2{,}41\cdot10^{-28}$	0,14498	$2{,}16\cdot10^{-11}$	135

18. Множники та приставки

Множ ник	Приставка	Позначення	Множник	Приставка	Позна
10^{12}	тера	Т	10^{-1}	деци	д
10^{9}	гіга	Г	10^{-2}	санти	с
10^{6}	мега	М	10^{-3}	мілі	м
10^{3}	кіло	К	10^{-6}	мікро	мк
10^{2}	гекто	г	10^{-9}	нано	н
10^{1}	дека	да	10^{-12}	піко	п
			10^{-15}	фемто	ф

19. Грецький алфавіт

Позначення букв	*Назва букви*	*Позначення букв*	*Назва букви*
Α, α	альфа	Ν, ν	ню
Β, β	бета	Ξ, ξ	ксі
Γ, γ	гамма	Ο, ο	омікрон
Δ,δ	дельта	Π, π	пі
Ε,ε	епсилон	Ρ, ρ	ро
Ζ, ζ	дзета	Σ, σ	сигма
Η,η	ета	Τ, τ	тау
Θ, θ	тхета	Υ, υ	іпсилон
Ι, ι	йота	Φ, φ	фі
Κ, κ	каппа	Χ, χ	хі
Λ, λ	ламбда	Ψ, ψ	псі
Μ, μ.	мю	Ω, ω	омега

Навчальне видання

Укладачі:

ГАРКУША Ігор Павлович
КУРІННИЙ Володимир Павлович
МОСТІПАН Людмила Федорівна

ФІЗИКА

Навчальний посібник

Редакційно-видавничий комплекс
Авторська редакція

Підписано до друку _________ Формат30х42/4
Папір офсет. Ризографія. Ум.друк.арк.9,8.
Обл.-вид.арк.9,8. Тираж 250 прим. Зам №___.
Підготовлено до друку та видруковано
У Національному гірничому університеті. Свідоцтво про внесення до Державного реєстру ДК № 1842.
49027, м. Дніпропетровськ 27, просп. К.Маркса, 19