Лабораторна робота №4. 27.10

Дослідження загасаючих коливань у коливальному контурі

Мета роботи: вивчення параметрів та характеристик коливального контура.
Прилади : касета ФПЕ-10, перетворювач імпульсів (касета ФПЕ-ПІ), електронний осцилограф, звуковий генератор, магазин опорів.

Теоретичне введення

Систему, яка складається з послідовно з'єднаних конденсатора ємністю C, котушки індуктивності L і провідника з омічним опором R, називають коливальним контуром (рис. 1).

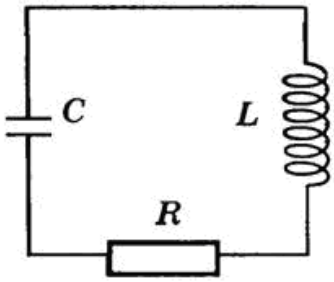

Рис.1.

Розглянемо спочатку ідеалізований контур за $R = 0$ (рис. 2). .Нехай у початковий час $t = 0$ від стороннього джерела на обкладки конденсатора поміщений заряд $\pm q_0$. Тоді між обкладками конденсатора виникає напруга

$$U = q_0/C$$

та електричне поле ***E***, енергія якого

$$W_e = q_0^2/2C.$$

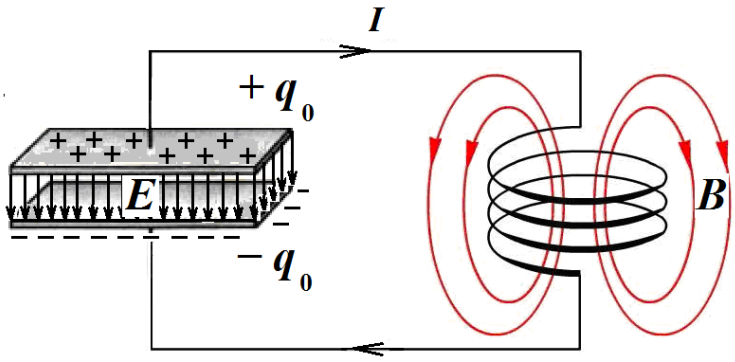

Рис. 2.

Якщо обкладки зарядженого конденсатора з'єднати провідниками з котушкою L, то в колі виникає розрядний струм I .

Оскільки струм у контурі починає зростати, то індукується електрорушійна сила (самоіндукції), яка дорівнює

$$E_{si} = -L\frac{dI}{dt},$$

напрям якої завжди такий, щоб перешкоджати зміні струму. Отже, струм самоіндукції на цьому етапі спрямований проти наростаючого розрядного струму.

Як було покладено для спрощення, активний опір контура $R = 0$, то повна енергія, що складається з енергій електричного та магнітного полів, не витрачається на нагрівання дротів і за законом збереження енергії залишається постійною

$$W = \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = const \qquad (1)$$

Тому в момент часу $t = ¼\ T$, коли конденсатор розрядиться, енергія електричного поля перетворюється на нуль, а енергія магнітного поля і струм досягають максимального значення. Отже, енергія електричного поля перетвориться на енергію магнітного поля.

В подальші моменти часу магнітне поле буде зникати, тому що немає струмів, що його підтримують. Це зникаюче поле викличе струм самоіндукції, який відповідно до закону Ленца прагнутиме підтримати струм розряду конденсатора і буде, отже, спрямований у той самий бік, як і струм розряду.

Магнітне поле котушки повністю перетворюється на електричне поле конденсатора, напруженість якого набуває протилежного напрямку порівняно з початковим станом при $t = 0$.

Далі конденсатор знову розряджається. Виникає розрядний струм протилежного напряму. Процеси в коливальному контурі повторюються у зворотному напрямку.

Час T, протягом якого конденсатор заряджається та розряджається, називається *періодом власних коливань*.

У результаті перезарядки конденсатора періодично змінюється (тобто. коливається) ряд величин – заряд на обкладинках q, напруга на конденсаторі U_C, сила струму I.

Коливання в коливальному контурі, які супроводжуються взаємними перетвореннями енергії електричного та магнітного полів, називаються ***електромагнітними.***

У реальному колі, де не можна знехтувати втратами енергії на нагрівання провідників (джоулеве тепло), повна енергія буде спадати за законом:

$$dW = -I^2 R dt \tag{2}$$

Продиференціюємо за часом вираз (1):

$$\frac{dW}{dt} = \frac{q}{C}\frac{dq}{dt} + L\frac{IdI}{dt} = 0 \tag{3}$$

Підстановка виразу (2) у рівняння (3) дає

$$-I^2 R = \frac{1}{C} q \frac{dq}{dt} + LI\frac{dI}{dt}. \tag{4}$$

Використовуючи співвідношення між зарядом та струмом $I = dq/dt$, отримаємо

$$\ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = 0 \tag{5}$$

Рівняння (5) є лінійне диференціальне рівняння другого порядку. Відомі методи отримання рішення; яке залежить від двох довільних констант. У конкретному фізичному завданні ці константи визначаються початковими умовами. Рішенням рівняння (5) є функція

$$q(t) = q_{m0} e^{-\beta t}\cos(\omega t + \alpha), \tag{6}$$

де

$$\beta = \frac{R}{2L} \tag{7}$$

називається *коефіцієнтом загасання контура*, а

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \tag{8}$$

частотою загасаючих коливань, q_{m0} та α - постійні, що визначаються з початкових умов. При цьому

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} \tag{9}$$

Розділивши (6) на ємність З отримаємо напругу на конденсаторі

$$U = \frac{1}{C} q_{m0} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) = U_{m0} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) \qquad (10)$$

Рішення (10) є загасаючим коливанням. Величина

$$U_{m0} \mathrm{e}^{-\beta t}$$

виражає амплітуду коливань, яка зменшується з часом за експоненціальним законом.

Графік функції (10) показано на рис. 3. Пунктирними лініями показано закон зменшення амплітуди з часом.

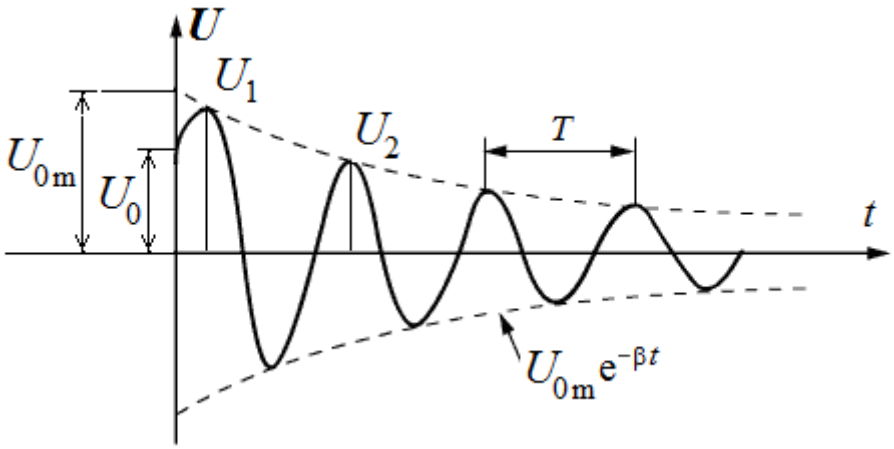

Рис. 3.

Зауважимо, що згасаючі коливання, строго кажучи, не є гармонічними, оскільки у них ніколи не повторюються, наприклад, максимальні значення напруги. У цьому випадку під амплітудою розуміють найбільше значення, якого досягає напруга протягом одного періоду коливань.

Кількісна характеристика швидкості загасання коливань – *логарифмічний декремент загасання* λ. Він дорівнює натуральному логарифму відношення амплітуд напруг, що йдуть одна за одною через інтервал часу, що дорівнює періоду коливань T (на рис. 3 U_1 и U_2):

$$\lambda = \ln \frac{U(t)}{U(t+T)} = \ln \frac{U_{0m}\ e^{-\beta t}}{U_{0m} e^{-\beta(t+T)}} = \ln(e^{\beta T}) = \beta T \qquad (11)$$

З формули періоду (9) випливає, що в контурі можливі згасаючі коливання тільки в тому випадку, якщо ω > 0, тобто $\frac{1}{LC} > \frac{R^2}{4L^2}$ (частота і період - дійсні величини) або $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$.

При досить великому опорі R або мінімальної індуктивності L, тобто $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ коливання в контурі взагалі не виникають, а відбувається так званий аперіодичний розряд конденсатора. Опір, при якому частота ω обертається в нуль, називається критичним:

$$R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \qquad . (12)$$

Опис обладнання та підготовка до роботи

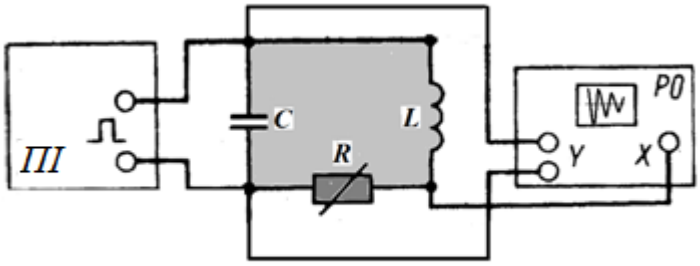

Рис. 4.

Для спостереження загасаючих коливань у контурі, тобто залежності *U(t)*, у роботі використовується електронний осцилограф (*РО* на схемі рис.4). Напругу *U* з обкладинок конденсатора коливального контура подають на вхід Y осцилографа.

З іншого боку коливальний контур підключений до генератора імпульсів напруги прямокутної форми (на схемі позначений *ПІ*).

Протягом першої половини періоду генератора імпульсів напруга *U* на конденсаторі дорівнює ЕРС генератора імпульсів. Через половину періоду напруга генератора стає рівною нулю, і в коливальному контурі починаються вільні загасаючі коливання. Таким чином, загасаючі коливання відбуваються у

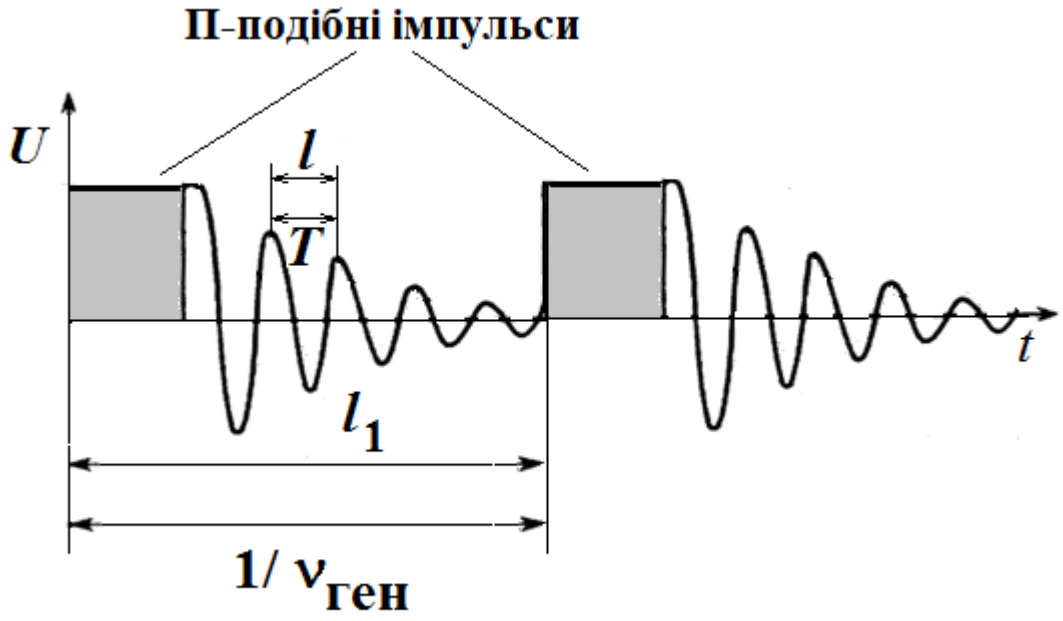

Рис. 5.

проміжку між імпульсами.

Осцилограма напруги на конденсаторі показана на рис. 5. При проходженні наступного імпульсу процеси заряду і розряду повторюються.

Цикл зарядки і розрядки конденсатора триває час, що дорівнює періоду задаючого генератора $T_{\text{ген}} = (1/\nu_{\text{ген}})$ (с), де $\nu_{\text{ген}}$ - частота, що задається звуковим генератором. На екрані осцилографа йому відповідає відрізок l_1 поділів сітки. Це дозволяє визначити період T згасаючих коливань, якому на рис. 5 відповідає відрізок l. Складемо пропорцію:

$$\frac{1}{\nu_{ген}}(секунд) - l_1(поділок)$$

$$T(секунд) - l(поділок)$$

З пропорції отримуємо період T загасаючих коливань

$$T = \frac{l}{\nu_{ген} l_1} \text{ (с)} \qquad (13)$$

Порядок виконання роботи

На стенді вже зібрано електричну схему (рис. 6), що складається з касети ФПЕ–10 з вмонтованими на ній елементами схеми, джерела живлення (ІП), перетворювача імпульсів (ПІ), магазину опорів (МО), осцилографа РВ та звукового генератора PQ

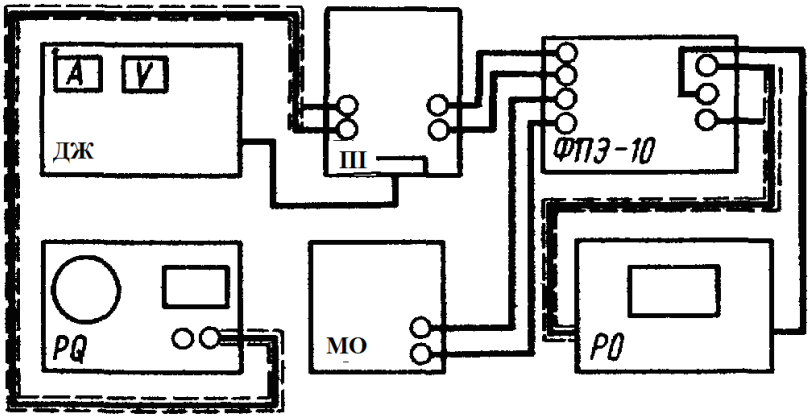

Рис. 6.

1. Увімкніть лабораторний стенд та прилади та встановіть наступні параметри вихідної напруги звукового генератора: частота 250 Гц, напруга 2–3 В.

2. На перетворювачі імпульсів натиснути клавішу «П» та праву клавішу «Скважність грубо».

3. Ручку магазину опорів поставити в положення "1" і натиснути клавішу "x10^2". Тим самим встановлено значення R_M = 100 Ом.

4. Отримайте на екрані осцилографа РВ стійку картину 1 - 2 періодів загасаючих коливань (рис. 5).

При необхідності змінюйте частоту проходження імпульсів плавною зміною частоти звукового генератора так, щоб згасання коливань було досить повним. Повертаючи ручку СКВАЖНІСТЬ перетворювача імпульсів, досягніть, щоб спад імпульсів не спотворював кривої першого періоду загасаючих коливань.

Після перевірки схеми викладачем приступіть до виконання завдань.

Вимірювання

Завдання 1. Вимірювання періоду T, логарифмічного декремента λ і параметрів R, L коливального контура

1. **Виміряйте** в поділах сітки осцилографа **період** загасаючих коливань l_1 та відстань між сусідніми імпульсами l (рис. 5). Розрахуйте період згасаючих коливань у секундах за формулою (13).
Запишіть дані у табл. 1.

Таблиця 1

R_M, Ом	T	U_1	U_2	U_3	λ	β	R_L	L	R_{KP}
100									
200									
300									

2. Виміряти в поділах сітки амплітуди коливань U_1 , U_2 , U_3 і, комбінуючи їх попарно, обчислити за формулою ***логарифмічний декремент*** згасання для кожної пари значень. Знайти середнє значення $\lambda = ½ (\lambda_1 + \lambda_2)$ та записати його в таблицю.

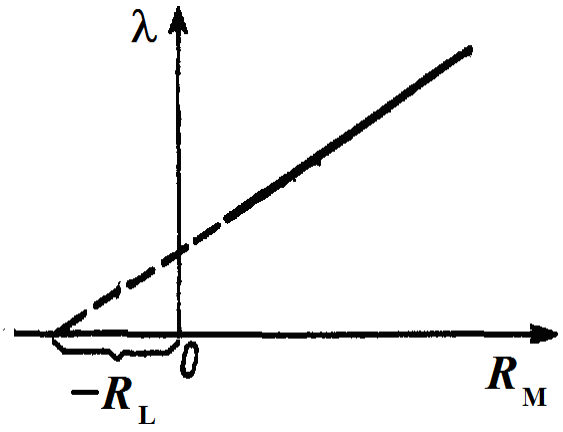

Рис. 7.

За формулою $\beta = \frac{\lambda}{T}$ визначити коефіцієнт згасання β і також занесіть його в таблицю.

3. Повний опір контура R складається з опору R_L котушки індуктивності та опору магазину R_M: $R = R_L + R_M$.

Побудуйте **графік** залежності логарифмічного декремента λ від опору магазину і продовжіть графік до перетину з віссю абсцис (рис. 7).

Відрізок R_L дорівнює за модулем опору котушки коливального контура. Справді, оскільки

$$\lambda = \beta T = \frac{R}{2L} T,$$

то λ звертається в нуль при повному опорі контура, що дорівнює нулю:

$$R = R_M + R_L = 0,$$

звідки

$$R_M = - R_L,$$

що й випливає з графіка.

Використовуючи дані табл. 1, розрахуйте індуктивність котушки L. Оскільки

$$\beta = \frac{R_м + R_L}{2L}, \text{ то } L = \frac{R_M + R_L}{2\beta}$$

4. Критичний опір контура *R* кр знаходять, збільшуючи опір магазину опорів R_M.

Ознакою виходу **на режим аперіодичного розряду** конденсатора є отримання кривої *U(t)*, яка не містить коливань. **Запишіть значення** опору магазину $R_{КР}$, за якого починається аперіодичний розряд конденсатора.

5. Використовуючи значення ємності $C = 0{,}1$ мкФ конденсатора та індуктивності *L* з п. 3, обчисліть критичний опір $R_{КР\ РОЗРАХУНОК}$ контура за формулою (12):

$$R_{КР\ РОЗРАХУНОК} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

6. Зіставте розраховане (п.5) і дослідне (п.4) значення критичного опору.

Контрольні питання

1. За яких умов вільні електромагнітні коливання в коливальному контурі будуть незгасаючими?
2.. Які коливання називаються згасаючими? Запишіть диференціальне рівняння згасаючих коливань і його розв'язок.
3. Чи можна коливання, що згасають, розглядати як періодичні коливання?
4. Яким чином у цій роботі відбувається збудження коливань у коливальному контурі?
5. За якої умови коливальний процес у контурі переходить в аперіодичний

Література

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. – К.: Техніка, 2001. – Т.2. с. 389 – 392.
2. Загальна фізика. Лабораторний практикум.:Навч. Посібник / В. М. Барановський, П. В. Бережний, І. Т. Горбачук та ін.:За аг.ред. І.Т.Горбачука.- К.: Вища шк. 1992 – 509 с.