

## Лабораторна робота № 1.14.

### *Вивчення руху гіроскопа*

**Мета роботи:** спостереження прецесії гіроскопа, дослідження залежності кутової швидкості прецесії від моменту зовнішньої сили; визначення швидкості обертання гіроскопа.

**Прилади й приладдя:** гіроскоп, набір тягарців, секундомір.

#### *Теоретичні відомості*

**Гіроскопом** називається симетричне тверде тіло, яке швидко обертається навколо своєї осі симетрії.

**Основна властивість гіроскопа** - здатність зберігати в просторі незмінний напрям осі обертання при відсутності моментів зовнішніх сил і ефективно чинити опір дії зовнішніх моментів сил.

Практично в усіх пристроях гіроскоп являє собою масивний диск, який приводиться в обертання електромотором.

Можна зробити так, щоб вісь обертання (вісь симетрії) гіроскопа змінювала свій напрям в просторі. Це здійснюють, закріплюючи гіроскоп в кільцях так званого *карданового підвісу* (рис. 1).

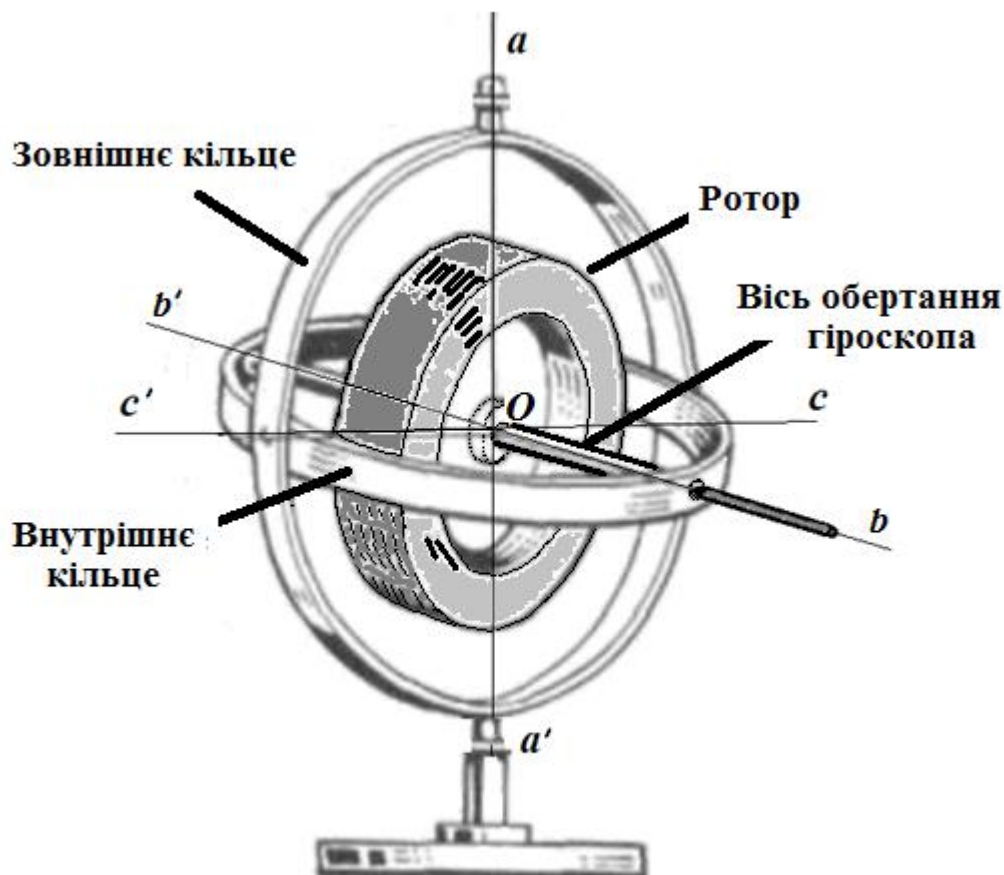


Рис. 1.

Кардановий підвіс (рис. 1) складається з двох обойм, зовнішня з яких може вільно обертатися навколо вертикальної осі  $aa'$ , а внутрішня - навколо горизонтальної осі  $cc'$ , перпендикулярної до першої.

Вісь  $bb'$  самого гіроскопа закріплена в підшипниках на внутрішній обоймі карданового підвісу. Завдяки цьому вісь гіроскопа може зайняти будь-яке положення в просторі. Всі три осі перетинаються в центрі підвісу  $O$ , який залишається нерухомим по відношенню до основи.

Якщо центр тяжіння гіроскопа співпадає з центром підвісу  $O$ , то результуючий момент сил тяжіння усіх частин гіроскопа відносно центру  $O$  дорівнює нулю. Оскільки тертя в місцях закріплення осі гіроскопу невелике, можна вважати і момент сил тертя таким, що дорівнює нулю.

Таким чином, сумарний момент зовнішніх сил дорівнює нулю, тому з основного закону динаміки обертального руху:

$$\sum_{i=1}^n M_{\text{зовніш}} = \frac{dL}{dt} \quad (1)$$

де  $\sum_{i=1}^n M_{\text{зовніш}}$  — сумарний момент зовнішніх сил,  $L$  — момент імпульсу гіроскопа, впливає:

$$\frac{dL}{dt} = 0 \quad \text{та} \quad L = \text{const.} \quad (2)$$

Такий гіроскоп називають вільним (або зрівноваженим).

**Перша властивість зрівноваженого гіроскопа** — його вісь прагне стійко зберігати в просторі наданий їй первинний напрям.

У симетричного тіла напрям векторів моменту імпульсу  $L$  і кутової швидкості  $\omega$  співпадають, тому  $L = I\omega$ . Тут  $I$  — момент інерції гіроскопа відносно осі симетрії. Тоді згідно з (2)  $L = \text{const}$  і кутова швидкість  $\omega$ , а отже і вісь обертання зберігають незмінним напрям в просторі.

**Друга властивість гіроскопа** виявляється, коли на його вісь починає діяти сила. Нехай невеликий вантаж  $P$  підвішений до кінця осі  $bb'$  (рис. 2). Здавалося б, уся права частина осі має опуститися вниз. Дійсно, так було б, якби гіроскоп не обертався. Гіроскоп, що обертається ж, прийде в обертання з постійною швидкістю навколо вертикальної осі *під прямим кутом до напрямку діючої сили* (на рис. 2 права частина осі обернеться «від нас» за рисунок).

Пояснимо це. Сила тяжіння  $P$  створює обертальний момент, відносно центру підвісу  $O$ , який за визначенням дорівнює:

$$M = r \times P, \quad (3)$$

де  $r$  — радіус-вектор, проведений з точки  $O$  до точки прикладання сили  $P$ . Тут знаком  $\times$  позначений векторний добуток векторів.

Момент  $M$  перпендикулярний як до  $bb'$ , так і до  $P$  (рис. 2). Згідно з рівнянням (1) в результаті дії моменту  $M$  впродовж часу  $dt$  момент імпульсу  $L$  отримає приріст

$$dL = M dt.$$

Вектори  $M$  і  $dL$  мають однаковий напрям, тобто  $dL$  є також перпендикулярним до осі  $bb'$ , уздовж якої спрямований момент імпульсу  $L$ . Нове значення моменту імпульсу

$$L' = L + dL$$

виявиться поверненим навколо осі  $aa'$  на деякий кут  $d\varphi$  (див. рис.2).

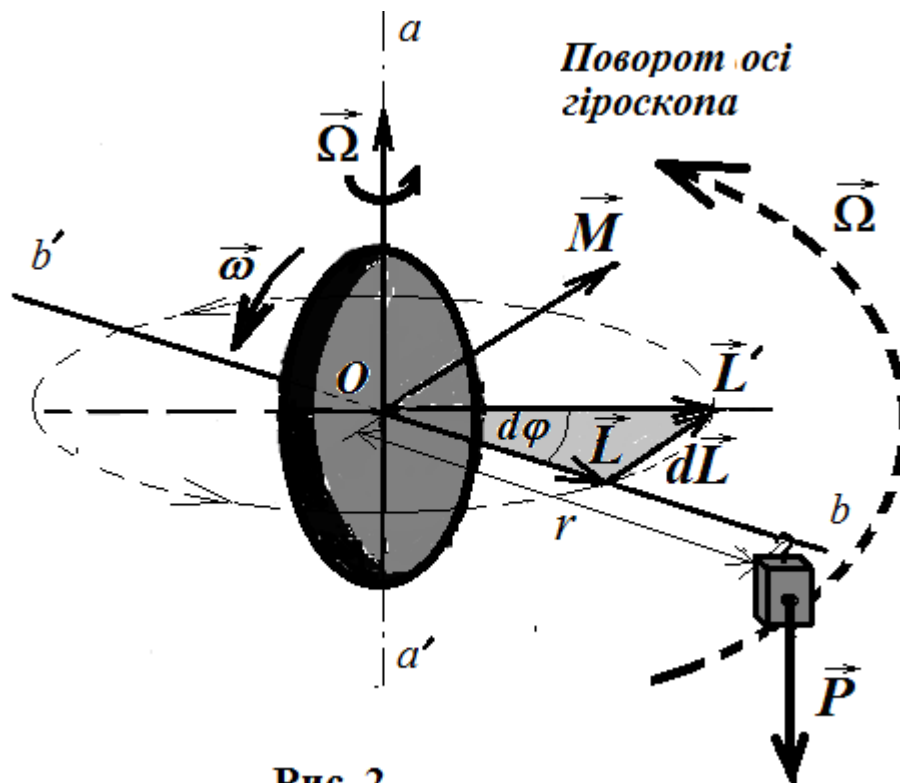


Рис. 2.

Оскільки вектор  $L$  спрямований уздовж осі гіроскопа, разом з ним повернеться і вісь, перейшовши в нове положення. Елементарні прирости  $dL$  увесь час будуть перпендикулярні до вектору  $L$ , вісь гіроскопа увесь час буде повертатися, описуючи коло в горизонтальній площині. Такий рух осі називається **прецесією**.

Таким чином, вісь  $bb'$  відхиляється не у бік дії сили, як це було б, якщо гіроскоп не обертався, а в напрямі, перпендикулярному до цієї сили. У цьому і полягає **гіроскопічний ефект**.

Модуль  $dL$  приросту вектора  $L$  дорівнює

$$dL = L d\varphi. \quad (4)$$

Оскільки  $dL = M dt$ , отримуємо  $M dt = L d\varphi$ , звідси  $\frac{d\varphi}{dt} = \frac{M}{L}$ . З урахуванням співвідношення  $L = I\omega$  кутова швидкість  $\Omega$  прецесії:

$$\Omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{M}{L} = \frac{P \cdot r}{I \cdot \omega}. \quad (5)$$

Кутову швидкість прецесії  $\Omega$  гіроскопа легко **безпосередньо виміряти** на досліді, вимірюючи секундоміром час  $T$  одного (або кількох) обертів осі,  $\Omega = \frac{2\pi}{T}$ .

Визначивши величину  $\Omega$ , задавшись також значенням моменту інерції  $I$  ротора електродвигуна, можна з (5) знайти **кутову швидкість  $\omega$  власного обертання гіроскопа**

$$\omega = \frac{P \cdot r}{I \cdot \Omega}. \quad (6)$$

### Опис установки.

У даній лабораторній роботі роль гіроскопа грає ротор електромотора. Мотор розвиває декілька тисяч обертів за хвилину.

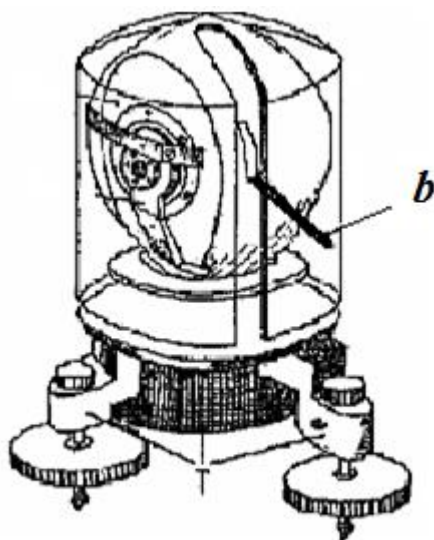


Рис. 3.

Ротор міститься в закритому і нерухомому кожусі (рис. 3). Вісь мотора закріплена так, що здатна вільно обертатися в двох взаємно перпендикулярних напрямках.

Продовженням власної осі обертання гіроскопа є важіль  $b$ . Поки гіроскоп нерухомий, його осі можна надати будь-який напрям.

Якщо гіроскопу надати кутової швидкості навколо власної осі і ця вісь спочатку була нерухомою, то у подальшому вісь гіроскопа буде зберігати весь час в просторі наданий їй первинний напрям.

Підвішуючи до важеля  $b$  тягарці різної маси, можна змінювати момент зовнішніх сил, що діють на гіроскоп. Вони обертатимуть вісь гіроскопа в горизонтальній площині.

### Порядок виконання роботи

1. За допомогою регульовальних гвинтів встановити вісь основи вертикально. Докладаючи невеликих зусиль, переконатися в тому, що електромотор може обертатися навколо горизонтальної і вертикальної осей.

2. Встановити вісь гіроскопа (важіль  $b$ ) горизонтально. Включити електромотор (строго дотримуючись вказівок викладача) і почекати 3-5 хвилин, щоб ротор став обертатися з постійною кутовою швидкістю.

3. Встановити важіль  $b$  догори під невеликим кутом ( $4-6^\circ$ ) до горизонтальної площини і підвісити до нього перший тягарець  $P$ . Гіроскоп почне прецесувати під дією моменту сили  $M = P r$ . Через тертя важіль буде плавно опускатися.

4. Спостерігаючи за рухом важеля по колу, за допомогою секундоміра виміряти час одного повного оберту осі гіроскопа  $T$  (період прецесії).

5. Розрахувати кутову швидкість прецесії за формулою:

$$\Omega = \frac{2\pi}{T}.$$

6. Вимір періоду прецесії  $T$  і обчислення кутової швидкості  $\Omega$  прецесії виконати 3 рази.

7. Повторити виміри, підвішуючи інші тягарці, не менше трьох разів.

8. Побудувати графік залежності кутової швидкості прецесії  $\Omega$  від ваги тягарців  $P$ :  $\Omega = f(P)$ .

9. Знаючи  $\Omega$  з досліду і за паспортом приладу  $I = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ , розрахувати кутову швидкість обертання гіроскопа з співвідношення (6).

10. Результати обчислень і вимірів занести в таблицю:

Таблиця

№	$P$ , Н	$r$ , м	$T$ , с	$\Omega_i$ , с <sup>-1</sup>	$\langle \Omega \rangle$ , с <sup>-1</sup>	$\Delta \Omega_i$ , с <sup>-1</sup>	$\Delta \Omega$ ,	$E$ , %	$\omega_i$ , с <sup>-1</sup>	$\langle \omega \rangle$ , с <sup>-1</sup>	$\Delta \omega_i$ , с <sup>-1</sup>	$\Delta \omega$ с <sup>-1</sup>	$E$ , %
1	0,64	0,09											
2													
3													
4	0,80												
5													
6													
7	1,11												
8													
9													

Величини  $\Delta \Omega$  і  $\Delta \omega$  розраховуються за стандартною методикою обробки експерименту (див. плакат на стіні аудиторії).

Остаточний результат записати у вигляді:

$$\Omega = (\langle \Omega \rangle \pm \Delta \Omega), \text{ с}^{-1};$$

$$\omega = (\langle \omega \rangle \pm \Delta \omega), \text{ с}^{-1} \text{ при } \alpha =$$

### Контрольні питання

1. Що називається гіроскопом?
2. Сформулюйте основний закон динаміки обертального руху абсолютного твердого тіла, що має закріплену вісь обертання.
3. У чому проявляється гіроскопічний ефект?
4. Який рух гіроскопа називається прецесією?
5. Від чого і яким чином залежить кутова швидкість прецесії?
6. Яким виходить графік залежності  $\Omega$  ( $P$ )? Про свідчить такий хід залежності?
7. Наведіть приклади використання гіроскопа в техніці та в побуті?

## *Література.*

1. Кучерук І. М. та ін .. Загальний курс фізики. Т.1. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.: Техніка, 1999.
2. В. М. Барановський, П. В. Бережний, І. Т. Горбачук та ін. Загальна фізика: Лабораторний практикум.: Навч. посібник. За заг. ред. І. Т. Горбачука. – К. Вища школа., 1992 – 509с.
3. Гаркуша І.П., Курінний В.П. Фізика. Ч.1 Механіка. – Д. НТУ Дніпровська політехніка, 2019.