

## Лабораторна робота № 1.4

### Вивчення закономірностей пружного зіткнення куль

**Мета роботи:** експериментальна перевірка законів збереження імпульсу і механічної енергії на прикладі зіткнення двох куль.

**Прилади й принадлежности:** прилад для дослідження зіткнень куль на основі двох маятників. Набір куль різної маси.

#### Ідея досліду

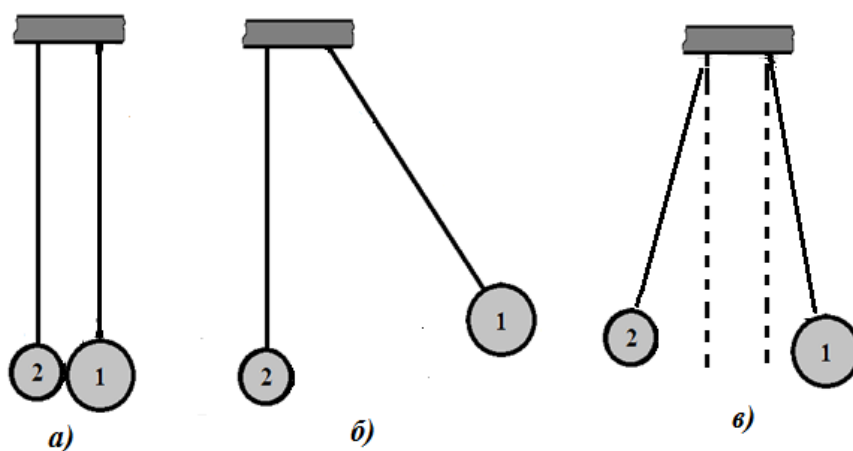


Рис. 1.

Дві сталевих кулі підвішені на нитках (рис. 1, а).

Одну з куль відводять в сторону (рис. 1, б) і спостерігають зіткнення. Величина відхилу куль (рис. 1, в) дозволяє визначити їх швидкості.

Порівнюючи швидкості куль до і після удару, перевіряють справедливість законів збереження імпульсу і енергії.

#### Теоретичний вступ

Імпульсом *матеріальної точки* (тіла) називається векторна величина, що дорівнює добутку маси матеріальної точки на її швидкість:

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}.$$

Імпульсом *системи тіл* називається векторна сума імпульсів всіх тіл, що входять у систему.

У замкненій системі тіл, тобто в системі, на яку не діють зовнішні сили, або в системі, для якої векторна сума всіх зовнішніх сил дорівнює нулю, повний імпульс системи матеріальних точок зберігається, тобто є величиною постійною:

$$p = \sum_{i=1}^n p_i = const$$

В цьому полягає **закон збереження імпульсу**.

Прикладом застосування законів збереження імпульсу і механічної енергії може бути явище удару. Під **ударом** розуміється короткочасна взаємодія двох або більше тіл, що виникає в результаті їхнього зіткнення. Ця взаємодія триває такий короткий проміжок часу (іноді вимірюваний десятками мікросекунд) і при цьому виникають настільки великі внутрішні сили взаємодії, що зовнішніми силами (силою тяжіння, силою натягу підвісу) можна знехтувати. Тоді систему тіл, які стикаються, можна вважати замкненою і застосовувати до неї закон збереження імпульсу.

Існують два граничних виду удару.

**Абсолютно пружним** називається такий удар, після якого форма і розміри тіл відновлюються повністю до стану, що передувало зіткненню. При цьому ударі механічна енергія тіл не переходить в інші, немеханічних види енергії.

Кінетична енергія тіл, що стикаються, переходить спочатку в потенціальну енергію пружної деформації. Потім тіла повертаються до первісної форми, відштовхуючи одне одного. В результаті потенціальна енергія пружної деформації знову переходить в кінетичну енергію, і тіла розлітаються зі швидкостями, величина і напрям яких визначається двома законами - законом збереження енергії і законом збереження імпульсу.

Абсолютно пружних ударів в природі не існує, оскільки завжди частина енергії витрачається на необоротну деформацію тіл. Однак для деяких тіл, наприклад, сталевих загартованих або більярдних куль, втратами механічної енергії при зіткненні можна знехтувати і вважати удар абсолютно пружним.

**Абсолютно непружним** називається удар, при якому після зіткнення тіл вони не відновлюють повністю свою форму, з'єднуються одне з одним і рухаються як єдине ціле з однією швидкістю. При цьому ударі частина їх механічної енергії переходить в роботу деформації тіл і їх внутрішню енергію (нагрів). Прикладом може служити зіткнення двох куль з пластиліну.

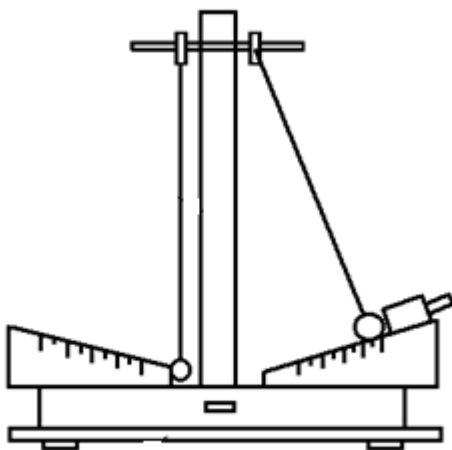


Рис. 2.

### Опис установки

Схема установки показана на рис. 2. Установка складається з двох куль, підвішених на нитках. Електромагніт може утримувати праву кулю в відхиленому положенні

Удар здійснюють наступним чином. Праву кулю відхиляють на деякий кут і утримують електромагнітом. Вимикаючи електромагніт, звільняють праву кулю, яка б'є по нерухомій лівій кулі.

Величина відкидання куль від положення рівноваги відраховується за круговою шкалою.

Електронний блок вмикає і вимикає магніт і вимірює час взаємодії куль.

**Завдання 1.** Експериментальна перевірка закону збереження імпульсу.

**Вивід формули для перевірки закону збереження імпульсу.**

Для експериментальної перевірки закону збереження імпульсу необхідно визначити швидкості куль в момент, що безпосередньо передує удару, і швидкості куль після їх зіткнення.

Праву кулю з масою  $m_1$  відводять від положення рівноваги на кут  $\alpha_0$ . При цьому центр кулі піднімається на висоту  $h$ , яку можна виразити через довжину нитки  $l$  і кут відхилення  $\alpha_0$  (див. Рис. 2):

$$h = l - l \cos \alpha_0 = l(1 - \cos \alpha_0) = 2l \sin^2 \left( \frac{\alpha_0}{2} \right). \quad (1)$$

)

Куля отримає потенціальну енергію:

$$E_p = m_1 gh. \quad (2)$$

При виключенні електромагніту куля опускається під дією сили тяжіння, яка є консервативною. Відповідно до закону збереження енергії, потенціальна енергія в нижній точці перейде в кінетичну енергію:

$$m_1 gh = \frac{m_1 v^2}{2}. \quad (3)$$

З (3) отримаємо формулу для швидкості:

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Підставляючи значення  $h$ , маємо остаточно

$$v = 2\sqrt{gl} \sin \left( \frac{\alpha_0}{2} \right) \quad (4)$$

Таким чином, швидкість кулі **перед ударом** можна визначити за початковим кутом її відхилення від вертикалі.

За аналогічною формулою можна визначити і швидкості  $u_1$  і  $u_2$  обох куль **після удару**. Для цього потрібно визначити кути  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$ , на які відскакують кулі після удару.

$$u_1 = 2\sqrt{gl} \sin \left( \frac{\alpha_1}{2} \right). \quad (5)$$

$$u_2 = 2\sqrt{gl} \sin \left( \frac{\alpha_2}{2} \right). \quad (6)$$

тут:

$\alpha_1$  - кут відхилення 1-ої кулі після удару,

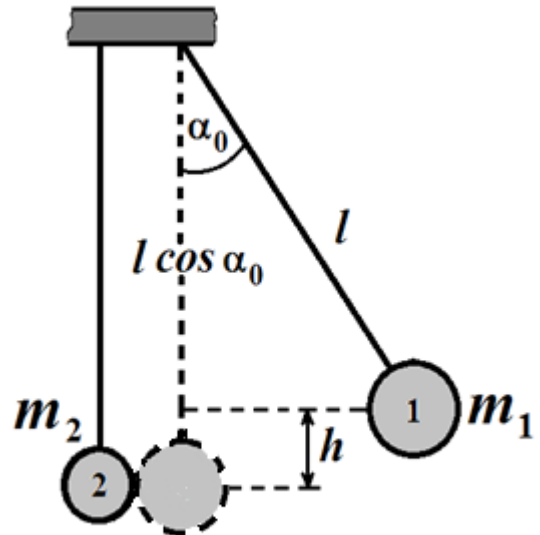


Рис. 3.

$\alpha_2$  - кут відхилення 2-ої кулі після удару.

Повертаючись в положення рівноваги, і маючи в момент, що передує удару, швидкість  $v$ , ударна куля передає імпульс нерухомій лівій кулі. Відповідно до закону збереження імпульсу сума імпульсів двох тіл, що зіштовхуються, до удару дорівнює сумі імпульсів цих тіл після удару:

$$m_1 v = m_1 u_1 + m_2 u_2 \quad (7)$$

Удар називається *центральним*, якщо кулі до удару рухалися вздовж прямої, що проходить через їх центри.

Траєкторія центра кулі являє собою дугу кола. Вектор швидкості напрямлений за дотичною до траєкторії. Отже безпосередньо перед зіткненням і після нього вектори імпульсів напрямлені вздовж лінії центрів.

Тому вектори швидкостей можна замінити їх проекціями на лінію зіткнення і розглядати рівняння (7) закону збереження імпульсу як скалярне:

$$m_1 v = m_1 u_1 + m_2 u_2 . \quad (8)$$

Тут швидкості розглядаються як алгебраїчні величини: знак вказує напрям руху вздовж лінії зіткнення.

Нескладний вивід (див., наприклад, літературу [1,2], зазначену в кінці цих вказівок), дає для швидкостей куль після удару (випадок, коли друга куля спочатку була нерухомою):

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v , \quad u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v . \quad (9)$$

Як впливає з формул (9), знак швидкості  $u_2$  другої кулі після удару завжди збігається зі знаком швидкості  $v$  кулі, що налітає: нерухома куля обов'язково почне рухатися в напрямку руху налітаючої кулі.

Але знак швидкості  $u_1$  налітаючої кулі після удару залежить від співвідношення мас куль: якщо нерухома куля є більш масивною,  $m_2 > m_1$ , то налітаюча відскочить в зворотному напрямку ( $u_1 < 0$ ). Якщо більш масивною є налітаюча куля,  $m_1 > m_2$ , то вона продовжить рухатися в тому ж напрямку. У разі рівного розподілу мас налітаюча куля зупиняється.

Після підстановки в рівняння (8) виразів для  $v$ ,  $u_1$ ,  $u_2$  отримаємо **розрахункову формулу для перевірки закону збереження імпульсу** при абсолютно пружному ударі:

$$m_1 \sin\left(\frac{\alpha_0}{2}\right) = m_1 \sin\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) + m_2 \sin\left(\frac{\alpha_2}{2}\right) \quad (10)$$

Тепер в цій формулі кути  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  є алгебраїчними величинами.

**Правило знаків:** 1)  $\alpha_0$  і  $\alpha_2$  завжди додатні; 2) в разі продовження руху налітаючої кулі вліво кут  $\alpha_1$  вважається додатним, 3) в разі відскоку налітаючої кулі вправо  $\alpha_1$  береться зі знаком «мінус».

З урахуванням цих правил підставляють дані досліду в формулу (10).

Якщо права частина рівності (10) дорівнює його лівій частині, то закон збереження імпульсу виконується.

**Завдання 2.** Експериментальна перевірка закону збереження енергії.

***Вивід формули для перевірки закону збереження енергії при пружному ударі***

При пружному ударі відбувається перерозподіл енергії між тілами, що стикаються. Кінетична енергія системи (тільки ударної кулі) до удару:

$$E_{k1} = \frac{m_1 v^2}{2} \quad (11)$$

Кінетична енергія системи (обох куль) після удару

$$E_{k2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} \quad (12)$$

Відношення кінетичних енергій тіл після  $E_{k2}$  і до  $E_{k1}$  удару називається **ко-ефіцієнтом відновлення кінетичної енергії  $K$** :

$$K = \frac{E_{k2}}{E_{k1}} = \frac{m_1 \sin^2\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) + m_2 \sin^2\left(\frac{\alpha_2}{2}\right)}{m_1 \sin^2\left(\frac{\alpha_0}{2}\right)} \quad (13)$$

Чим ближче  $K$  до одиниці, тим точніше виконується закон збереження енергії.

***Порядок виконання роботи***

1. Встановіть кулі так, щоб в положенні рівноваги вони стикалися і їх центри лежали на одній горизонталі. Центр правої кулі повинен знаходитися на одній вертикалі з початком правої шкали вимірювання кутів.
2. Натисніть кнопку «Мережа».
3. Відіжміть кнопку «Пуск».
4. Притисніть праву кулю до електромагніту.
5. Визначте початковий кут  $\alpha_0$  відхилення правої кулі.
6. Натисніть кнопку «Скид» (при цьому на цифровому табло висвічуються нулі).
7. Натисніть кнопку «Пуск» і виміряйте кути, на які відхиляються кулі від положення рівноваги відразу після удару. Вимірювання кутів повторіть не менше 3 разів.

Дані вимірювань з урахуванням знаків занесіть в таблицю. При підстановці значень в формулу (10) враховуйте, що синус - функція непарна, тобто

$$\sin(-x) = -\sin x.$$

**Оскільки одному спостерігачу неможливо визначити відразу два значення, то рекомендується вчинити так: спочатку виміряти кут відхилення однієї кулі, потім зробити повторний удар з того ж початкового положення і виміряти кут відхилення другої кулі.**

У разі, коли обидві кулі після удару рухаються вліво, важко буває одночасно відмітити відхилення обох куль.

Тоді поступають так: ловлять рукою і відводять в сторону налітаючу (тобто праву) кулю відразу після удару і дають можливість лівій кулі відхилитися в інший бік, здійснюючи коливання на нитці підвісу. Кут відхилення, відрахований вправо, приблизно дорівнює шуканому куту.

8. За вимірним значенням перевірте рівність (10) для першого завдання і визначить коефіцієнт відновлення  $K$  (13) для другого завдання.

Експеримент провести для кількох пар куль різних мас.

Таблиця

№ виміру	$m_1$ , кг	$m_2$ , кг	$\alpha_0$ , град	$\alpha_1$ , град	$\alpha_2$ , град	$\sin \frac{\alpha_0}{2}$	$\sin \frac{\alpha_1}{2}$	$\sin \frac{\alpha_2}{2}$	Ліва частина (10)	Права частина (10)	$K$
1.											
2.											
3.											
4.											
5.											
6.											
7.											
8.											
9.											
10.											
11.											
12.											
13.											
14.											
15.											

### Контрольні питання

1. Що називається імпульсом тіла? Імпульсом системи тіл?
2. За яких умов справедливий закон збереження імпульсу? Закон збереження механічної енергії?
3. Що називається ударом? Чим відрізняються абсолютно пружний від абсолютно непружного удару?
4. Як змінюються кінетична енергія куль і їх швидкості при різних видах удару: абсолютно пружному і абсолютно непружному?
5. Виведіть формулу (4), що зв'язує кут відхилення кулі і її швидкість в нижньому положенні.
6. Проаналізуйте, як рухаються кулі після абсолютно пружного удару.

### Література

1. М. Кучерук та ін. Загальний курс фізики. Т.1. К. 1999.
2. І.П.Гаркуша, В.П.Курінний. Фізика. Навч. посібник у 7 частинах. Ч.1 Механіка. Д. НГУ. 2011.