

І.П.ГАРКУША

Вступ до інструментальної ОПТИКИ



І.П.Гаркуша

Вступ до інструментальної оптики

(Навчальний посібник)

Дніпропетровськ
НГУ
2002

УДК [535.31+ 681.7]

Вступ до інструментальної оптики: Навч. посібник **І. П. Гаркуша**. – Дніпропетровськ; Національна гірнича академія України, 2002. — 212 с.

Наведені основні закони та поняття хвильової, геометричної та квантової оптики, принципи їх застосування в оптичних інструментах. Зміст матеріалу відповідає програмі курсу фізики для технічних ВНЗ, а також програмам спецкурсів для маркшейдерсько-геодезичних спеціальностей.

Для студентів та викладачів маркшейдерсько-геодезичних спеціальностей ВНЗ, може бути корисним студентам інших спеціальностей..

ISBN 966-8271-08-4

Рецензенти: д-р техн. наук Ю. О. Кірічек (Придніпровська державна академія будівництва та архітектури) і д-р техн. наук М. С. Четверик (Інститут геотехнічної механіки НАН України).

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник (лист № 14/18.2 – 1470 від 12.07.02).

ISBN 966-8271-08-4

© Національний гірничий університет,
2002

© І. П. Гаркуша, 2002

Зміст

Передмова.....	5
<i>Вступ. Природа світла. Світлові хвилі та фотони.....</i>	<i>6</i>
<i>Короткі висновки.....</i>	<i>14</i>
Розділ 1. Елементи хвильової оптики.....	15
§ 1.1. Інтерференція та когерентність світла. Просвітлення оптики, інтерференційні світлофільтри.....	15
§ 1.2. Дифракція світла. Роздільна здатність оптичних приладів.....	26
§ 1.3. Поляризація світла. Модуляція світла. Світлодалекоміри.....	33
§ 1.4. Швидкість світла. Дисперсія. Сорти оптичних стекел. Показник заломлення повітря.....	43
§ 1.5. Поглинання та розсіяння світла. Проходження лазерного випромінювання крізь атмосферу. Світлофільтри.....	50
§ 1.6. Світлові величини та одиниці їх вимірювання.....	54
<i>Короткі висновки.....</i>	<i>62</i>
Розділ 2. Елементи геометричної оптики.....	67
§ 2.1. Перехід від хвильової оптики до геометричної.....	67
§ 2.2. Закони геометричної оптики.....	68
§ 2.3. Плоскопаралельна пластинка. Призми.....	72
§ 2.4. Правила знаків.....	83
§ 2.5. Центрована оптична система та її кардинальні елементи.....	84
§ 2.6. Графічна побудова зображень.....	91
§ 2.7. Формули центрованої оптичної системи.....	95
§ 2.8. Додавання оптичних систем.....	100
§ 2.9. Заломлення променів сферичною поверхнею	
§ 2.10. Теорема Лагранжа — Гельмгольца. Зв'язок між фокусними відстанями та показниками заломлення.....	110
§ 2.11. Лінза.....	115
§ 2.12. Діафрагми.....	127
§ 2.13. Аберації (похибки) оптичних систем.....	131
<i>Короткі висновки.....</i>	<i>137</i>
Розділ 3. Оптичні системи маркшейдерсько-геодезичних приладів.....	143
§ 3.1. Око людини як оптична система.....	143
§ 3.2. Оптичні прилади. Лупа.....	146
§ 3.3. Телескопічна система та її основні характеристики.....	149
§ 3.4. Об'єктиви телескопічних систем.....	155
§ 3.5. Окуляри телескопічних систем. Призначення колективу в телескопічній системі.....	157
§ 3.6. Зорові труби Кеплера і Галілея.....	160
§ 3.7. Обертаючі системи — лінзові і призмові.....	164
§ 3.8. Зорова труба з внутрішнім фокусуванням. Візирна труба.....	166
§ 3.9. Коліматор.....	168
§ 3.10. Мікроскоп.....	169
<i>Короткі висновки.....</i>	<i>172</i>

<i>Розділ 4. Елементи квантової оптики</i>	175
§ 4.1. Квантові властивості атомів.....	175
§ 4.2. Поглинання, спонтанне та вимушене випромінювання світла.....	177
§ 4.3. Нелазерні джерела світла.....	180
§ 4.4. Інвертоване активне середовище. Принцип дії лазера.....	182
§ 4.5. Методи одержання інверсної заселеності рівнів енергії.....	183
§ 4.6. Виникнення лазерної генерації. Оптичний резонатор.....	185
§ 4.7. Типи лазерів.....	187
§ 4.8. Властивості лазерного випромінювання.....	188
§ 4.9. Гелій-неоновий лазер.....	193
§ 4.10. Напівпровідникові лазери.....	195
§ 4.11. Приймачі випромінювання оптичного діапазону.....	202
<i>Короткі висновки</i>	206
Предметний покажчик.....	209
Список рекомендованої літератури.....	212

ПЕРЕДМОВА

Під час розвідки родовищ корисних копалин, проектування, будівництва та експлуатації гірничо-видобувних підприємств, будівництва тунелів, метро та підземних міських споруд, цивільного будівництва, робіт з охорони надр та землевпорядкування здійснюється маркшейдерсько-геодезичне забезпечення за допомогою маркшейдерсько-геодезичних приладів та інструментів.

Сучасні оптичні прилади являють собою комплекси, оснащені механічними, автоматичними та електронними пристроями. Проте основною частиною цих приладів є оптична система.

Тому так важливо, щоб студент — майбутній фахівець геодезист або маркшейдер, виробничі функції якого прямо пов'язані з використанням та експлуатацією оптичних приладів, — мав знати закони геометричної та хвильової оптики, вмів виводити хід променів у простих оптичних деталях та приладах, розумів їх оптичні та фотометричні характеристики.

Оскільки сучасні геодезичні прилади широко використовують напівпровідникові, твердотільні та газові лазери, а сучасні фотореєструвальні пристрої засновані на напівпровідниковій техніці, важливо також, щоб майбутній фахівець був також обізнаний з квантовою електронікою та напівпровідниками.

Основи таких знань студент має отримувати, вивчаючи курс загальної фізики. Але дефіцит часу, що відводиться на засвоєння курсу, не дозволяє повною мірою довести до студента по-перше, питання геометричної оптики, по-друге, застосування законів геометричної та хвильової оптики до оптичних систем, по-третє, нові досягнення в галузі квантової електроніки і фотоприймальної напівпровідникової техніки.

У посібнику зроблено спробу, не руйнуючи курсу фізики (як фундамент всіх подальших технічних дисциплін він повинен залишатися цільним і послідовним), трансформувати традиційні розділи курсу фізики для технічних ВНЗ, аби максимально врахувати потреби підготовки, пов'язані з майбутнім фахом студентів.

На наш погляд, посібник має використовуватись, у першу чергу, викладачами і студентами спеціальностей “Маркшейдерська справа” 709307, “Геодезія” 70903307, “Землевпорядкування та кадастр” 7070904 як при вивченні курсу загальної фізики, так і при вивченні відповідних спецкурсів. Масмо надію, що він буде корисним також студентам інших спеціальностей.

Приклади розв'язування задач та контрольні запитання дозволяють використовувати посібник під час самостійної підготовки в області інструментальної оптики.

ВСТУП

ПРИРОДА СВІТЛА. СВІТЛОВІ ХВИЛІ І ФОТОНИ

Навчальна ціль

Надати фізичну модель світла та основні характеристики електромагнітних хвиль і фотонів.

В результаті вивчення Вступу студент повинен **знати**: умови виникнення та основні властивості електромагнітних хвиль; потік енергії, що вони переносять; **визначати** джерела та методи збудження електромагнітних хвиль, шкалу електромагнітних хвиль; квантові уявлення про природу світла; характеристики фотонів; зв'язок хвильових і квантових уявлень про світло.

Як відомо, світло являє собою складне явище, що поєднує в собі властивості електромагнітної хвилі та властивості потоку частинок – фотонів.

Відповідно до цього, при розгляданні оптичного випромінювання використовують різні наближення, а саме: світлові промені чи пучки, світлові хвилі, фотонні колективи. Їм відповідають три способи опису оптичного випромінювання: **геометрична оптика, хвильова оптика та квантова оптика**.

Найбільш простою є уява про світлові промені — геометричні лінії, вздовж яких поширюється світлова енергія. Така ідеалізація є зручною для геометричних побудов та розрахунків.

Розмістимо перед точковим джерелом світла перешкоду з круглим отвором (рис. 1.1).

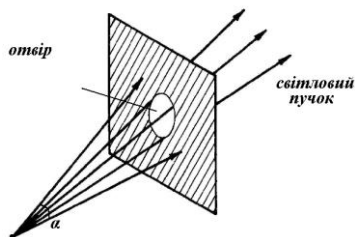


Рис. 1.1.

Світловий пучок має вигляд конуса з кутом розхилу α , який визначається відстанню від джерела до перешкоди та розмірами отвору (апертурною діафрагмою). Чим менше кутове розходження конуса, тим точніше він зображатиме світловий промінь. При $\alpha \rightarrow 0$ одержимо паралельний світловий пучок як сукупність незалежних променів, що йдуть від нескінченно віддаленого точкового джерела світла.

Відомі властивості світлових пучків: в однорідному середовищі вони прямолінійні; при перетинанні не змушують один одного; дія пучка не залежить від того, чи діють одночасно інші пучки, чи вони усунені.

Поняттям окремих світлових променів оперує **геометрична оптика**. Користуючись законами заломлення та відбивання світла, за допомогою геометричної оптики одержують багато практично важливих результатів. Так, створено досить точну теорію оптичних систем, пояснено утворення оптичних зображень, обчислені аберації (спотворення) оптичних систем та розроблені методи їх виправлення.

В той же час не можна забувати, що закони геометричної оптики – лише перше наближення до дійсності. Так, жоден випадок поширення світла не обходиться без дифракційних явищ. А таке важливе для теорії оптичних систем питання, як роздільна здатність оптичних приладів, може бути пояснене лише за допомогою хвильової теорії світла.

В основі класичної **хвильової картини** оптичних явищ лежить уявлення про світло як про електромагнітні хвилі. Нагадаємо, що електромагнітна хвиля характеризується у кожній точці векторами напруженості **E** електричного поля і індукції **B** магнітного поля.

Випромінювання електромагнітних хвиль відбувається, якщо у деякій області простору змінюються з часом електричні заряди або струми. Електричне поле **E**, що змінюється з часом, наприклад, породжується зарядами, що рухаються прискорено, породжує магнітне поле **B**, яке є теж змінним і, в свою чергу, породжує змінне вихрове електричне поле у суміжних областях простору. Обидва компоненти електромагнітного поля, безперервно змінюючись, збуджують один одного. Таким чином електромагнітне поле поширюється від точки до точки простору.

Взаємне породження електричних полів магнітними і навпаки математично описується рівняннями Максвелла, які для вакууму набувають вигляду (ліва колонка — рівняння Максвелла в інтегральній формі, права — в диференціальній)

$$\begin{aligned}
 \oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} &= - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{S}; & \text{rot } \mathbf{E} &= - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \\
 \oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} &= 0; & \text{div } \mathbf{B} &= 0; \\
 \oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} &= \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} d\mathbf{S}; & \text{rot } \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}; \\
 \oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} &= 0. & \text{div } \mathbf{D} &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{1.1}$$

З рівнянь Максвелла випливає існування електромагнітних хвиль, швидкість c яких у вакуумі становить приблизно $3 \cdot 10^8$ м/с.

Зокрема, рівняння плоскої синусоїдальної електромагнітної хвилі, що поширюється вздовж осі Ox , має вигляд

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_m \sin(\omega t - kx), \quad (1.2)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_m \sin(\omega t - kx).$$

Тут аргумент синуса $(\omega t - kx)$ є фаза хвилі, $\omega = 2\pi\nu$ — кругова частота електромагнітних коливань, $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$ — хвильове число, λ — довжина хвилі, v — фазова швидкість хвилі, \mathbf{E}_m та \mathbf{B}_m — амплітуди коливань електричного і магнітного полів.

На рис. 1.2 схематично показано біжучу плоску синусоїдальну електромагнітну хвилю. Тут зображені вектори \mathbf{E} і \mathbf{B} в різних точках осі Ox у деякий момент часу. Вектори \mathbf{E} та \mathbf{B} здійснюють гармонічні коливання в різних площинах, перпендикулярних до напрямку поширення хвилі, тобто електромагнітна хвиля є поперечною.

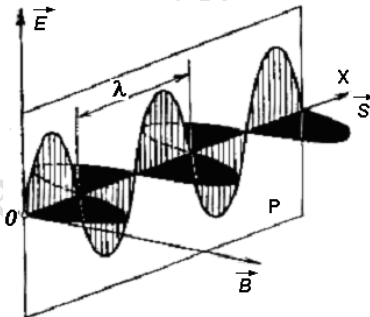


Рис. 1.2.

Про хвилю, зображену на рис. 1.2, кажуть, що вона має лінійну або плоску поляризацію.

Площина S , у якій відбуваються коливання вектора напруженості електричного поля \mathbf{E} (його називають світловим у випадку світлової хвилі), називається площиною поляризації електромагнітної хвилі. Щоб уявити собі зміну електричного і магнітного полів з часом, можна вважати, що система векторів, зображена на рис 1.2, рухається як ціле вздовж осі Ox зі швидкістю c . Взаємно перпендикулярні вектори \mathbf{E} і \mathbf{B} здійснюють коливання в однаковій фазі, а модулі векторів \mathbf{E} і \mathbf{B} пов'язані між собою співвідношенням

$$E = cB. \quad (1.3)$$

Синусоїдальна електромагнітна хвиля називається монохроматичною з частотою ν коливань векторів \mathbf{E} і \mathbf{B} . Наведена на рис. 1.2 плоска монохрома-

тична поляризована електромагнітна хвиля є ідеалізованою хвилею. Реальну світлову хвилю можна розглядати як накладання плоских монохроматичних поляризованих хвиль з різними частотами, напрямками поширення та площинами поляризації.

Частота коливань пов'язана з довжиною хвилі співвідношенням

$$v = \frac{c}{\lambda}. \quad (1.4)$$

З рівнянь Максвелла випливає швидкість поширення електромагнітних хвиль у середовищі

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{c}{n}, \quad (1.5)$$

де ϵ та μ — діелектрична та магнітна проникності середовища, n — показник заломлення середовища, ϵ_0 та μ_0 — електрична та магнітна сталі.

При поширенні електромагнітних хвиль у середовищі швидкість їх зменшується. Оскільки частота v хвиль не змінюється, це викликає зменшення довжини хвилі. Таким чином, довжина електромагнітної хвилі в середовищі з показником заломлення n пов'язана з довжиною хвилі в вакуумі співвідношенням $\lambda = \lambda_0/n$.

Як і будь-які хвилі, електромагнітні хвилі переносять енергію. Напрямок переносу і кількість енергії, що переноситься хвилею за одиницю часу через одиничну площадку, яка є перпендикулярною до напрямку поширення хвилі, можна знайти з виразу

$$\mathbf{S} = \epsilon_0 c^2 [\mathbf{E}\mathbf{B}]. \quad (1.6)$$

Тут \mathbf{S} — вектор густини потоку енергії, квадратні дужки означають векторний добуток \mathbf{E} та \mathbf{B} . Очевидно, що вектори \mathbf{E} , \mathbf{B} і \mathbf{S} утворюють правогвинтову трійку і напрямок \mathbf{S} співпадає з напрямком поширення електромагнітних хвиль. Отже, енергія переноситься тільки у напрямку поширення хвилі. Середнє за період значення модуля вектора \mathbf{S} називається інтенсивністю електромагнітної хвилі

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_m^2. \quad (1.7)$$

Таким чином, інтенсивність електромагнітної хвилі є пропорційною квадрату амплітуди напруженості електричного поля.

Діапазон частот електромагнітних хвиль, що зустрічаються у природі, дуже широкий. Його розбивають на ряд областей, що характеризуються певними властивостями хвиль або способами їх одержання. На рис. 1.3 наведено шкалу електромагнітних хвиль.



Рис 1.3.

Основні діапазони шкали електромагнітних хвиль такі:

1) 3 – електромагнітні хвилі звукових частот; ВЧ – високих частот, або радіохвилі; НВЧ – надвисоких частот, або ультрарадіохвилі (інша назва – мікрохвилі). Джерелами таких електромагнітних хвиль (радіодіапазон) є змінні струми у провідниках або електронних потоках, наприклад, коливання електронів у антені радіопередавача.

2) ІЧ – інфрачервоний діапазон, В – видима ділянка спектру, УФ – ультрафіолетова ділянка спектру. ІЧ, В і УФ утворюють так званий оптичний діапазон. Ці хвилі випромінюються молекулами і атомами речовини, яка нагрівається (теплове випромінювання), піддається дії прискорених електронів або опромінюється (різні види люмінесценції). Типові джерела оптичного випромінювання – розжарені тіла, збуджені розріджені гази та ін.

3) Rg – рентгенівське випромінювання. Виникає при гальмуванні електронів речовиною, а також випромінюється атомами, на які діють прискорені заряджені частинки.

4) γ - випромінювання. Випускається збудженими атомними ядрами при радіоактивних перетвореннях і ядерних реакціях.

Інтервал частот, що сприймається людським оком, становить $7,5 \cdot 10^{14} - 4,0 \cdot 10^{14}$ Гц, що відповідає довжинам хвиль у вакуумі у межах від 400 до 760 нм. Це і є власне видиме світло. Світлові хвилі різних частот сприймаються оком як різні кольори — від фіолетового до червоного.

Теорія, що розглядає світло як електромагнітні хвилі, досить добре описує поширення світла у вакуумі, заломлення і відбивання на межі поділу середовищ, інтерференцію, дифракцію, розсіяння, дисперсію світла.

Однак, більш послідовним з фізичної точки зору є уявлення реальної світлової хвилі у вигляді потоку мікрочастинок, що називаються **фотонами**.

Такі корпускулярні властивості світла виявляються у процесах його взаємодії з речовиною.

Так, експерименти показують, що світло чинить тиск на тіло, що поглинає або відбиває його. Тобто під час поглинання світла поверхнею тіла йому надається імпульс, який мали фотони, що поглинаються.

Під дією світлового потоку речовина може випускати електрони. Це відомий зовнішній фотоэффект, або фотоемісія (рис. 1.4, а).

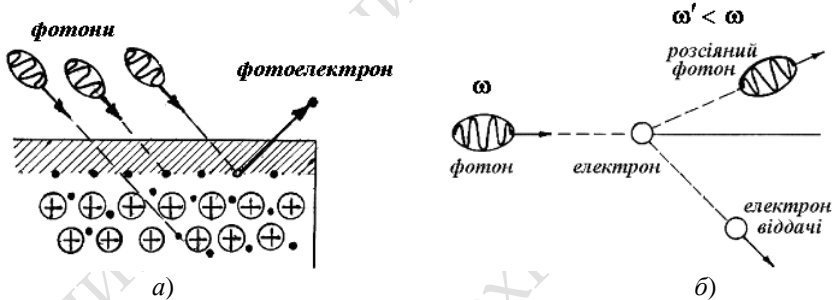


Рис. 1.4.

Такі явища неможливо пояснити класичною теорією, що розглядає світло як електромагнітні хвилі.

Нарешті, пружне розсіяння електромагнітного випромінювання на вільних електронах відбувається так, наче стикаються дві частинки: фотон, що налітає, і електрон, що покоїться (рис. 1.4.б). Частина енергії однієї з них передається іншій. Внаслідок такого стикання змінюється енергія фотона і тим самим частота розсіяного світла. Це явище називається Комптон-ефектом, в ньому в усій повноті проявляються корпускулярні властивості світла.

Класична картина світлових хвиль замінюється квантовим описом – уявленням про фотони. Нагадаємо деякі властивості фотонів.

Фотон — найдрібніша порція або квант електромагнітного випромінювання, елементарна неподільна частинка. Маючи хвильові властивості, фотон випускається і поглинається цілком, в одному акті. Фотони можуть народжуватись і зникати в актах випромінювання та поглинання світла, перетворюватись в інші елементарні частинки.

Фотон не має електричного заряду і магнітного моменту. Подібно до частинок речовини фотони мають енергію і імпульс.

Енергія фотона визначається його частотою

$$\varepsilon = \hbar\omega, \quad (1.8)$$

де $\hbar = 1,053 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — стала Планка, ω — частота електромагнітної хвилі (кругова).

Згідно з теорією відносності частинка з енергією ε має масу

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{\hbar\omega}{c^2}. \quad (1.9)$$

Маючи деякі властивості частинок, фотон не у всіх відношеннях схожий на звичайну частинку. Про це говорить рівність нулеві маси спокою фотона. Це означає, що у будь-якій системі відліку фотон має швидкість c , тобто він не може знаходитись у стані спокою.

Імпульс фотона пов'язаний з енергією

$$p = \frac{\varepsilon}{c} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda}, \quad (1.10)$$

або у векторній формі

$$\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}, \quad (1.11)$$

де \mathbf{k} — хвильовий вектор, що за модулем дорівнює хвильовому числу $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ та спрямований вздовж напрямку поширення хвилі.

Власний момент імпульсу (спін) фотона дорівнює одиниці (в одиницях постійної Планка \hbar).

Нарешті відмітимо, що фотон здійснює перенос електромагнітної взаємодії між зарядженими частинками.

Характеристики фотонного стану можна пов'язати з характеристиками плоскої монохроматичної поляризованої світлової хвилі.

Згідно з квантовою теорією фотон може знаходитись тільки в двох спінових станах з проєкціями спіну на напрямок руху (хвильового вектора) ± 1 . Цієї властивості в класичній хвильовій теорії світла відповідають дві різні кругові поляризації світлових хвиль, коли кінець вектора \mathbf{E} обертається проти чи за годинниковою стрілкою. Це є свідченням також того факту, що світлові хвилі є поперечними.

Фотон відноситься до так званих бозонів – частинок, які здатні займати певний квантовий стан у необмеженій кількості. Нагадаємо, що електрон відноситься до частинок іншої групи – ферміонів, для яких існує принцип заборони Паулі. Наприклад, кожному рівню атома відповідає певна кількість електронних станів (2,8,18,...), тому на кожному рівні може знаходитись така сама кількість електронів.

Інакше поведуть себе фотони. Чим більше фотонів знаходиться у даному стані, тим з більшою ймовірністю буде заповнюватись цей стан новими фотонами.

Якщо ж у даному стані знаходиться дуже багато фотонів, можна розглядати випромінювання у вигляді неперервного середовища, тобто у вигляді плоскої монохроматичної поляризованої світлової хвилі.

Так відбувається перехід від фотонного опису до класичної картини світлових хвиль: класична хвильова картина отримується як граничний випадок квантової, яка відповідає великій кількості фотонів в одному стані.

Як бачимо, з одного боку, світло виявляє хвильові властивості, з іншого – корпускулярні. Така двоїстість світла не може бути пояснена класичною фізикою, з точки зору якої хвилі та частинки виключають одне одного.

Ця суперечність долається квантовою теорією, в якій ці властивості не виключають, а доповнюють одна одну. Корпускулярно-хвильовий дуалізм є основним принципом квантової теорії.

Дуалізм властивостей фотона виявляється у співвідношеннях (1.8) та (1.11): праві частини містять частоту ω та хвильовий вектор \mathbf{k} — хвильові характеристики, а ліві частини містять енергію ϵ та імпульс \mathbf{p} , які характеризують фотон як частинку.

Немає необхідності намагатись уявити собі, як це фотон може бути одночасно і хвилею, і частинкою. Фотон є квантовим об'єктом, який не можна уявити за допомогою класичних образів.

Світло має можливість виявити як хвильові, так і корпускулярні властивості. Але ці властивості у чистому вигляді виявляються лише в дослідах, які проводяться за взаємовиключних умов, тобто одночасно не проявляються.

Що ж являє собою світло – хвилі чи частинки? Можна відповісти на це питання так: ні те, ні інше в звичайному розумінні. Світло одночасно має властивості і неперервних електромагнітних хвиль і переривчастих фотонів. Але залежно від умов експерименту виявляються в більшій мірі ті чи інші властивості світла. Вибір опису світла теж визначається цими умовами.

Найбільш послідовний розгляд світла – квантовий, фотонний (**квантова оптика**).

При здійсненні певних умов реалізується класичний опис, що використовує уявлення про хвилі (**хвильова оптика**). Нарешті, у граничному випадку, коли довжина світлової хвилі є значно меншою, ніж розміри елементів оптичних систем (наприклад, діаметр отвору, рис. 1.1), можна перейти до **геометричної оптики** з її уявленнями про світлові промені.

Приклад 1. Рубіновий лазер випромінює імпульси з енергією $W = 1$ Дж тривалістю $\tau = 100$ нс. Пучок має круговий переріз радіуса $r = 5$ мм. Визначити амплітуди напруженості електричного поля і індукції магнітного поля.

Розв'язання. Потужність імпульсу

$$P = \frac{W}{\tau} = \frac{1 \text{ Дж}}{10^{-4} \text{ с}} = 10^4 \text{ Вт.}$$

Густина потоку енергії

$$\langle S \rangle = \frac{P}{\pi r^2} = 1,27 \cdot 10^8 \text{ Вт/м}^2.$$

Тоді амплітуди напруженості електричного та індукції магнітного полів дорівнюють

$$E_m = (2\langle S \rangle / c\epsilon_0)^{1/2} = 3,1 \cdot 10^5 \text{ В/м,}$$

$$B_m = E_m / c = 0,95 \cdot 10^{-3} \text{ Тл.}$$

Короткі висновки

- Електромагнітна теорія розглядає видиме світло як короткі електромагнітні хвилі, довжина яких лежить у вузькому інтервалі від 0,4 до 0,7 мкм.
- Квантова теорія розглядає вільне електромагнітне поле як сукупність світлових квантів або фотонів.
- Світло має потенціальні можливості проявляти як хвильові, так і корпускулярні властивості, їх сукупність надає повне уявлення про світло.

Контрольні запитання

- Як пов'язані одне з одним змінні електричні і магнітні поля? Які з рівнянь Максвелла описують такий зв'язок?
- Яка властивість електромагнітного поля пояснює існування електромагнітних хвиль окремо від джерела, що їх створило?
- Як відбувається випускання електромагнітних хвиль? Якою є швидкість їх поширення?
- Які властивості електромагнітних хвиль? Що є їх джерелами для різних діапазонів хвиль? Укажіть границі видимого діапазону за частотами та довжинами хвиль.
- Як визначити напрям, в якому переноситься енергія електромагнітного поля під час поширення електромагнітних хвиль? Як визначається густина потоку енергії електромагнітного поля?
- Як поляризовані електромагнітні хвилі?
- З чим пов'язана інтенсивність світла?
- Як пояснюється процес оптичного випромінювання класичною і квантовою теоріями випромінювання?
- У яких явищах світло виявляє хвильові та у яких — корпускулярні властивості? У чому полягає корпускулярно-хвильовий дуалізм світла?
- Чому фотони не є класичними частинками?
- За яких умов можна користуватися уявленнями хвильової оптики? геометричної оптики?

Розділ 1

ЕЛЕМЕНТИ ХВИЛЬОВОЇ ОПТИКИ

Навчальна ціль

Викладення основних понять хвильової оптики, що є необхідними для формування наукового світогляду та успішного розв'язання конкретних проблем застосування маркшейдерсько-геодезичних приладів.

У результаті вивчення 1-го розділу студент повинен: **знати** визначення, характерні особливості та умови спостереження фізичних явищ, у яких світло проявляє хвильові властивості —: інтерференції, дифракції, поляризації, дисперсії, поглинання та розсіяння; сформулювати та **довести** умови максимумів і мінімумів інтерференції, когерентності світла та методів отримання когерентних пучків світла; формулу дифракції світла на круглomu отворі та роздільної здатності; формулу групової швидкості; **вміти показати** прикладне значення кожного з цих явищ — просвітлення оптики, інтерференційні світлофільтри, інтерферометри, модуляцію світла; **визначати** фотометричні характеристики випромінювання: світлового потоку, освітленості, сили світла, світності, яскравості

§1.1. ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ ТА КОГЕРЕНТНІСТЬ СВІТЛА. ПРОСВІТЛЕННЯ ОПТИКИ, ІНТЕРФЕРЕНЦІЙНІ СВІТЛОФІЛЬТРИ

1.1.1. Інтерференція світла. Під інтерференцією розуміють коло явищ, у яких при накладанні пучків світла результуюча інтенсивність не дорівнює сумі інтенсивностей окремих пучків – в одних місцях вона є більшою, в інших – меншою. Таким чином, характерною ознакою інтерференції світла є картина темних та світлих смуг (у випадку монохроматичного світла), які чергуються у просторі. Як приклад, на рис.1.5 наведені так звані кільця Ньютонa, які можна отримати у повітряному прошарку між плоскою поверхнею скла і поверхнею лінзи, що прилягає до скла.

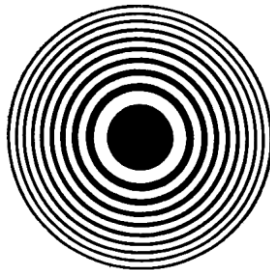


Рис. 1.5.

У разі відсутності інтерференції при накладанні світлових пучків всюди буде спостерігатися однакова інтенсивність (освітленість).

Математичний розрахунок інтерференції оснований на принципі суперпозиції. Згідно з принципом суперпозиції при накладанні електромагнітних хвиль, миттєві напруженості електричних полів яких у деякій точці простору і деякий момент часу становлять E_1 та E_2 , напруженість E результуючого поля дорівнює їх векторній сумі: $E = E_1 + E_2$.

Якщо в результаті інтерференції отримується слабке або нульове електричне поле, то у цьому місці буде відмічатися часткове або повне затемнення (хвилі тут гасять одна одну). Там, де електричні поля, накладаючись, дають відносно велику величину поля (хвилі підсилюють одна одну), буде відмічатися відносно висока яскравість. Таким чином виникають темні і світлі смуги.

Нехай у деякій точці зустрічаються дві монохроматичні світлові хвилі однакової частоти ω і поляризації. Накладаючись одна на одну, вони збуджують коливання електричної напруженості одного напрямку, але з різними початковими фазами δ_1 і δ_2 та різними амплітудами E_{01} і E_{02} :

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{01} \cos(\omega t - kr_1 + \delta_1), \\ E_2 &= E_{02} \cos(\omega t - kr_2 + \delta_2), \end{aligned} \quad (1.12)$$

де $k = 2\pi/\lambda$ – хвильове число, λ – довжина хвилі, r – відстань вздовж напрямку поширення, яку пройшла хвиля.

Результуючу амплітуду коливань можна знайти з виразу:

$$E^2_0 = E^2_{01} + E^2_{02} + 2E_{01}E_{02} \cos(\alpha_2 - \alpha_1), \quad (1.13)$$

де $\alpha_2 - \alpha_1$ – різниця фаз хвиль у точці, що розглядається.

Внаслідок дуже великої частоти оптичних коливань ($\approx 10^{15}$ Гц) око людини та інші приймачі світла реєструють енергетичні величини (освітленість та ін.), які є усередненими за проміжок часу дуже великий у порівнянні з періодом оптичних коливань.

Тому величини, що спостерігаються експериментально, пропорційні середньому значенню квадрата напруженості електричного поля $\langle E^2 \rangle$.

Оскільки інтенсивність світла $I \sim \langle E^2 \rangle$ (кутові дужки означають усереднення), рівняння (1.13) можна записати так:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \rangle, \quad (1.14)$$

де I_1 та I_2 — інтенсивності хвиль, що накладаються, I — результуюча інтенсивність.

Вираз $2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \rangle$, називається інтерференційним членом. Він характеризує кореляцію (взаємозв'язок) коливань, що додаються.

При цьому можливі два граничних випадки.

Випадок 1. Різниця фаз ($\alpha_2 - \alpha_1$) змінюється протягом часу випадковим чином, хаотично. Косинус її з рівною ймовірністю приймає додатні та від'ємні значення. Внаслідок цього середнє за часом спостереження значення $\langle \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \rangle$ дорівнює нулю, інтерференційний член також дорівнює нулю. Такі хвилі називаються **некогерентними**. Отже, інтенсивність, що спостерігається при накладанні некогерентних хвиль, дорівнює сумі інтенсивностей, створених кожною з хвиль окремо: $I = I_1 + I_2$. Явище інтерференції – підсилення або ослаблення світлових коливань – спостерігатися не буде, освітленість всюди однакова.

Випадок 2. Різниця фаз ($\alpha_2 - \alpha_1$) постійна за часом. У цьому випадку хвилі називаються **когерентними**. Їх частота і різниця фаз зберігаються незмінними. В одних точках простору $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) > 0$ і результуюча інтенсивність перевищує суму $I_1 + I_2$, в інших точках $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) < 0$ і результуюча інтенсивність буде меншою, ніж $I_1 + I_2$. Отже, мають місце підсилення або послаблення коливань (інтерференція).

При накладанні таких когерентних світлових хвиль енергія світлового випромінювання перерозподіляється у просторі, внаслідок чого в одних місцях виникають максимуми, а в інших – мінімуми освітленості.

Результат інтерференції визначається різницею фаз. У тих точках, де різниця фаз $\alpha_2 - \alpha_1 = 2\pi m$ ($m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$), інтенсивність набуває максимального значення. А в точках, де $\alpha_2 - \alpha_1 = (m + 1/2)2\pi$, має місце інтерференційний мінімум.

Для двох когерентних хвиль з однаковими початковими фазами, вираз для різниці фаз, що набігає внаслідок різниці відстаней $r_2 - r_1$ від джерел кожною з хвиль до даної точки, або, як звичайно кажуть, різниці ходу двох хвиль, має вигляд

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta, \quad (1.15)$$

де $\Delta = n_2 r_2 - n_1 r_1$ — величина, яка зветься *оптичною різницею ходу*. Тут n_1 і n_2 — показники заломлення середовищ, у яких поширюються хвилі.

За звичаєм різниця ходу вимірюється у довжинах хвиль λ . Якщо оптична різниця ходу Δ дорівнює цілому числу довжин хвиль λ_0 у вакуумі (або парному числу півхвиль)

$$\Delta = \pm m\lambda_0 \quad (m=0, 1, 2, \dots), \quad (1.16, a)$$

то різниця фаз $\alpha_2 - \alpha_1 = \pm 2\pi m$, а інтенсивність за формулою (1.14) буде максимальною. Отже умова (1.16, а) є **умовою інтерференційного максимуму**. Аналогічним шляхом, якщо різниця ходу становить непарне число півхвиль, то одержуємо **умову інтерференційного мінімуму**:

$$\Delta = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda_0 \quad (m=0, 1, 2, \dots) \quad (1.16,6)$$

1.1.2. Когерентність. Необхідною умовою існування ефекту інтерференції є когерентність. Когерентністю була названа здатність світла давати інтерференційну картину.

Когерентністю взагалі прийнято називати узгоджене протікання за часом та в просторі кількох коливальних або хвильових процесів, що виявляється при їх додаванні.

Під когерентністю світла розуміють впорядкованість структури світла, ступінь наближення світлового поля до ідеальної гармонічної хвилі.

Точно когерентними можуть бути тільки монохроматичні хвилі, у яких амплітуда, частота та початкова фаза залишаються постійними необмежено довго. Тому різниця фаз двох таких хвиль також залишається постійною.

Насправді ідеально гармонічні коливання нездійсненні, монохроматичні хвилі, які за визначенням мають нескінченну тривалість, у природі не існують. У реальної світлової хвилі частота та фаза безперервно випадково та хаотично змінюються з часом. Це пояснюється тим, що випромінювання тіла складається з хвиль, які випромінюються багатьма атомами.

Процес випромінювання окремого атома триває близько 10^{-8} с. За цей час встигає утворитись свого роду світловий імпульс, або *цуг хвиль* скінченної довжини. Подібний світловий імпульс може бути змодельований у вигляді “кусочка” монохроматичної хвилі тривалістю Δt , як показано на рис. 1.6.

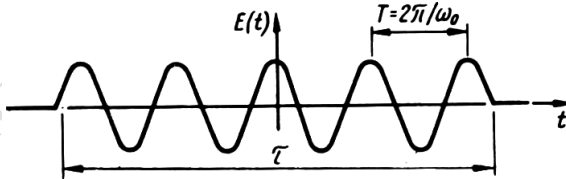


Рис. 1.6.

Випромінювання світла припиняється, коли атом повернеться до нормального стану. Атом знову може перейти в збуджений стан і знову починає випромінювати світлові хвилі, але вже з новою початковою фазою.

Одночасно випромінює багато атомів. Збуджувані ними цуги ніяк не пов'язані між собою, додаючись, вони утворюють випромінювану тілом світлову хвилю. Таким чином, хвилі, які випромінюються атомами будь-якого (нелазерного) джерела світла, є некогерентними. Так, з повсякденного досвіду добре відомо, що інтерференційна картина від двох електричних лампочок не спостерігається. Якщо кімната освітлюється двома лампочками, то освітленість у будь-якій точці просто дорівнює сумі освітленостей, які ство-

рюються кожною лампочкою окремо, без будь-яких підсилень або ослаблень світла.

Але добре також відомо, що інтерференцію світла можна спостерігати. Для отримання світлових хвиль, що є придатними для інтерференції, необхідно *розділити* світловий пучок від деякого джерела на *два пучки*, примусити їх пройти різні оптичні шляхи і зустрітися. Якщо фаза змінюється з часом у одному пучку, то вона точно так змінюється в іншому, бо ці два пучки є копіями вихідного пучка.

Ця ідея здійснюється двома методами. У методі *поділу хвильового фронту*, придатному лише для досить малих джерел, пучок, що виходить від джерела, ділиться на два або проходячи крізь два близько розташованих отвори (інтерферометр Юнга, рис. 1.8), або відбиваючись від дзеркальних поверхонь (дзеркала Френеля) чи заломлюючись (біпризма Френеля та ін).

У другому методі – методі *поділу амплітуди*, придатному як для малого джерела, так і для джерела великих розмірів, пучок ділиться шляхом проходження і відбивання від напівпрозорої поверхні (інтерферометр Майкельсона). Цим способом розділення випромінювання джерел світла пояснюється широко розповсюджена в природних умовах інтерференція світла в тонких плівках, відповідальна за райдужне забарвлення масляних плям на воді, мильних бульб, крил комах та ін.

Для когерентності світла існують свої часові і просторові межі, обумовлені немонохроматичністю і неточковістю джерела світла. Вони визначають відповідно часову і просторову когерентності хвиль.

Часова когерентність хвиль. Розглянемо, наприклад, інтерференцію світла в інтерферометрі Майкельсона (на рис. 1.7 наведений його спрощений варіант)

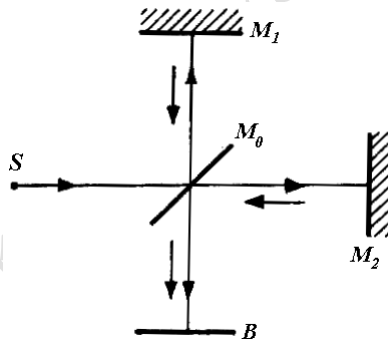


Рис. 1.7.

Пучок світла від точкового джерела S ділиться напівпрозорою пластиною M_0 на два пучки: той, що пройшов, і відбитий приблизно однакової інтенсивності. Падаючи на дзеркала M_1 та M_2 , світлові пучки відбиваються назад. Коли ці два пучки з'єднуються на екрані B , вони мають вже різницю ходу $c\Delta t$, де c — швидкість світла, Δt — різниця часів проходження відстаней для кожного з пучків.

Оскільки цуги хвиль, що випромінюються навіть одним і тим же атомом у різні моменти часу, ніяк не узгоджені між собою, то очевидно, що інтерференція відбудеться тільки у разі зустрічі хвиль, утворених з одного й того ж цугу. Іншими словами, хвилі будуть когерентними, якщо різниця пройдених ними шляхів менша за довжину цугу.

Максимальна різниця ходу Δ , при якій можлива інтерференція, називається *довжиною когерентності* l_k , а відповідне до неї запізнювання одного з пучків — *часом когерентності* τ_k .

Умова часової когерентності світлових коливань може бути записана у вигляді

$$\Delta < l_k = c\tau_k, \quad (1.17)$$

тобто час когерентності є тривалість цугу, а довжина когерентності — просторова довжина цугу.

Реальну світлову хвилю можна розглядати як сукупність окремих хвиль, частоти яких заповнюють деякий інтервал $\Delta\omega$. Чим ближче хвиля до монохроматичної, тим меншою є ширина $\Delta\omega$ спектра її частот. Теорія дає співвідношення між часом когерентності світла та його спектральною шириною

$$\tau_k \approx \frac{2\pi}{\Delta\omega}. \quad (1.18)$$

Для природних джерел світла час когерентності $\tau_k \approx 10^{-8} — 10^{-10}$ с, тобто менший, ніж час випромінювання атомів (10^{-8} с). Для білого сонячного світла $\tau_k \approx 10^{-15}$ с, чому відповідає довжина когерентності, що складає частки мікрометра. Це є значенням такого ж порядку, як і довжина світлової хвилі, тобто дуже мале. Для поширеного гелій-неонового лазера $l_k \sim 25$ см. Надзвичайно висока монохроматичність випромінювання деяких лазерів дозволяє отримати довжину когерентності, яка сягає кілометрів.

Просторова когерентність хвиль. В реальних хвилях амплітуда та фаза змінюються не тільки у напрямі поширення, але й у перпендикулярній площині. Випадкові зміни різниці фаз для двох точок цієї площини збільшуються зі збільшенням відстаней між ними, і поступово когерентність зникає. Інтерференційна картина, обумовлена просторовою когерентністю, спостерігається в інтерферометрі Юнга (рис. 1.8).

Квазімонохроматичне джерело Q певної довжини створює інтерференційну картину поблизу точки P на екрані B після проходження світла крізь

два точкових отвори P_1 та P_2 . Критерієм когерентності променів вважають контрастність інтерференційної картини, яку характеризують за допомогою параметра $V = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min})$, де I_{\max} , I_{\min} — інтенсивності світлих і темних смуг. Контрастність максимальна, якщо $I_{\min} = 0$, для рівномірної освітленості екрана контрастність дорівнює нулю ($I_{\max} = I_{\min}$).

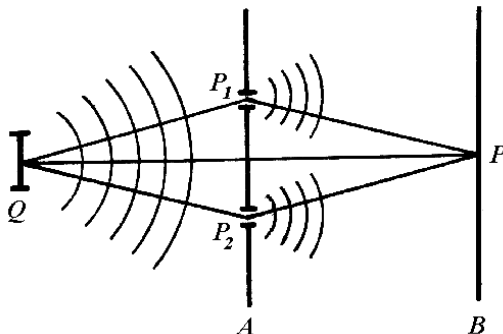


Рис. 1.8.

Дослід показує, що контрастність інтерференційних смуг залежить від відстані між отворами. Збільшення розмірів джерела також приводить до погіршення контрастності інтерференційних смуг і потім до їх повного зникнення. Для спостереження інтерференційної картини від фіксованого джерела в певній точці P обидва отвори в площині A повинні бути розташовані всередині деякої області. Світлові коливання в точках P_1 і P_2 будуть когерентними (просторово когерентними), якщо точки відстоять одна від одної не далі, ніж на $r_{\text{ког}}$.

$$r_{\text{ког}} \approx \frac{\lambda}{\varphi} = \frac{\lambda r}{\rho}. \quad (1.19)$$

Відстань $r_{\text{ког}}$ називається довжиною просторової когерентності або радіусом когерентності. Тут φ — відносний кутовий розмір джерела світла (відношення геометричного розміру джерела ρ до відстані до нього r), або кут φ в радіанній мірі, під яким з точки P_1 (або P_2) видиме джерело світла Q (рис.1.8). Підкреслимо, що просторова когерентність визначається не абсолютним, а відносним кутовим розміром джерела.

Приклад 1.1. У досліді Юнга світло спрямовується до щілин P_1 і P_2 безпосередньо від Сонця. На якій відстані d слід розташувати отвори для спостереження інтерференції? Кутовий розмір Сонця становить приблизно $30'$.

Розв'язання. Для отримання інтерференційної картини необхідно, щоб джерела P_1, P_2 були просторово когерентними, тобто повинна виконуватись умова

$$d < \frac{\lambda}{\varphi}.$$

Кутовий розмір Сонця $\varphi = 30' = 0,0087$ рад, довжину хвилі приймемо $\lambda = 550$ нм. Тоді

$$d < \frac{550}{0,0057} \text{ нм} = 6 \cdot 10^4 \text{ нм} = 0,06 \text{ мм}.$$

Отже, з прикладу випливає, що радіус когерентності сонячного світла становить $r_{\text{ког}} \approx 0,05$ мм. У порівнянні з цим випромінювання лазера має дуже велику просторову когерентність, яка зберігається в усьому перерізі світлового пучка на виході з лазера.

1.1.3. Застосування явища інтерференції світла у геодезії та маркшейдерській справі. Явище інтерференції світла знаходить широке застосування у геодезичній та маркшейдерській практиці. Наприклад, точне вимірювання зміщень, кутів, швидкостей та відстаней, що не перевищують 100 м, здійснюється інтерферометричними системами на основі гелій-неонових та інших лазерів. Типова точність при цьому становить один мікромметр.

Принцип роботи таких систем можна зрозуміти на прикладі інтерферометра Майкельсона (рис. 1.7). Лазерний пучок розщеплюється на два пучки: вимірювальний та опорний. Кожен з них поширюється за своїм напрямом. Вимірювальний пучок спрямовується на дзеркало M_2 . Дзеркало M_2 (або замість нього кутковий відбивач, що забезпечує точне відбивання пучка за напрямом падаючого випромінювання, див. § 2.3) закріплюється на об'єкті, відстань до якого треба визначити. Обидва пучки потім зводяться і спрямовуються у приймач. Виникає інтерференційна картина. Якщо об'єкт зміщується, відповідно зміщується і картина. Зміна різниці оптичних шляхів супроводжується зміною освітленості приймача B . За допомогою електронної апаратури можна визначити зміщення відносно деякого заданого початку відліку.

Відзначимо, що інтерферометричний метод є непридатним для вимірювання великих відстаней у польових умовах через випадкові зміни тиску, температури і вологості повітря на шляху променя.

Одним з найбільш важливих практичних застосувань явища інтерференції є **просвітлення оптики**.

Світловий потік, що падає на лінзу, проходить крізь неї лише частково. Частина потоку відбивається. Сучасні оптичні системи складаються, як правило, з великої кількості лінз, тобто містять велике число відбиваючих світло поверхонь. Втрати на відбивання світла на одній лінзі можуть сягати 10%

від інтенсивності падаючого випромінювання, а в оптичних системах – наприклад, об'єктивах – втрати світла можуть сягати 70%.

Явище інтерференції дозволяє звести до мінімуму втрати енергії на відбивання. З цією метою на поверхню лінзи методом напilenня у вакуумі наносять тонкі плівки (рис. 1.9) з показником заломлення меншим, ніж у матеріалу лінзи.

Інтерферує світло, що відбивається від передньої та задньої границь про-світлювальної плівки (рис. 1.9, промені $1'$ та $2'$).

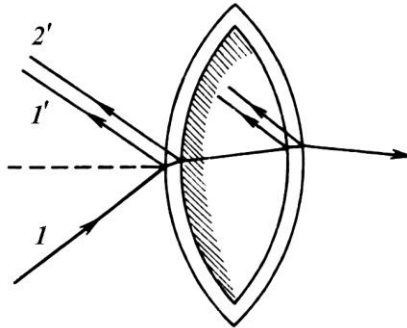


Рис. 1.9.

Окремо доказывается, що при відбиванні світла від середовища з більшим показником заломлення фаза коливань вектора напруженості електричного поля хвилі змінюється на π . Завдяки тому, що показник заломлення плівки є меншим, ніж показник заломлення лінзи, але більшим, ніж показник заломлення повітря, при відбиванні від обох поверхонь хвиля змінює фазу на π . Отже, різниця фаз між відбитими хвилями утворюється тільки за рахунок подвійного проходження плівки.

Можна добитися взаємного гасіння відбитих світлових хвиль i , таким чином, підсилення інтенсивності світла, що проходить, якщо підібрати оптичну товщину плівки у $\lambda/4$. Тоді при нормальному падінні оптична різниця ходу між променями $1'$ та $2'$ дорівнюватиме $\lambda/4 + \lambda/4 = \lambda/2$, що відповідає умові мінімуму при інтерференції. Відбиті промені гасяться, а ті, що проходять – підсилюються.

Приклад 1.2. На мильну плівку з показником заломлення $n = 1,33$, що розміщена в повітрі, падає нормально пучок білого світла. За якої мінімальної товщини d плівки відбите світло найбільш інтенсивно забарвлюється у зелений колір ($\lambda = 0,55$ мкм)?

Розв'язання. Світло, що падає нормально до поверхні плівки, відбивається від її верхньої і нижньої границь. Відбиті промені є когерентними. Різниця ходу променів становить $2dn + \lambda/2$, де $\lambda/2$ — додаткова різниця ходу, обумовлена тим, що один з променів відбивається від оптично більш густого середовища і при цьому стрибком змінює фазу коливань електричного вектора на 180° .

Якщо використати умову максимуму для мінімальної товщини плівки, то в формулі (1.16, а) треба покласти $m = 0$. Тоді

$$2d_{\min}n \pm \frac{\lambda}{2} = \lambda,$$

звідки

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4n} = \frac{0,55}{4 \cdot 1,33} = 0,1 \text{ мкм.}$$

Через те, що найбільшій чутливості ока відповідає світло довжиною хвилі $\lambda = 0,55$ мкм (зелене світло), товщину плівки підбирають рівною $\frac{1}{4}$ саме цієї довжини хвилі. Тоді хвилі довжиною $\lambda = 0,55$ мкм максимально проходять. Але для інших хвиль падаючого на лінзу білого світла – більш коротких (фіолетових) та більш довгих (червоних) – така товщина плівки призводить до підсилення відбитих хвиль. З цим недоліком просвітлення доводиться погодитися, і цим пояснюється пурпуровий (суміш фіолетового з червоним) колір просвітленого об'єктива.

З інших застосувань інтерференції відзначимо **оптичні фільтри**, що пропускають світло лише у вузькому спектральному інтервалі. Якщо світлофільтри з кольорового скла або зафарбованих плівок, що діють на принципі селективного поглинання світла різних довжин хвиль, виділяють ділянку спектра шириною близько 50 нм, то інтерференційні світлофільтри можуть давати смугу пропускання спектра до десятих часток нанометра.

Інтерференційний світлофільтр (рис. 1.10) призначений для виділення випромінювання потрібного діапазону з неперервного спектра. Він складається з двох скляних плоскопаралельних пластинок (2,4), покритих напівроззорними дзеркальними металевими плівками (3), наприклад, шарами срібла, між якими знаходиться шар діелектрика (1, наприклад, фтористого магнію), що майже не поглинає.

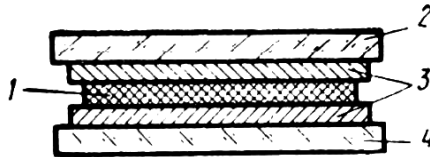


Рис. 1.10.

Внаслідок багатопроменевої інтерференції всередині системи відбувається підсилення випромінювання з певною довжиною хвилі λ . Шар діелектрика береться такої товщини d , щоб оптична довжина шляху в ньому дорівнювала половині довжини хвилі, тобто $nd = \lambda/2$. Тоді різниця ходу променя, що, наприклад, двічі відбивається від плівок (3), порівняно з променем, який

проходить без відбиття, дорівнюватиме $\lambda/2 + \lambda/2 = \lambda$. Це є умовою підсилення променів.

Тому оптичну товщину шару діелектрика встановлюють у $\lambda/2$, λ , $3\lambda/2$, або кратною $\lambda/2$. У світлі, що проходить, інтерферують промені, що пройшли безпосередньо крізь світлофільтр, та відбиті парне число разів від напівпрозорих шарів. Змінюючи товщину d діелектрика, можна побудувати світлофільтри для будь-якої довжини хвилі пропускання.

Можна навпаки підсилювати *відбиті промені*. Для одержання великого коефіцієнта відбиття на скло наносять ряд плівок з однаковою оптичною товщиною, кратною $\lambda/4$, але з різними показниками заломлення. Показники заломлення шарів поперемінно великі і малі. Якщо на одній з поверхонь відбувається зміна фази хвилі на π , то на іншій відбивання відбувається без зміни фази, тому що показник заломлення цього шару менший. Тоді повна зміна фази між відбитими променями дорівнює 2π і вони підсилюють один одного, коефіцієнт відбиття збільшується. Так отримують високоякісні **інтерференційні дзеркала**.

Ще одним важливим практичним застосуванням явища інтерференції є **шахтний інтерферометр**.

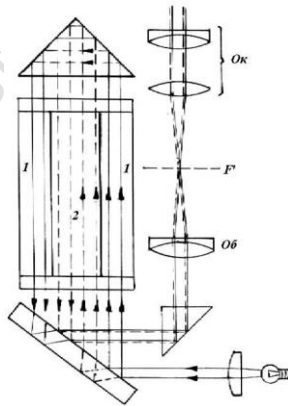


Рис. 1.11.

Він призначений для визначення змісту метану у шахтній атмосфері. Принцип дії шахтного інтерферометра заснований на методі вимірювання малих змін показника заломлення, який має високу чутливість.

Нехай прозора плоскопаралельна пластинка встановлена під кутом $\approx 45^\circ$ до напрямку падаючого світла (рис. 1.11). Кожний промінь світла після відбивання від передньої і задньої поверхонь пластинки розділяється на два паралельні промені, між якими виникає різниця ходу. На шляху променів встановлено дві трубки 1 і 2 (середня частина і краї пристрою на рис. 1.11).

Спочатку спостерігаються інтерференційні смуги у випадку, коли обидві трубки заповнені чистим повітрям. Для спостереження інтерференційної картини користуються зоровою трубою (див. § 2.16) невеликого збільшення. Паралельні промені інтерферують у фокальній площині F' об'єктива.

Потім через одну з трубок (на рис. 1.11 середня частина 2 пристрою) прокачується газова суміш, у якій треба визначити зміст метану. Показник заломлення газової суміші n_2 відрізняється від показника заломлення чистого повітря n_1 . Якщо товщина шару речовини l , то різниця ходу між інтерферуючими променями зміниться на величину $(n_2 - n_1)l$. В результаті інтерференційна картина зміщується на декілька смуг, що й реєструється оптичною системою.

Вимірюючи це зміщення, можна обчислити $\Delta n = n_2 - n_1$ — різницю показників заломлення речовини і повітря. Це дає змогу визначити зміст (концентрацію) небезпечних і шкідливих газів у рудниковій атмосфері.

§ 1.2. ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА. РОЗДІЛЬНА ЗДАТНІСТЬ ОПТИЧНИХ ПРИЛАДІВ

1.2.1. Дифракція світла. Одна з головних і очевидних властивостей світла – прямолінійність поширення. Промені Сонця, прожектора, лазера ми уявляємо собі як прямі лінії.

Між тим, ряд дослідних фактів свідчить про порушення закону прямолінійності поширення світла. Так, сонячний промінь або промінь лазера мають малу, але скінченну розбіжність. Інший факт – границя між світлом і тінню ніколи не буває різкою.

Розглянемо таку схему: джерело світла – непрозора перешкода – екран (рис. 1.12)

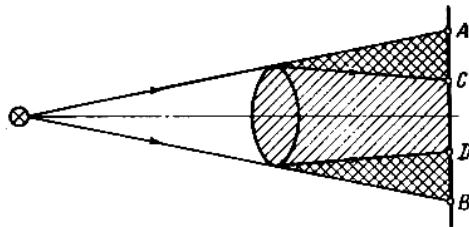


Рис. 1.12.

Закон прямолінійного поширення світла передбачає існування різко обмеженої тіні AB від перешкоди. Однак, ретельний дослід дозволяє виявити структуру світла в цій області. Замість різкої границі між світлом та тінню

отримується досить складна картина, що складається з світлих та темних (або забарвлених) ділянок – дифракційних смуг, які чергуються.

На рисунку 1.13 показано дифракційну картину, що виникає під час огинання світлом прямолінійного краю перешкоди. Вона має вигляд темних і світлих смуг, які розташовані паралельно краю перешкоди, а невелика частина світлового потоку відхиляється за край геометричної тіні.

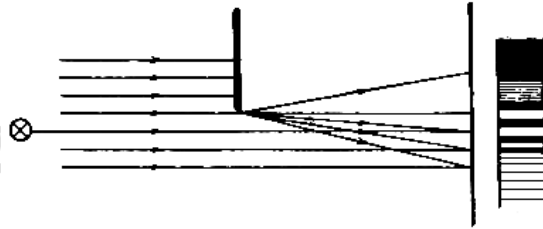


Рис. 1.13.

Інший приклад – проходження світла крізь малий отвір (рис. 1.14). Замість очікуваної картини – світлої плями, обмеженої різкою тінню (лівий рисунок), спостерігаються концентричні кільця, що чергуються (правий рисунок).

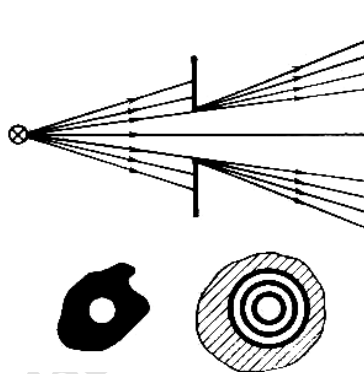


Рис. 1.14.

Під **дифракцією** світла розуміють будь-яке відхилення світлових променів від прямих ліній, яке виникає під час проходження світла поблизу країв непрозорих тіл, при поширенні світла крізь малі отвори та щілини. Дифракцією світла називається огинання світловими хвилями перешкод та проникнення світла в область геометричної тіні.

Як і під час інтерференції, у разі дифракції відбувається перерозподіл світлового потоку в результаті суперпозиції хвиль. Якщо інтерференцією

називають перерозподіл інтенсивності в результаті суперпозиції хвиль від скінченного числа дискретних когерентних джерел, то дифракцією – від джерел, розташованих безперервно. Остання обставина використовується для розрахунку дифракційної картини за принципом Гюйгенса — Френеля.

Згідно з цим принципом дифракційну картину можна побудувати, припустивши, що при поширенні хвилі кожна точка хвильового фронту є джерелом вторинних сферичних хвиль. У точку спостереження (наприклад, за перешкодою, отвором і т.п.) приходять вторинні сферичні хвилі від всіх елементів хвильової поверхні, результуюче коливання знаходять інтегруванням по всій хвильовій поверхні. Ця задача досить складна і має аналітичні розв'язання лише в деяких найпростіших випадках.

Якщо дифракції тим виразніше, чим ближче розмір отвору та перешкоди до довжини світлової хвилі ($\lambda \sim 0,5$ мкм), спостерігати ж дифракцію світла можна тільки на досить великих відстанях від перешкоди.

Дифракційна картина на отворах різної форми є різною в залежності від типу джерела світла та відстані R від отвору до місця спостереження.

Нехай d — характерний розмір отвору, наприклад, його діаметр. Якщо дифракція спостерігається на таких відстанях R , при яких кутові розміри отвору (перешкоди) $\frac{d}{R}$ є значно більшими, ніж відношення довжини світло-

вої хвилі до лінійних розмірів отвору $\frac{\lambda}{d}$, а джерело є точковим, то дифракція зветься дифракцією Френеля, а область її спостереження — близькою зоною ($R \ll \frac{d^2}{\lambda}$).

Якщо джерело створює паралельний пучок і площина спостереження знаходиться на досить великій відстані від отвору, то кутові розміри отвору (перешкоди) $\frac{d}{R}$ є набагато меншими, ніж відношення довжини світлової хвилі до лінійних розмірів цього отвору (перешкоди) $\frac{\lambda}{d}$, а дифракція зветься дифракцією Фраунгофера і область спостереження – дальньою зоною ($R \gg d^2/\lambda$).

Найбільший практичний інтерес являють собою дифракційні явища, що спостерігаються при падінні на перешкоду (або отвір у перешкоді) паралельного пучка світла. Якщо за отвором розмістити збиральну лінзу, то паралельні пучки променів, що дифрагували і внаслідок чого йдуть під різними кутами, будуть збиратися у відповідних точках фокальної площини лінзи. Отже, дифракційна картина Фраунгофера з нескінченно віддаленої площини переноситься у фокальну площину лінзи.

Нехай лінза L_1 (рис. 1.15) створює паралельний пучок променів, на шляху якого розташований непрозорий екран з круглим отвором ab .

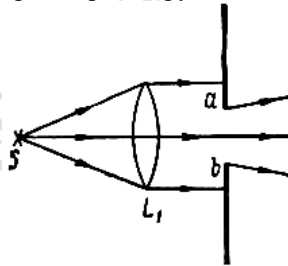


Рис. 1.15

Екран частково перекриває пучок променів, який потім падає на другу лінзу. У випадку прямолінійного поширення світла промені, які пройшли крізь отвір у непрозорому екрані, поширювалися б і за екраном паралельним пучком та були б зібрані другою лінзою до однієї точки у її фокальній площині.

Завдяки ж хвильовій природі світла у фокальній площині F_2 другої лінзи L_2 (рис. 1.16) утворюється складна дифракційна картина.

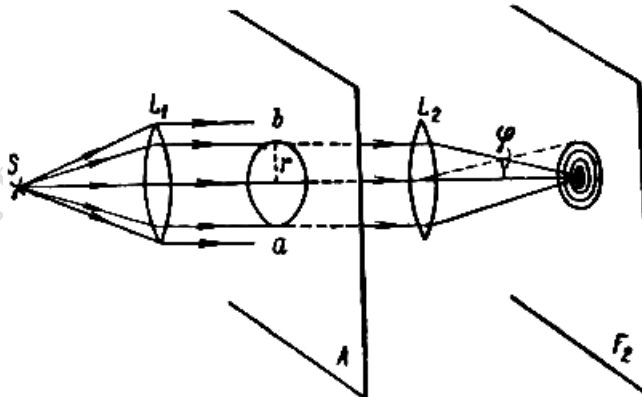


Рис. 1.16.

Вона складається з центральної яскравої плями і концентричних темних та світлих кілець, що чергуються (її називають картиною Ейрі). Відповідний розрахунок для кутової відстані φ між центром дифракційної картини і першим темним кільцем визначає формулу

$$\varphi = 1,22 \frac{\lambda}{D}, \quad (1.20)$$

де D – діаметр отвору, λ – довжина хвилі.

Переважає частина світлового потоку, який пройшов через отвір, попадає в область центральної світлої плями, інтенсивності світлих кілець швидко зменшуються з віддаленням від центра. Тому дифракційну картину можна вважати такою, що складається *лише з центральної світлої плями*. Можна вважати, що паралельні промені (їм відповідає плоский хвильовий фронт) йдуть від нескінченно віддаленого точкового джерела. Тому *світла пляма є зображенням нескінченно віддаленого точкового джерела*. Дифракційна картина не зміниться, якщо краї лінзи сполучити з краями отвору.

Отже, найдосконаліша лінза внаслідок хвильової природи світла не може дати ідеального оптичного зображення. Зображення точки завжди являє собою не точку, а кружечок — центральний максимум дифракційної картини. Якщо f – фокусна відстань лінзи, а r – радіус центральної світлої плями, то з рис. 1.16 можна одержати, що $\operatorname{tg} \varphi = r/f$, або внаслідок малості кута $\operatorname{tg} \varphi \cong \varphi \cong r/f$. Тоді з урахуванням (1.20) знайдемо $r/f = 1,22 \lambda/D$, звідки радіус фокальної плями $r = 1,22 \lambda f/D$, а *діаметр фокальної плями*

$$d_{\varphi} \approx 2,44 \frac{\lambda}{D} f. \quad (1.21)$$

Розміри плями, як видно з формули (1.21), є тим меншими, чим більшим є діаметр лінзи. Параметр $\frac{D}{f}$ називається *відносним отвором* лінзи. У практиці виготовляють лінзи з відносним отвором, що не перебільшує одиницю. У найбільш сприятливому випадку, коли $\frac{D}{f} = 1$, з формули (1.21) одержимо

$$d_{\varphi}^{\min} \approx \lambda,$$

тобто *діаметр фокальної плями має порядок довжини світлової хвилі*. У випадку некогерентного пучка діаметр фокальної плями ще зростає. Зі збільшенням діаметра лінзи поліпшується якість зображення за рахунок зменшення дифракційних спотворень, однак зростають спотворення, обумовлені похибками лінзи, наприклад, сферичною аберацією (див. §2.12).

Якщо дифракції перетворює паралельний пучок світла у розбіжний. Наприклад, якщо паралельний пучок проходить крізь отвір (діафрагму), розміри якого порівняні з довжиною хвилі світла, то внаслідок дифракції світлова хвиля огинає краї отвору, що спричиняє **дифракційну розбіжність** світлового пучка (рис. 1.15).

Основна частина світлового потоку припадає на центральний дифракційний максимум. Тому дифракційну кутову розбіжність можна характеризувати

ти кутом, який характеризує відхилення променів від паралельності і відповідає першому темному кільцю дифракційної картини (рис. 1.16):

$$\varphi \sim \frac{\lambda}{d}, \quad (1.22)$$

де λ — довжина хвилі, d — діаметр отвору або поперечного перерізу пучка. У разі зменшення розмірів отвору дифракційна кутова розбіжність світла зростає. Отже, дифракційна розбіжність не дозволяє отримувати скільки завгодно вузькі світлові пучки.

Приклад 1.3. Визначити, якого розміру набуде діаметр d_2 лазерного пучка на відстані $l = 150$ м, якщо на виході з лазера він становить $d_1 = 2$ мм. Довжина хвилі випромінювання $\lambda = 600$ нм.

Розв'язання. Розширення пучка обумовлене дифракцією. Кутова розбіжність становить

$$\varphi \approx \frac{\lambda}{d_1}.$$

На відстані l діаметр пучка буде

$$d_2 = 2\varphi l = \frac{2\lambda l}{d_1} = 9 \text{ см.}$$

Для світла від нелазерних джерел розширення пучків звичайно обумовлене не стільки дифракцією, скільки скінченними розмірами джерела. Якщо джерело розміром D (світна нитка) знаходиться у фокусі лінзи з фокусною відстанню F , то пучки світла, що йдуть від країв джерела і виходять з лінзи, у відповідності з геометричною оптикою утворюють кут D/F .

Щоб цей кут був меншим, ніж дифракційна розбіжність пучка діаметра a , розмір джерела повинен задовольняти умові $D < \lambda F/a$. Числові розрахунки показують, що ця умова ніколи не виконується, тобто дифракційне розширення пучка є значно меншим, ніж вплив скінченних розмірів джерела. Нагадаємо, йдеться про нелазерні джерела. Що ж стосується лазерних пучків світла, то обмеження на кут розбіжності накладається саме дифракцією.

1.2.2. Роздільна здатність оптичних приладів. Наявність дифракції створює границю можливості розпізнавання деталей предмета. Як розрізнити дрібні деталі зображення, якщо кожна точка предмета зображується дифракційним кружечком? Наскільки близько треба розташувати два точкових джерела світла, щоб їх можна було б розрізнити як два окремих джерела?

Відповідь на ці питання надається поняттям **роздільної здатності** оптичного приладу.

Нехай на об'єктив падає світло від двох віддалених точкових джерел. Внаслідок дифракції на оправі об'єктива або на краях діафрагми замість двох точок у фокальній площині спостерігаються максимуми освітленості, оточені дифракційними кільцями. Позначимо через $\delta\varphi$ найменший кут між

променями від двох точкових джерел, при якому їх зображення ще можна розрізнити як дві світлові плями.

Згідно з критерієм Релея дві близькі точки будуть ще розділені, якщо середина центрального дифракційного максимуму для однієї точки співпадає з краєм центрального максимуму для другої точки (рис. 1.17). У правій частині рисунка наведені криві розподілу освітленості.

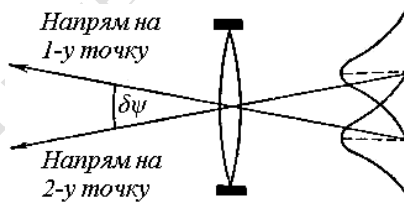


Рис. 1.17.

З рис. 1.17 видно, що дві точки сприймаються окремо, якщо кутова відстань між ними $\delta\psi$ дорівнює кутовому радіусу φ центрального максимуму:

$$\delta\psi = 1,22 \frac{\lambda}{D}. \quad (1.23)$$

Найменша лінійна (або кутова) відстань між двома точками, починаючи з якої їх зображення зливаються, називається границею розділення. Обернена їй величина називається **роздільною здатністю** (роздільною силою) приладу

$$R = \frac{1}{\delta\psi} = \frac{D}{1,22\lambda}, \quad (1.24)$$

де D – діаметр оправы (або вхідної зіниці) лінзи. Отже, чим більший діаметр лінзи, тим більш виразно видно дві близьких точки.

Границя розділення людського ока на відстані найкращого бачення становить 0,1 мм, мікроскопа – довжину світлової хвилі λ .

Приклад 1.4. Знайти кут, під яким роздільно видно: 1) дві близькі зорі у телескоп з діаметром дзеркала 5м; 2) дві близькі точки неозброєним оком.

Розв'язання. 1). Кутове розділення для світла з довжиною хвилі $\lambda = 560$ нм

$$\delta\phi \approx \frac{1,22\lambda}{D} = \frac{1,22 \cdot 560 \cdot 10^{-9}}{5} = 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ рад} = 0,028''.$$

2). Діаметр зіниці ока при нормальному освітленні становить приблизно 2 мм. Тоді мінімальна кутова відстань між точками, які око сприймає роздільно

$$\delta\phi = \frac{1,22 \cdot 560 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-3}} = 0,34 \text{ рад} \approx 1'.$$

§ 1.3. ПОЛЯРИЗАЦІЯ СВІТЛА. МОДУЛЯЦІЯ СВІТЛА. СВІТЛОДАЛЕКОМІРИ

1.3.1. Поляризація світла. Як відомо, електромагнітні хвилі є поперечними, в них вектори напруженості електричного поля \mathbf{E} і магнітної індукції \mathbf{B} взаємно перпендикулярні та перпендикулярні до напрямку поширення хвилі. Властивості світлових хвиль залежать від орієнтації векторів \mathbf{E} і \mathbf{B} , яка характеризується поняттям поляризації. Поляризацію світла пов'язують з напрямком електричного вектора \mathbf{E} .

Світло, у якому представлені електромагнітні хвилі зі всілякими напрямками коливань вектора \mathbf{E} , називається **неполяризованим**, або **природним**.

Якщо ж напрями коливань електричного вектора якимось чином впорядковані, світло називається **поляризованим**.

Наприклад, лінійно або плоскополяризована хвиля – це хвиля, у якій електричний вектор \mathbf{E} (а з ним і \mathbf{B}) здійснює коливання весь час вздовж однієї прямої лінії в одній і тій же площині (див. рис. 1.2).

Така хвиля випромінюється у кожному акті випромінювання одним атомом або молекулою. Але макроскопічні джерела світла складаються з величезної кількості таких частинок-випромінювачів. У загальному випромінюванні орієнтація векторів \mathbf{E} при цьому змінюється хаотично. Тому природне (або неполяризоване) світло являє собою суперпозицію лінійно поляризованих некогерентних хвиль з різною орієнтацією електричних векторів у просторі. Різні напрями коливань представлені тут з рівною імовірністю.

Вектор \mathbf{E} світлового пучка завжди *можна розкласти* на дві взаємно перпендикулярні складові E_x і E_y , тобто випромінювання перетворюється у сукупність двох лінійно поляризованих перпендикулярно одна до одної складових.

Світло називається **повністю поляризованим**, якщо дві взаємно перпендикулярні проекції вектора \mathbf{E} світлового пучка здійснюють коливання з постійною у часі різницею фаз (рис. 1.18).

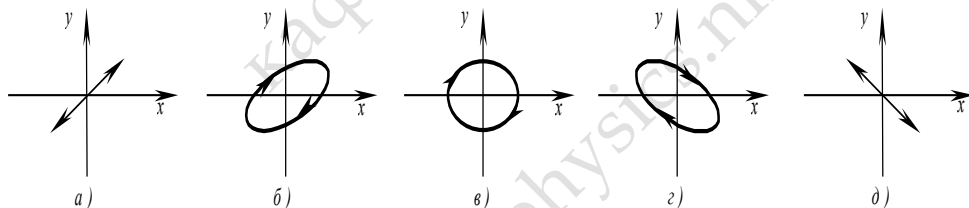


Рис. 1.18.

Нехай площина рис. 1.18 перпендикулярна до напрямку поширення світла (до променя). Спроектуємо на цю площину траєкторію кінця вектора E . У залежності від різниці фаз коливань E_x і E_y виникають різні типи поляризованого світла.

У загальному випадку проєкційна картина має вигляд еліпса (рис. 1.18, б, з). Окремі випадки – еліпс вироджується у відрізок прямої ($a, д$), або у коло ($е$). Відповідна поляризація зветься **еліптичною, лінійною або коловою**.

Якщо ж кореляція між фазами коливань E_x і E_y відсутня, світло стає **природним**.

Природним є сонячне світло і світло, яке випромінюють всі нелазерні джерела. Звичайно повністю поляризованим є випромінювання лазерів.

Поляризоване світло отримується у разі відбиття та заломлення світла на межі поділу двох діелектричних середовищ, проходження світла через анізотропне середовище, розсіяння світла.

Зупинимося на **взаємодії світла з речовиною**. Воно полягає у взаємодії світла з кожним атомом (або молекулою, іоном).

Під дією електричного поля електромагнітної хвилі (первинної хвилі) електронна оболонка атома зміщується відносно атомного ядра. Таке зміщення призводить до появи дипольного електричного моменту, який змінюється з часом з частотою падаючої хвилі. Диполь, що здійснює коливання, як відомо, випромінює електромагнітні хвилі (вторинні хвилі). Ці вторинні хвилі накладаються і разом з первинною хвилею утворюють у підсумку повне електромагнітне поле у речовині.

Важливо підкреслити, що зміщення електричних зарядів відбуватиметься однаково в усіх напрямках (ізотропна поляризованість) тільки для сферично симетричного розподілу заряду в електронній оболонці.

Багатоатомні молекули мають складну конфігурацію електронних оболонок. “Відгук” такої молекули на дію електричного поля буде різним в залежності від напрямку вектора E світлової хвилі.

Якщо речовиною є рідина, аморфне тіло або газ, то залежність поляризованості від напрямку (анізотропія) не виявляється. Однак у кристалах поле сил, що пов’язує атоми ґратки, неоднакове у різних напрямках.

Крім того, у разі зміщення зарядів атомів кристала з положення рівноваги під дією електричного поля світлової хвилі виникає додаткове зміщення зарядів у сусідніх атомах кристалічної ґратки. Тому поляризованість кристала залежить від напрямку (анізотропія).

Електричні властивості речовини пов’язані з оптичними: поляризованість визначає діелектричну проникність ϵ , а співвідношення Максвелла $n = \sqrt{\epsilon}$ визначає показник заломлення n . Таким чином, швидкість поширення світлової хвилі в кристалі залежить від напрямку і поляризації цієї хвилі.

Існує велика група прозорих кристалів, у яких існує деякий напрямок, що називається **оптичною віссю**, вздовж якого поляризованість молекул кристала не залежить від напрямку коливань електричного вектора \mathbf{E} світлової хвилі.

Отже, для довільно поляризованих хвиль, які поширюються вздовж оптичної осі, будуть однаковими діелектрична проникність ϵ , частота власних коливань молекул-діполів, показник заломлення n , і, нарешті, швидкість поширення v . Щодо оптичних властивостей, то одновісне середовище має повну симетрію обертання відносно напрямку оптичної осі, тобто під час повороту навколо оптичної осі анізотропія властивостей кристала не виявляється.

До оптично одновісних кристалів відносяться усі кристали тетрагональної, гексагональної і тригональної систем (ісландський шпат, турмалін та ін.).

Назвемо площину, яка містить оптичну вісь і даний промінь, головним перерізом кристала. Розглянемо явища, які виникають у двох випадках.

1. Нехай промені поляризовані перпендикулярно до головного перерізу кристала (рис. 1.19, а)

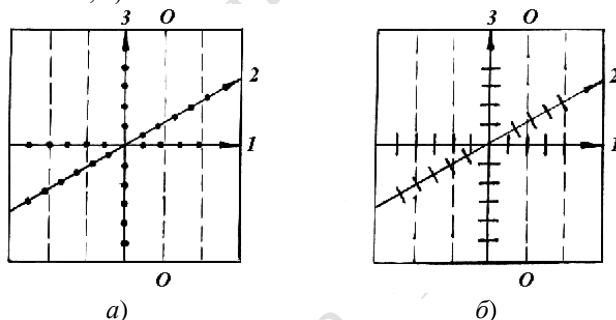


Рис. 1.19

На рис. 1.19, а напрямки, що є паралельними оптичній осі, зображено штриховими лініями, а напрямки коливань електричного вектора зображено крапками. Якщо електричний вектор є перпендикулярним до головного перерізу, то коливання елементарних випромінювачів завжди будуть перпендикулярними до оптичної осі. Дійсно, з рис. 1.19, а видно, що для будь-якого з променів 1, 2 чи 3 коливання є перпендикулярними до оптичної осі.

Отже, хвиля буде поширюватись зі швидкістю $v_0 = \frac{c}{n_0}$, де $n_0 = \sqrt{\epsilon_{\perp}}$, а

ϵ_{\perp} — діелектрична проникність для напрямку, перпендикулярного до осі.

Показник заломлення n_o і швидкість хвилі v_o у цьому випадку називаються **звичайними** (позначаються літерою o).

Розглянемо тепер промені, у яких коливання електричного вектора відбуваються у площині головного перерізу (рис. 1.19, б). Хвилю, електричний вектор якої лежить у площині головного перерізу кристала, називають **незвичайною** (позначають літерою e). Як видно з рис. 1.19, б, для різних променів 1, 2 і 3 коливання спрямовані під різними кутами до оптичної осі (напрямок коливань вектора \mathbf{E} зображений рисочками).

Так, у промені 1 коливання вектора \mathbf{E} відбуваються паралельно оптичній осі, поляризація молекул буде відбуватись вздовж цієї осі, для цього напрямку діелектрична проникність має значення ϵ_{\parallel} . Отже цьому напрямку поширення відповідає інше значення показника заломлення $n_e = \sqrt{\epsilon_{\parallel}}$ і інше

$$\text{значення швидкості } v_e = \frac{c}{n_e}.$$

У промені 3 коливання є перпендикулярними до оптичної осі, отже у цьому напрямі хвиля поширюється зі швидкістю v_o . Термін “оптична вісь” був введений для означення такого напрямку, вздовж якого обидві хвилі в кристалі поширюються з однаковими швидкостями.

У промені 2 та подібних йому кут між електричним вектором та оптичною віссю кристала змінюється зі зміною напрямку променя. Отже, для незвичайної хвилі показник заломлення n_e та швидкість v_e залежать від напрямку променя в кристалі. Наприклад, в ісландському шпаті для $\lambda = 0,5893$ нм $n_o = 1,6658$, а n_e змінюється від 1,4864 до 1,6658.

У загальному випадку пучок природного світла, що падає на одновісний кристал, розділяється всередині кристала на два повністю поляризованих пучки: один з коливаннями вектора \mathbf{E} в площині головного перерізу, і другий з коливаннями \mathbf{E} перпендикулярно до цієї площини. З кристала виходять два пучки світла, поляризовані у взаємно перпендикулярних площинах. У цьому полягає явище *подвійного променезаломлення*.

Прилади, за допомогою яких здійснюється поляризація світла, називаються **поляризаторами**. Для одержання поляризованого світла можна використовувати явище подвійного променезаломлення. Іноді на виході з кристалічної пластинки один з двох променів, на які поділяється падаючий промінь, сильно зменшує інтенсивність за рахунок поглинання, тоді з пластинки виходить тільки інший промінь, тобто лінійно-поляризоване світло. Така пластинка називається **поляроїдом**.

Найбільш зручними є поляроїди з синтетичних кристалів. Такий поляроїд (поляризаційний світлофільтр) являє собою тонку (0,05 — 0,1 мм) прозору

плівку, в яку введені певним чином орієнтовані штучні мікроскопічні кристали герпатиту.

Пропустимо природне світло крізь два поляризатори (поляроїди Π_1 і Π_2) (рис. 1.20). Оскільки поляризатор Π_1 пропускає світлові коливання лише одного напрямку, то після проходження крізь нього світлова хвиля стає плоскополяризованою. Якщо розмістити другий поляризатор так, щоб напрями світлових коливань E' і E'' , які пропускаються першим і другим поляризаторами, були паралельними один одному (рис. 1.20, *a*), то другий поляризатор пропускає світлову хвилю без змін.

Але якщо поляризатори розмістити так, щоб напрями коливань E' і E'' були перпендикулярними один до одного, то другий поляризатор повністю гасить коливання, які пройшли крізь перший поляризатор (рис. 1.20, *б*). Такі поляризатори називають схрещеними.

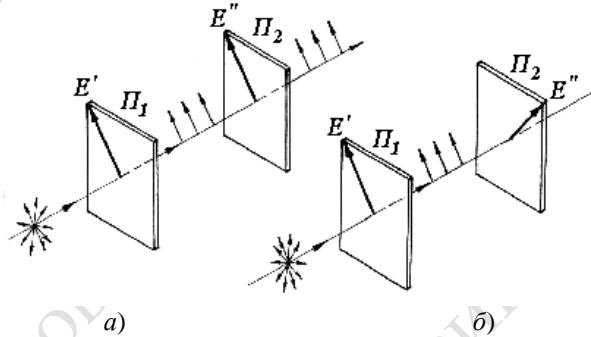


Рис. 1.20.

Нехай тепер світло, яке пройшло крізь поляризатор Π_1 падає на кристалічну пластинку K завтовшки d , вирізану з одновісного кристала так, що її передня грань є паралельною оптичній осі OO (рис. 1.21).

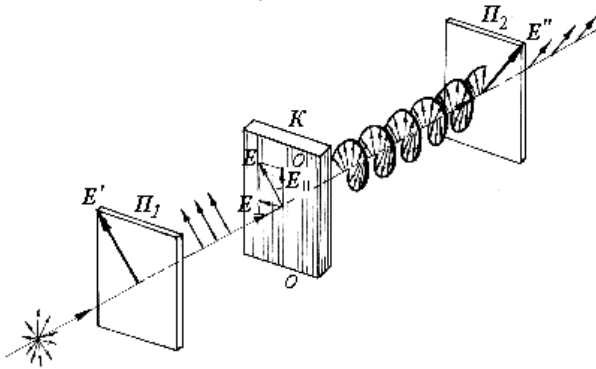


Рис. 1.21.

Напрямок пучка є перпендикулярним до бічної поверхні кристала. Відбудеться подвійне променезаломлення. Крізь пластинку поширюватимуться в одному напрямі, але з різними швидкостями, дві хвилі, поляризовані у взаємно перпендикулярних напрямках. В одній з хвиль коливання вектора \mathbf{E} напрямлені вздовж оптичної осі кристала (E_{\parallel} , рис. 1.21). Це незвичайна хвиля, показник її заломлення n_e . У другій хвилі — перпендикулярно до осі (E_{\perp} , рис. 1.21), це звичайна хвиля, показник її заломлення n_o . Напрямок коливань електричного вектора у світлі, що падає на кристал, утворює кут α з оптичною віссю. Проходячи крізь пластинку, хвилі набувають різницю ходу $(n_o - n_e)d$ і, отже, будуть зсунуті за фазою на δ

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e)d. \quad (1.25)$$

Відомо, що додавання двох взаємно перпендикулярних коливань з різними амплітудами і постійною різницею фаз призводить до утворення еліптичних коливань, при яких кінець результуючого вектора описує еліптичну спіраль, що накручується на напрям променя.

Внаслідок того, що світло пройшло крізь кристалічну пластинку, поляризація його змінилась — світло стало еліптично поляризованим. Якщо поляризатори P_1 і P_2 є схрещеними, то у відсутності кристала світло крізь них не проходить, поле зору є темним. При наявності між схрещеними поляризаторами кристала поле зору просвітлюється, оскільки другий поляризатор тепер не в змозі загасити еліптично поляризоване світло (рис. 1.21.)

Поляризоване світло широко використовується у багатьох галузях прикладної оптики. Наприклад, при спостереженні прозорого тіла на просвіт у схрещених поляризаторах, деформоване тіло здається забарвленим, причому

забарвлення залежить від деформації. За розподілом забарвлення можна робити висновки про розподіл деформацій у тілі.

1.3.2. Модуляція світла. Для цілей маркшейдерії та геодезії найбільший інтерес являє можливість використання явища поляризації світла для модуляції світла.

Нагадаємо, що **модуляцією світла** називають зміну з часом за заданим законом амплітуди (інтенсивності), частоти, фази або поляризації світла.

Модуляція світла застосовується для передачі інформації за допомогою оптичних сигналів або для формування світлових потоків з певними параметрами. Модуляція світла дає змогу надати сигналу характерних ознак, які дозволяють відокремити сигнал від завад (впливу інших випромінювачів, атмосферних завад та ін.).

Фаза світлової хвилі не є величиною, що вимірюється безпосередньо. Тому фазову, частотну або поляризаційну модуляції перетворюють на модуляцію за інтенсивністю (*амплітудну модуляцію*) або безпосередньо у модуляторі, або за допомогою пристроїв, що розміщують перед приймачем випромінювання.

Найпростіший модулятор для амплітудної модуляції це пристрій, який забезпечує періодичне переривання світлового потоку. З цією метою використовують диски з отворами, заслінки, призми та дзеркала, що обертаються.

Модуляція здійснюється також за допомогою елемента з матеріалу, що має природну або штучну анізотропію. Зовнішнє поле (електричне, магнітне або поле пружних напружень) змінює оптичні характеристики середовища, у якому виникає подвійне променезаломлення.

Для модулювання світлових пучків найчастіше використовують такі фізичні явища, як лінійний електрооптичний ефект Погкельса, магнітооптичний ефект Фарадея, пружнооптичний ефект і квадратичний електрооптичний ефект Керра.

Електрооптичний ефект Керра полягає у виникненні подвійного променезаломлення в оптично ізотропних речовинах (найчастіше, у *рідинах*) під дією електричного поля.

Багато ізотропних рідких речовин в електричному полі стають оптично анізотропними і виявляють властивості одновісних кристалів, оптична вісь таких речовин спрямована вздовж силових ліній поля. Штучна анізотропія пояснюється тим, що в сильному електричному полі молекули рідини набувають переважної орієнтації і середовище стає анізотропним.

Комірка Керра являє собою невелику герметично закриту кювету, наповнену рідким діелектриком (нітробензолом), в яку вмонтовані два електроди, що утворюють плоский конденсатор (рис. 1.22).

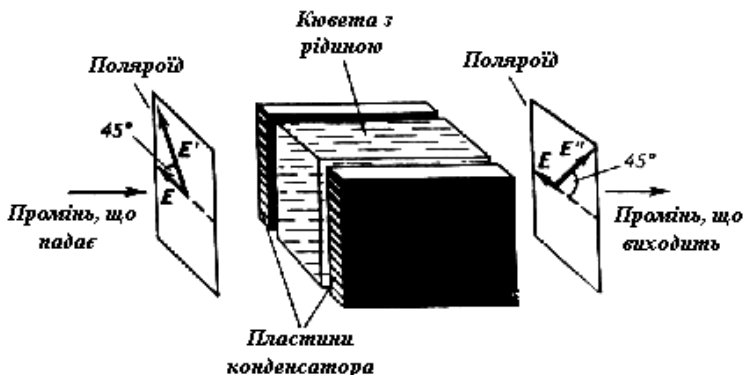


Рис. 1.22.

Комірку Керра розміщують між двома схрещеними поляризаторами, тому у відсутності електричного поля *світло* повністю гаситься другим поляризатором і крізь систему *не проходить*.

При накладанні електричного поля (напрямок якого утворює кут 45° із напрямком пропускання поляризаторів) середовище стає оптично анізотропним. Рідина починає поводити себе як одновісний кристал з оптичною віссю, спрямованій вздовж електричного поля. Виникає подвійне променезаломлення, внаслідок чого між звичайним і незвичайним променями після проходження через комірку Керра виникає різниця фаз

$$\Delta\varphi = 2\pi B l \frac{U^2}{a^2}, \quad (1.26)$$

де l — товщина шару речовини, яку проходить світло, U — напруга, що подається на конденсатор, a — відстань між пластинами конденсатора, B — постійна Керра. *Світло* поляризується еліптично і *частково проходить* через другий поляризатор.

Приклад 1.5. Комірка Керра заповнена рідким нітробензолом, постійна Керра для якого $2,22 \cdot 10^{-12} \text{ м/В}^2$ ($\lambda = 589 \text{ нм}$), і розміщена між схрещеними поляроїдами. Відстань між пластинами конденсатора $a = 1 \text{ мм}$, довжина комірки $l = 5 \text{ см}$. Чи буде проходити світло крізь комірку, якщо прикласти напругу $U = 1500 \text{ В}$?

Розв'язання. У відсутності зовнішнього електричного поля світло крізь комірку не проходить, бо її розміщено між схрещеними поляроїдами. Якщо прикласти напругу, виникає подвійне променезаломлення і між звичайним і незвичайним променями утворюється різниця фаз згідно з формулою (1.26). Підставивши числові значення, знайдемо

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot 2,22 \cdot 10^{-12} \cdot 0,05 \frac{2,25 \cdot 10^6}{10^{-6}} = \frac{\pi}{2}.$$

За такої різниці фаз світло стає еліптично поляризованим і *частково проходить* крізь комірку.

Якщо електричне поле змінюється з деякою частотою, то світловий потік на виході буде модульований за інтенсивністю з тією ж частотою. Ефект Керра практично безінерційний: поява і зникнення анізотропії в речовині відбувається за 10^{-9} – 10^{-12} с. Тому такий ефект використовують для швидкодіючих затворів і модуляторів світла.

Зміна оптичних характеристик *кристала* під дією зовнішнього електричного поля називається *електрооптичним ефектом Поккельса*. У модуляторах, заснованих на ефекті Поккельса, зсув фаз між звичайним і незвичайним променями, *лінійно* залежить від величини напруженості електричного поля на відміну від ефекту Керра, що є *квадратичним* за напруженістю зовнішнього електричного поля.

Комірка Поккельса – пластинка кристала KDP (дігідрофосфата калію), вирізана перпендикулярно до оптичної осі, – розміщується між схрещеними поляризаторами. У відсутності зовнішнього електричного поля світло не проходить, а у разі накладання поля – проходить.

Майже всі сучасні швидкодіючі модулятори світла засновані на ефекті Поккельса. Він настільки ж безінерційний, як і ефект Керра, але потребує прикладання на порядок меншої різниці потенціалів і здійснюється технічно значно простіше.

1.3.3. Світлодалекоміри. У геодезії електрооптичний метод модуляції світла застосовують у світлодалекомірах.

Світлодалекоміри – це прилади для вимірювання відстаней за часом проходження світлом цих відстаней. Як джерело світла в далекомірах використовують лазер. Такі властивості лазерного випромінювання, як велика інтенсивність і висока ступінь когерентності, дозволяють проводити вимірювання значно більших відстаней, ніж із звичайними джерелами світла.

Світло поширюється від точки, в якій розташоване джерело випромінювання, до об'єкта, який відбиває це випромінювання (рис. 1.23). Відстань, що вимірюється, $L = \frac{v\tau}{2}$, де v – швидкість світла у середовищі, τ – час проходження подвійної відстані, що вимірюється. Величину τ вимірюють фазовим або імпульсним методами.

У фазовому методі неперервне випромінювання гелій-неонового лазера або лазера на Ga-As проходить через комірку Керра або комірку Поккельса, де воно модулюється з великою частотою f_m . Поляризований модульований світловий сигнал надсилається на мішень. Мішенями можуть бути будівлі, споруди/ Але відбитий сигнал буде сильнішим, якщо використати кутковий відбивач (див. § 2.3).

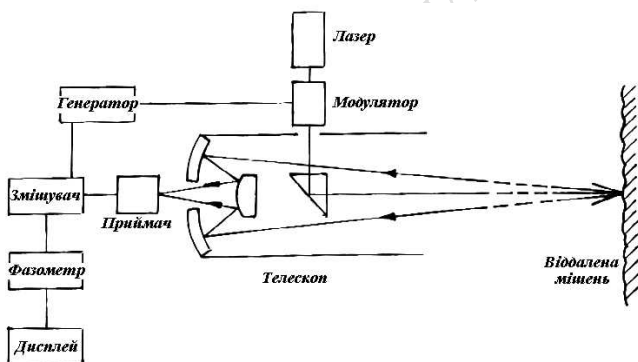


Рис. 1.23.

Відбитий сигнал приймається телескопом і надходить у блок вимірювання, де відбувається *порівняння фаз* сигналу, що був надісланий, та відбитого сигналу. Різницю фаз $\Delta\varphi$ обумовлено тим, що час, який є необхідним для проходження світла до об'єкта і повернення до телескопу, має скінченне значення. Значення часу τ визначають за запізненням фази відбитого сигналу $\Delta\varphi$ по відношенню до фази сигналу, що випускається. Відстань до об'єкта L розраховується за формулою

$$L = \frac{u}{2f_m} \left(N + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \right), \quad (1.27)$$

де u — групова швидкість поширення світла у середовищі, f_m — частота модуляції, N — ціле число фазових циклів, $\frac{\varphi}{2\pi}$ — дробова частина фази.

Суттєвим моментом у даному випадку є значення швидкості поширення світла u , що, як відомо (див. § 1.4), визначається показником заломлення n . Останній залежить від температури, тиску, вологості повітря, а також від довжини світлової хвилі, що випромінюється.

До появи лазерів у світлодалекомірах використовувались звичайні немонохроматичні джерела світла. Велика кутова розбіжність звичайного світлового пучка, немонохроматичність і зміна спектра сигналу під дією атмосферних явищ призводили до похибок у визначенні швидкості світла, а, отже, відстаней. Застосування монохроматичного лазерного випромінювання з точно відомою довжиною хвилі дозволяє виключити цю похибку. Завдяки малій розбіжності лазерного променя дальність дії і точність далекомірів суттєво підвищується.

Сучасні телеметричні пристрої, які працюють за принципом модуляції пучка, мають абсолютну похибку біля одного міліметра на відстанях приб-

лизно до 1000 метрів. Пристрої такого типу знаходять застосування під час геодезичних зйомок, профілювання місцевості, для вимірювання зміщень великих споруд, мостів, дамб, бортів кар'єрів і т.п.

В імпульсному методі випромінювання надсилається дуже короткими імпульсами та вимірюється інтервал між імпульсами, що випромінюються та відбиваються. Такий пристрій являє собою оптичний локатор.

Так, сучасний лазерний імпульсний топографічний далекомір, який використовує випромінювання лазера на ітрії-алюмінієвому гранаті з неодимом ($\lambda = 1,079$ мкм), вимірює дальність до дифузно відбиваючих об'єктів до 20 км з точністю до 0,5 м, а розбіжність випромінювання становить 0,4 мрад.

§ 1.4. ШВИДКІСТЬ СВІТЛА. ДИСПЕРСІЯ. СОРТИ ОПТИЧНИХ СТЕКОЛ. ПОКАЗНИК ЗАЛОМЛЕННЯ ПОВІТРЯ

1.4.1. Швидкість світла. Швидкість світла у вакуумі c є однією з важливих сталих величин, що визначає характер багатьох фізичних явищ. Значення цієї фундаментальної сталої обумовлено тим, що вона визначає граничну швидкість поширення будь-яких взаємодій та сигналів. Сучасні методи вимірювання дають для швидкості світла у вакуумі величину $c = (299792458 \pm 1,2)$ м/с, або для більш грубих оцінювань $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с.

З теорії Максвелла випливає, що швидкість поширення світла у речовині v менше, ніж швидкість світла у вакуумі c :

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_\lambda \mu_\lambda}} = \frac{c}{n_\lambda}, \quad (1.28)$$

де ϵ_λ і μ_λ – діелектрична та магнітна проникності речовини, n_λ – показник заломлення речовини (абсолютний), індекси означають, що величини залежать від λ .

Введена таким чином швидкість світла v називається *фазовою швидкістю*. Це швидкість, з якою переміщується у просторі певна фаза нескінченної синусоїдальної (монохроматичної) хвилі. Поняття фазової швидкості стосується тільки до монохроматичної хвилі (рис. 1.24, а).

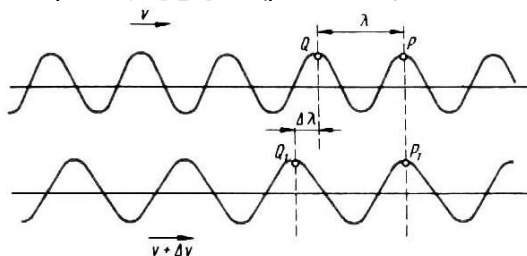


Рис. 1.24, а.

Однак за допомогою такої хвилі не можна надіслати ніякого сигналу. Для того, щоб надіслати сигнал, на цій хвилі треба зробити будь-яку “позначку”, наприклад, як це роблять в азбуці Морзе, обірвати її на якийсь проміжок часу. На практиці мають справу не з монохроматичними хвилями, а з обмеженими у часі та у просторі *світловими імпульсами*, або, як кажуть, *хвильовими пакетами* (групами хвиль). Наприклад, сигнал крапки в азбуці Морзе має вигляд, зображений на рис. 1.24, б.

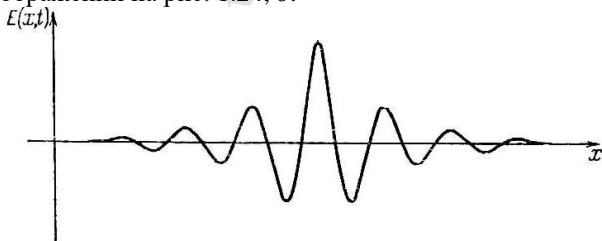


Рис.1.24, б.

Хвильовий пакет може бути представлений як суперпозиція монохроматичних хвиль, частоти яких лежать у певних межах. Якщо фазові швидкості усіх хвиль, що утворюють пакет однакові, то з цією ж швидкістю поширюється і хвильовий пакет, а його форма з часом не змінюється. Якщо ж ці швидкості неоднакові, то має місце дисперсія.

1.4.2. Дисперсія. Дисперсією світла називають залежність фазової швидкості світла (або показника заломлення речовини, див. формулу (1.28)) від довжини світлової хвилі.

При наявності дисперсії окремі монохроматичні складові хвильового пакету поширюються з різними швидкостями, світловий імпульс при цьому деформується, поступово розпливається.

Якщо дисперсія незначна, розпливання пакета відбувається повільно. У цьому випадку пакету приписують так звану *групову швидкість* u , під якою розуміють швидкість поширення центра групи хвиль — точки, в якій інтенсивність групи хвиль має максимум (див. рис. 1.24, б). Можна показати, що у диспергуючому середовищі:

$$u = d\omega/dk, \quad (1.29)$$

де $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — хвильове число. Фазова швидкість, з іншого боку, визначається як

$$v = \frac{\omega}{k}, \quad (1.30)$$

а зв'язок між u і v виражається формулою

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} \quad (1.31)$$

Знак похідної визначає, яка з двох швидкостей є більшою. Звичайно похідна додатна, тобто у світла з меншою довжиною хвилі швидкість є меншою, а показник заломлення, згідно з формулою (1.28), є більшим. Про це свідчить відомий дослід – розкладання білого світла у кольоровий (частотний) спектр за допомогою призми (рис. 1.25)

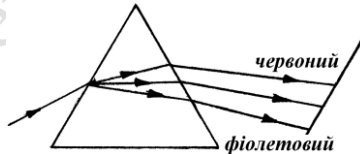


Рис. 1.25.

На рисунку наведено схему розкладання білого світла в спектр, що відбувається при заломленні. Більше відхиляються промені фіолетової частини спектра, вони мають меншу довжину хвилі і більший показник заломлення.

Отже, групова швидкість звичайно є меншою, ніж фазова. У відсутності дисперсії (тобто у випадку, коли фазова швидкість монохроматичних хвиль не залежить від довжини хвилі) групова швидкість збігається з фазовою:

$$dv/d\lambda = 0; \quad u = v = \omega/k \quad (1.32)$$

Тільки у вакуумі всі монохроматичні хвилі поширюються з однаковою швидкістю, і дисперсія відсутня. Але повітря і велика кількість газів характеризуються дуже слабкою дисперсією у видимій області. Для них *групова швидкість у практично збігається з фазовою*.

Оскільки максимум інтенсивності приходить на центр групи хвиль, перенос енергії хвилі також відбувається з груповою швидкістю.

Усі методи безпосереднього вимірювання швидкості світла в диспергуючому середовищі дають групову швидкість u , а не фазову.

Якщо задана залежність $v = v(k)$, тоді замість (1.31) можна записати

$$u = v + k \frac{dv}{dk} \quad (1.33)$$

Ще одна еквівалентна форма співвідношення (1.31) корисна у випадку, коли середовище характеризується показником заломлення, який задано як функцію частоти $n = n(\omega)$

$$u = c/(n + \omega(dn/d\omega)) = c/n_{гр} \quad (1.34)$$

Можна записати групову швидкість у вигляді функції від показника заломлення, якщо задана залежність $n = n(\lambda)$

$$u = \frac{c}{n} \left(1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right). \quad (1.35.)$$

Приклад 1.5. Показник заломлення води для світла з довжиною хвилі $\lambda = 656,3$ нм становить 1,3311, а для $\lambda = 643,8$ нм він дорівнює 1,3314. Знайти фазову і групову швидкості світла поблизу $\lambda = 656,3$ нм.

Розв'язання. Знайдемо $\Delta\lambda$ і відповідне Δn :

$$\Delta\lambda = 656,3 - 643,8 = 12,5 \text{ нм},$$

$$\Delta n = 1,3311 - 1,3314 = -0,0003.$$

Підставивши числові значення у формули (1.28) і (1.35), знаходимо

$$v = \frac{3 \cdot 10^8}{1,3311} = 2,25 \cdot 10^8 \text{ м/с},$$

$$u = \frac{3 \cdot 10^8}{1,3311} \left(1 - \frac{656,3}{1,3311} \frac{(-0,0003)}{12,5} \right) = 2,22 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Коротко зупинимося на якісній картині дисперсії. Як вже визначалося, під дією електричного поля падаючої на речовину світлової хвилі електрони, які входять до складу атомів і молекул, починають здійснювати коливання. Вимушені коливання електронів відбуваються з частотою падаючої хвилі, електрони стають вторинними джерелами випромінювання. Ці вторинні хвилі (кожна зокрема поширюється зі швидкістю світла у вакуумі c) накладаються одна на одну і разом з падаючою хвилею утворюють результуючу світлову хвилю. Результуюча хвиля запізнюється за фазою відносно падаючої. Це призводить до того, що хвиля проходить крізь речовину з фазовою швидкістю v , меншою за швидкість світла у вакуумі c , $v = c/n(\omega)$.

Різниця між v і c є тим більшою, чим сильнішими є вимушені коливання електронів, тобто чим ближче частота ω хвилі до резонансної частоти електронів. Звідси впливає дисперсія, або залежність фазової швидкості від частоти $v = v(\omega)$.

Дисперсія називається **нормальною**, якщо із збільшенням частоти світла (зменшенням λ) показник заломлення n зростає. Цьому відповідає розподіл кольорів у спектрі, відображений на рис. 1.25.

Дослід показує, що кожна речовина поглинає випромінювання певних частот. Такі частоти (або цілі смуги поглинання) розташовані у різних частинах спектра. Під час переходу через смугу поглинання показник заломлення зменшується із збільшенням частоти світла. Такий хід дисперсії називається **аномальним**. Нормальна дисперсія світла спостерігається у прозорих речовинах, у тому числі у стеклах, далеко від смуг поглинання, аномальна – на смугах. Наприклад, аномальна дисперсія для скла лежить в УФ області (близько 0,35 мкм).

1.4.3. Сорти оптичних стекел. В інструментальній оптиці дисперсія є важливою характеристикою стекел. Мірою дисперсії вважається різниця показників заломлення $n_{\lambda 1} - n_{\lambda 2}$ для різних значень λ_1 і λ_2 . Для кількісної характеристики дисперсії вибирають значення довжин хвиль, які відповідають синьому ($\lambda_F = 486,1$ нм), червоному ($\lambda_C = 656,3$ нм) і жовтому ($\lambda_D = 589,3$ нм) кольорам (ці спектральні лінії належать до спектрів водню і натрію). Показники заломлення для цих довжин хвиль позначаються відповідно n_F , n_C , n_D .

Середня дисперсія скла визначається як різниця $n_F - n_C$, а коефіцієнт дисперсії, або число Аббе, визначається як:

$$v = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}. \quad (1.36)$$

Речовини з малою дисперсією характеризуються великим значенням числа v і навпаки. Для стекел зростання дисперсії відбувається поряд зі збільшенням густини речовини. Важкі сорти стекел (флінти) мають велику дисперсію, легкі (крони) – малу.

Якщо виникає потреба підбирати оптичні стекла з заданими властивостями, користуються відповідними таблицями, у яких оптичні стекла класифіковані за марками. Як приклад, наведена таблиця 1.

Таблиця 1. Характеристики деяких оптичних стекел

Назва	Позначення (марка скла)	Показник заломлення n_D	Коефіцієнт дисперсії v	Густина $\rho, 10^3 \text{ кг/м}^3$
Боросілікатний крон	C-20(K ₃)	1,5100	63,4	2,47
Сілікатний крон	C-7(БК ₂)	1,5147	60,6	2,59
Кронфлінт	C-49(КФ ₃)	1,5262	51,0	2,71
Баритовий крон	C-21(БК ₄)	1,5302	60,5	2,76
Легкий флінт	C-16(ЛФ ₆)	1,5783	41,7	3,21
Флінт	C-3(Ф ₄)	1,6242	35,9	3,67
Важкий флінт	C-18(ТФ ₅)	1,7550	27,5	4,76

Відмітимо, що показник заломлення для оптичних стекел знаходиться у межах від 1,45 до 2,0, коефіцієнт дисперсії – від 70 до 18.

Користуючись таблицею, можна підібрати сорти стекел, щоб одержати ахроматичні лінзи з заданою фокусною відстанню, тобто штучно зменшувати хроматичну аберацию (див. главу 2). З цієї метою утворюють складну лінзу з двох склеєних лінз.

1.4.3. Показник заломлення повітря. Важливе практичне значення має в інструментальній оптиці показник заломлення повітря. Його треба знати,

наприклад, для точного вимірювання відстаней інтерферометричними засобами (§ 1.1). Величина, яка зветься оптичною довжиною шляху в повітрі і яка вимірюється інтерферометричними приладами, відрізняється від геометричної довжини множителем, що дорівнює показнику заломлення повітря.

Показник заломлення сухого повітря, яке містить 0,03 % CO₂, при температурі 15° С і тиску 760 мм рт. ст. на довжині хвилі гелій-неонового лазера ($\lambda = 0,6328$ мкм у вакуумі) становить $n_{\text{сух}}=1,0002765$.

Для практично важливого випадку цієї довжини хвилі поправочна формула, що враховує зміну вологості, температури і тиску, дає змогу визначити показник заломлення повітря

$$(n - 1) = (n_{\text{сух}} - 1)p/720,775[1 + p(0,817 - 0,0133t)10^{-6}/(1 + 0,003662t)] - 5,6079 \cdot 10^{-8}f, \quad (1.37)$$

де f — парціальний тиск водяної пари при температурі $t^{\circ}\text{C}$ і атмосферному тиску p мм рт.ст.

Показник заломлення сухого повітря в залежності від довжини хвилі світла і при тиску $p=760$ мм рт. ст. та температурі $t=15^{\circ}\text{C}$ можна визначити з формули

$$n_{\text{нов}} = 1 + \frac{1}{10^6} \left(64,328 + \frac{29498,1}{146 - \frac{10^6}{\lambda_0^2}} + \frac{255,40}{41 - \frac{10^6}{\lambda_0^2}} \right), \quad (1.38)$$

де λ_0 - довжина хвилі у вакуумі, нм.

Для визначення показника заломлення за інших умов можна користуватися такими даними: підвищення тиску на 1 мм рт.ст. збільшує показник заломлення на $0,36 \cdot 10^{-6}$ стандартного значення. Збільшення температури на 1°C викликає зменшення показника заломлення на $0,96 \cdot 10^{-6}$, а збільшення парціального тиску водяної пари на 1 мм рт.ст. знижує показник заломлення на $0,06 \cdot 10^{-6}$ стандартного значення.

Користуючись цими спрощеними правилами, можна, наприклад, знаючи показник заломлення $n = 1,000277$ при $t = 15^{\circ}\text{C}$, знайти, що показник заломлення повітря при 0°C , $n = 1,000292$ ($\lambda = 589,3$ нм).

Важливо підкреслити, що при вимірюванні значних відстаней телеметричним методом (світлодалекомірами) шляхом модуляції амплітуди до розрахункових формул входять група швидкість і груповий показник заломлення. Для випромінювання гелій-неонового лазера в умовах наведеного вище прикладу значення групового показника заломлення для сухого повітря становить $n_{\text{гр}} = 1,0002845$.

Визначення відповідних поправок до $n_{\text{сп}}$, що враховують зміну атмосферних умов, у польових умовах є трудомісткою процедурою, яку обходять, вимірюючи при декількох значеннях частоти модуляції.

На відміні показника заломлення газу від показника заломлення повітря заснований інтерферометричний принцип визначення вмісту того чи іншого газу у шахтній атмосфері, наведений у § 1.1.

У таблиці 2, як приклад, наведено показники заломлення деяких газів і парів, які входять до складу шахтної атмосфери за нормальних умов для довжини хвилі $\lambda = 546,1$ нм.

Таблиця 2. Показники заломлення деяких газів і парів.

Газ, формула	Показник заломлення n	Газ, формула	Показник заломлення n
Азот, N_2	1,00022914	Двоокис вуглецю, CO_2	1,0004506
Аміак, NH_3	1,000379	Кисень, O_2	1,00027227
Аргон, Ar	1,00028314	Метан, CH_4	1,0004433
Ацетон, C_3H_6O	1,001096	Окис вуглецю, CO	1,000336
Бензол, C_6H_6	1,001835	Етан, C_2H_6	1,0007648
Повітря сухе	1,0002929	Сірководень, H_2S	1,000644
Ацетилен, C_2H_2	1,0006007	Окис азоту, N_2O	1,000510
Вода, H_2O	1,0002569	Закис азоту, NO	1,000295
Водень, H_2	1,00014018		

§ 1.5. ПОГЛИНАННЯ ТА РОЗСІЯННЯ СВІТЛА. ПРОХОДЖЕННЯ ЛАЗЕРНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ КРИЗЬ АТМОСФЕРУ. СВІТЛОФІЛЬТРИ

1.5.1. Поглинання світла. Поглинання світла – це зменшення інтенсивності світла, що проходить крізь середовище, або явище втрати енергії світлової хвилі під час поширення її в речовині.

Енергія світлової хвилі витрачається на збудження коливань електронів (іонів) середовища. Поглинання пов'язане з частковим переходом енергії електромагнітної хвилі до інших видів енергії, наприклад, до внутрішньої енергії речовини або до енергії вторинного випромінювання світла електронами. Поглинання світла може призводити до нагрівання середовища, іоні-

зації або збудження атомів і молекул речовини, фотохімічних реакцій тощо. Основним законом, який описує поглинання, є закон Бугера

$$I = I_0 e^{-k_\lambda x}, \quad (1.39)$$

де I_0 – інтенсивність світла, що падає перпендикулярно на шар речовини, I – інтенсивність світла після проникнення до речовини на відстань x , k_λ – коефіцієнт поглинання, який залежить від довжини хвилі.

За числовим значенням коефіцієнт поглинання обернений до тієї відстані в речовині, проходячи яку світло зменшує свою інтенсивність у $e = 2.718$ разів. Вимірюється у см^{-1} або м^{-1} . Наприклад, для прозорого скла $k_\lambda = 10^{-2} \div 10^{-3} \text{ см}^{-1}$.

Приклад 1.7. У кращих світлопроводах інтенсивність світла зменшується вдвоє на відстані $x = 7 \text{ км}$. Визначити коефіцієнт поглинання k для таких світлопроводів.

Розв'язання. За законом Бугера $I_0/I = e^{kx}$, звідки

$$k = \frac{\ln(I_0/I)}{x} = \frac{\ln 2}{7 \cdot 10^5} = 9,9 \cdot 10^{-7} \text{ см}^{-1}.$$

Світло з різними довжинами хвиль поглинається неоднаково. Так, скло сильно поглинає ультрафіолетові і інфрачервоні промені, а пропускає видиме світло. Залежність k_λ від довжини хвилі світла називається *спектром поглинання* речовини.

1.5.2. Розсіяння світла. У високоякісному склі або в ретельно очищеній воді паралельний пучок світла майже не видний збоку, тобто світло майже не розсіюється вбік. У той же час пучок світла виразно видно з усіх боків, якщо у воді містяться частинки сторонніх речовин. Чим це можна пояснити?

До складу середовища, в якому поширюється світлова хвиля, входять молекули і атоми речовини, що складає середовище, і сторонні частинки (пил, водяні краплини і т.п.). Молекули мають розміри порядку 0,1 нм, а сторонні частинки – у десятки тисяч разів більші.

Процес розсіяння полягає в тому, що молекули або частинки *поглинають* енергію електромагнітної хвилі, що поширюється в середовищі, а *потім випромінюють* вторинні хвилі (відбувається **перевипромінювання**). Вторинні хвилі є когерентними і можуть інтерферувати.

Розсіянням світла називається зміна напрямку поширення, а також параметрів світла (частоти, поляризації) під час взаємодії його з речовиною.

У випадку однорідного середовища вторинні хвилі гасять одна одну у всіх напрямках, крім прямого напрямку. Тому у прозорому *однорідному* середовищі світло поширюється тільки у прямому напрямі, розсіяння відсутнє.

Неоднорідне середовище містить макроскопічні частинки. До таких середовищ (оптично мутних) належать дим, запилене повітря, туман, суспензія,

емульсія, тощо. Характер розсіяння залежить від співвідношення між довжиною хвилі і розмірами частинок, на яких відбувається розсіяння.

Якщо лінійні розміри частинок менші, ніж приблизно 0,1 довжини хвилі, то спостерігається так зване розсіяння Релея, а при більших розмірах – розсіяння Мі.

Згідно з законом Релея інтенсивність розсіяного світла обернено пропорційна четвертому степеню довжини хвилі падаючого світла, $I \sim 1/\lambda^4$. З наведеного закону випливає, що роль релєївського розсіяння зростає зі зменшенням довжини хвилі і воно стає переважним у фіолетовій та ультрафіолетовій областях спектра. Як результат цього, природне біле світло у разі розсіяння під кутом до первинного пучка набирає синьо-голубого відтінку, а світло у напрямі первинного пучка — червонуватого. Розсіяне світло лінійно поляризоване, хоча первісне світло природне.

Із збільшенням розмірів частинок середовища розсіяння ускладнюється. Інтенсивність розсіяного світла в залежності від кута розсіяння набуває різних максимумів і мінімумів, розсіяння уперед підсилюється. Теорія, розроблена Мі, розглядає таке розсіяння як дифракцію на однакових сферах, хаотично розміщених на значних відстанях одна від одної. Інтенсивність розсіяння Мі для частинок, розміри яких є набагато більшими за довжину хвилі, практично не залежить від довжини хвилі. Цим пояснюється, зокрема, білий колір ммар.

Розсіяння світла великими частинками ($r \gg \lambda$) розглядають на основі геометричної оптики з урахуванням інтерференції променів, відбитих та заломлених поверхнями частинок. Важлива особливість цього випадку – періодичний за кутом характер зміни інтенсивності розсіяного світла в залежності від параметра $\frac{r}{\lambda}$. Розсіяння на крупних частинках обумовлює забарвлені ореоли, райдуги, гало та інші явища, що відбуваються в аерозолях, туманах тощо.

Особливий інтерес являє випадок цілком чистих речовин. У чистій атмосфері, позбавленій пилу, спостерігається насичена блакить неба і поляризація його світла. Розсіяння світла чистими середовищами називається *молекулярним*. Молекулярне розсіяння світла відбувається в чистих речовинах (без сторонніх включень) у разі порушень оптичної однорідності, що виникають внаслідок флуктуацій (випадкових змін) густини. Причина флуктуацій полягає у тепловому русі молекул та його статистичній природі. Такі флуктуації густини відіграють ту саму роль, що й сторонні домішки у неоднорідних середовищах. Внаслідок флуктуацій у хімічно чистих речовинах розсіяння відбувається так само, як у мутних середовищах. Сонячне світло розсіюється на флуктуаціях густини атмосфери Землі за тим же законом Релея ($I \sim \lambda^{-4}$),

що й окремими частинками. Цим пояснюється блакитний колір неба: високочастотну блакитну складову спектра Сонця атмосфера розсіює значно сильніше, ніж низькочастотну червону і жовту. Коли Сонце знаходиться низько над горизонтом, промені, що йдуть від нього через значну товщу атмосфери, збагачуються червоними і жовтими кольорами за рахунок розсіювання синьо-голубих променів (кольори зорі).

1.5.3. Проходження лазерного випромінювання крізь атмосферу. Поширення лазерного випромінювання в атмосфері супроводжується його згасанням, обумовленим *поглинанням і розсіюванням*. Молекули водяної пари, вуглекислого газу, кисню, озону, метану та інших газів, що містяться в атмосфері, селективно поглинають випромінювання. З погляду квантової оптики це означає, що кванти лазерного випромінювання поглинаються, якщо частота випромінювання співпадає з частотою квантових переходів між рівнями енергії молекул (див. розділ 4).

Головними компонентами атмосфери, що поглинають випромінювання, є водяна пара і вуглекислий газ. Концентрація водяної пари змінюється в залежності від різних причин (висоти, метеорологічних умов та ін.) від 10^{-3} до 4 %. Концентрація вуглекислого газу змінюється від 0,03 до 0,05 %.

Розрахунок поглинання водяною паром і вуглекислим газом здійснюють за допомогою спеціальних таблиць. Для кількісної оцінки поглинання лазерного випромінювання необхідно враховувати спектри поглинання атмосферних газів. Дільниці спектра, для яких характерне пропускання випромінювання, називаються "атмосферними вікнами". Так найбільше значення мають "вікна" 0,95...1,05; 1,15...1,35; 1,5...1,8; 2,1...2,4; 3,3...4,2; 4,5...5,1; 8...14 мкм.

Для роботи в атмосфері вибирають лазер з довжиною хвилі випромінювання, що знаходиться в одному з "вікон" пропускання.

На рис. 1.26 зображено залежність коефіцієнта пропускання товщею атмосфери електромагнітних хвиль від їх довжин.

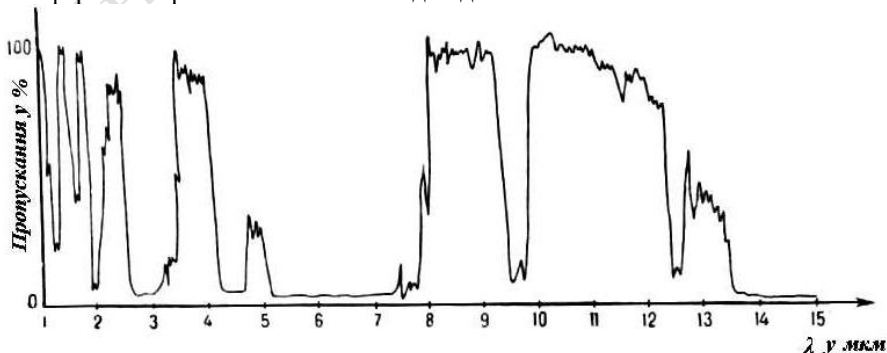


Рис. 1.26.

З рисунка видно, що, наприклад, випромінювання гелій-неонового лазера ($\lambda = 0,6328$ мкм) майже не поглинається в атмосфері.

Ще більше ослаблюють лазерне випромінювання атмосферні аерозолі – завислі краплинки води, туману і т.п. – радіусом приблизно 10 мкм. У діапазоні довжин хвиль 0,5 – 14 мкм найменшого ослаблення зазнають хвилі від 10,5 до 12,2 мкм.

Крім поглинання, лазерне випромінювання також розсіюється молекулами газів, що входять до складу повітря, і різними частинками, присутніми в атмосфері – кристалами солей, пилинками, залишками продуктів згоряння, краплинами води та ін.

На поширення лазерного випромінювання впливає також турбулентність атмосфери, яка викликає коливання температури, вологості та густини повітря, а, отже, і показника заломлення. Внаслідок зміни показника заломлення напрями світлових пучків викривляються (так зване хитання променя), можуть виникати випадкові зміни фази коливань і поляризації випромінювання. На трасі довжиною 1 км “відхід” променя сягає 20 см.

Актуальним екологічним питанням є поліпшення якості оточуючого нас повітряного середовища. Існує необхідність створення чутливих методів вимірювання концентрації забруднюючих атмосферу речовин – окислів азоту, вуглецю, двоокису сірки, озону, а також різних типів аерозольних частинок (зола, пил, сажа). Основний метод контролю оточуючого повітря полягає в тому, що пучок лазерного випромінювання спрямовується в атмосферу, а потім вивчаються характеристики випромінювання, що пройшло крізь неї чи відбилося.

1.5.4.Світлофільтри. Явища, пов’язані з поглинанням світла, використовуються для створення **світлофільтрів**. Сама назва світлофільтра свідчить про те, що це пристрій, який змінює спектральний склад і енергію оптичного випромінювання, що падає на нього. Крім так званих *селективних* світлофільтрів, які служать для виділення або усунення певної спектральної області, застосовують також *нейтральні* світлофільтри, що рівномірно послаблюють потік випромінювання у певній області спектра.

Дія світлофільтрів може бути побудована на поглинанні світла (*абсорбційні світлофільтри*), інтерференції світла (*інтерференційні світлофільтри*), відбиванні світла (*відбивальні світлофільтри*), дисперсії світла (*дисперсійні світлофільтри*) та ін.

Найбільшого поширення набули скляні *абсорбційні світлофільтри*. За конструкцією вони являють собою плоскопаралельну пластинку, зроблену з кольорового скла або пластмаси. Існує більше 100 марок кольорових стекел для світлофільтрів. Світлофільтри змінюють кольорові співвідношення між предметами, зменшують хроматичну аберацию. Такі властивості використовують для покращення контрастності предметів при несприятливих умовах спостереження (при наявності серпанку, туману, снігу). Наприклад, повітря-

ний серпанок розсіює сині та фіолетові промені (релеївське розсіяння). Якщо застосувати жовтий світлофільтр, розсіяні промені добре поглинатимуться ним і контрастність картини поліпшиться.

Інтерференційні світлофільтри (див. § 1.1, рис. 1.10) складаються з двох напівпрозорих дзеркал і шару діелектрика, розмішеного між ними. Оптична товщина шару становить $\lambda/2$, λ , $3\lambda/2$, де λ - довжина хвилі у максимумі пропускання. У світлі, що проходить, інтерферують промені, які безпосередньо пройшли світлофільтр і ті, що відбилися парне число разів (2, 4, 6, ...) від напівпрозорих дзеркал. У відбитому світлі, навпаки, інтерферують промені, які відбилися непарне (1, 3, 5, ...) число разів. Внаслідок цього в прохідному світлі залишаються промені з довжиною хвилі, що дорівнює подвоєній товщині шару діелектрика, а у відбитому світлі ці промені відсутні.

Інтерференційні фільтри відрізняються від абсорбційних великою прозорістю в області смуги пропускання.

§ 1.6. СВІТЛОВІ ВЕЛИЧИНИ ТА ОДИНИЦІ ЇХ ВИМІРЮВАННЯ

1.6.1. Енергетичні і фотометричні величини. Електромагнітна хвиля переносить енергію. Кількість енергії, що переноситься світловою хвилею за одиницю часу через деяку площадку, називається **потокем енергії** випромінювання або **енергетичним потоком** Φ_e . Потік енергії випромінювання вимірюється в ватах (в СІ).

Енергію оптичного випромінювання можна оцінювати приладами або дією його на око людини. Однак, відчуття, що викликаються світлом, залежать не тільки від енергетичних характеристик. Дія світла на око залежить від довжини хвилі. Людське око відчуває світлове випромінювання у діапазоні 0,4 – 0,75 мкм, а електромагнітні хвилі з довжиною хвилі меншою за 0,4 мкм та більшою за 0,75 мкм зовсім не викликають зорових відчуттів.

Найбільш чутливим око виявляється до випромінювання з довжиною хвилі 0,555 мкм (зелена частина спектру). До кінців ділянки видимого спектра чутливість ока падає до нуля (рис. 1.27)

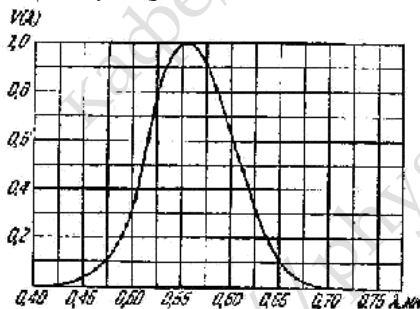


Рис. 1.27.

Відносна чутливість середнього людського ока до випромінювання з різною довжиною хвилі визначається **кривою видності**. На рис. 1.27 зображено так звану **функцію видності** $V(\lambda)$. Наведена крива зображує чутливість нормального людського ока до світла з різними довжинами хвиль. Функція видності має максимум у жовто-зеленій частині спектра. Для $\lambda=0,555$ мкм функцію умовно зазначено такою, що дорівнює одиниці (мається на увазі, що зорове відчуття оцінюється у разі однакового потоку енергії).

Приклад 1.8. Користуючись функцією видності $V(\lambda)$ (рис. 1.27), визначити, у скільки разів n потік Φ_{e1} енергії від джерела світла жовтого кольору ($\lambda_1 = 0,6$ мкм) повинен бути більше за потік Φ_{e2} енергії від джерела світла зеленого кольору ($\lambda_2 = 0,555$ мкм), щоб вони викликали однакове зорове відчуття на однаковій відстані.

Розв'язання. Значення потоків енергії, що викликають однакове за інтенсивністю зорове відчуття, обернено пропорційне значенню функції відносної спектральної чутливості ока $V(\lambda)$.

$$\frac{\Phi_{e1}}{\Phi_{e2}} = \frac{V(\lambda_2)}{V(\lambda_1)}.$$

За графіком функції $V(\lambda)$ знаходимо $V(0,6 \text{ мкм}) = 0,63$, тоді

$$n = \frac{\Phi_{e1}}{\Phi_{e2}} = \frac{1}{0,63} = 1,59.$$

Людське око є головним приймачем світлової енергії. Тому під час вимірювань, що ґрунтуються на зорових відчуттях, звичайних енергетичних характеристик випромінювання недостатньо. Вводяться спеціальні фізичні величини, які враховують здібність світла викликати зорові відчуття. Вони зветься **світловими фотометричними** величинами і базуються на використанні стандартного джерела (світлового еталона), встановленого міжнародною угодою.

Під час визначення енергетичних величин виходять з потужності випромінювання, якій відповідає світловий потік, а під час визначення фотометричних величин — з сили світла.

До світлових величин відносяться: світловий потік Φ , сила світла I , освітленість E , світність R , яскравість B .

1.6.2. Світловий потік Φ є такою характеристикою потужності випромінювання, що оцінюється за зоровим відчуттям. Світловий потік дорівнює добутковій енергетичного потоку на функцію видності. Для інтервалу $d\lambda$ світловий потік визначається як

$$d\Phi = V(\lambda)d\Phi_e. \quad (1.40)$$

Функція видимості – величина безрозмірна, і тому розмірність світлового потоку збігається з розмірністю енергетичного потоку. Проте він вимірюється в люменах (див. далі), у той час, як енергетичний потік – у ватах. Потік випромінювання (енергетична величина) у один Вт відповідає світловому потоку (фізіологічна величина) 680 лм для довжини хвилі 0,555 мкм. При всіх інших значеннях довжини хвилі світловий потік менший за 680 лм.

1.6.3. Сила світла I . Нагадаємо визначення тілесного кута. Тілесний кут – це частина простору, обмежена кінечною поверхнею (рис. 1.28).

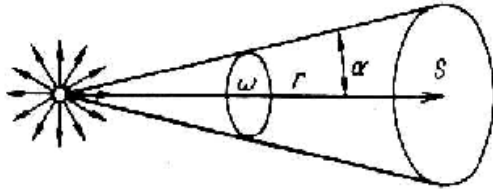


Рис. 1.28.

Чисельно тілесний кут дорівнює відношенню площі поверхні, що вирізана на сфері конусом з вершиною у центрі сфери, до квадрата її радіуса

$$\Omega = \frac{S}{r^2}.$$

Якщо $S = r^2$, такий кут прийнятий за одиницю вимірювання тілесного кута і називається стерadianом (ср).

Розглянемо точкове джерело світла S , яке надсилає промені на всі боки (рис. 1.29). Точковим джерелом назвемо таке джерело світла, розміри якого малі порівняно з відстанню до спостерігача. Виділимо нескінченно малий тілесний кут $d\Omega$. Позначимо світловий потік, який поширюється в межах такого кута, через $d\Phi$.

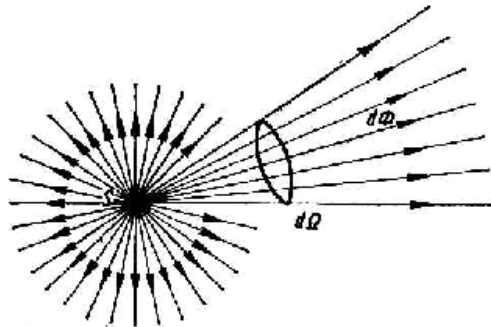


Рис. 1.29.

Сила світла I визначається як світловий потік, який припадає на одиничний тілесний кут (рис. 1.29)

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} \quad (1.41)$$

Якщо I не залежить від напрямку (ізотропне джерело), то

$$I = \frac{\Phi}{\Omega} = \frac{\Phi}{4\pi}, \quad (1.42)$$

де Φ – повний світловий потік, що його випромінює точкове джерело на всі боки, а тілесний кут, що охоплює весь простір навколо точкового джерела, дорівнює 4π ср.

Одиниця сили світла — **кандела** — є однією з основних одиниць СІ. Вона реалізується за допомогою світлового еталону. Кандела (кд) – це сила світла, випущеного з $1/60$ см² поверхні еталонного джерела у напрямі нормалі. За визначенням кандела дорівнює силі світла в заданому напрямі джерела, що випромінює монохроматичне світло частотою $540 \cdot 10^{12}$ Гц, енергетична сила світла якого в цьому напрямі становить $1/683$ Вт/ср.

За допомогою одиниці сили світла з формули (1.42) можна визначити одиницю світлового потоку люмен. **Люмен** дорівнює світловому потоку, що його випромінює ізотропне точкове джерело із силою світла в одну канделу всередину тілесного кута в один стерадіан

$$1 \text{ лм} = 1 \text{ кд} \cdot 1 \text{ ср.}$$

Приклад 1.9. Прожектор випромінює пучок світла у вигляді конуса, кут розхилу якого $2\theta = 30^\circ$. Світловий потік Φ прожектора рівномірно розподілений усередині конуса і становить 10^5 лм. Визначити силу світла I прожектора.

Розв'язання. Сила світла I ізотропного за умовою джерела дорівнює відношенню світлового потоку Φ до тілесного кута Ω , в межах якого поширюється світло,

$$I = \frac{\Phi}{\Omega}.$$

Тілесний кут Ω пов'язаний з плоским кутом 2θ розхилу конуса

$$\Omega = 2\pi (1 - \cos \theta).$$

Підставивши вираз для Ω , одержимо

$$I = \frac{\Phi}{4\pi \sin^2(\theta/2)} = \frac{10^5}{4 \cdot 3,14 \cdot 0,13^2} = 4,67 \cdot 10^5 \text{ кд} = 467 \text{ ккд}.$$

1.6.3. Освітленість E . Ступінь освітленості деякої поверхні світловим потоком, що падає на неї, характеризується освітленістю E (рис. 1.30)

$$E = \frac{d\Phi_{\text{пад}}}{dS} \quad (1.43)$$

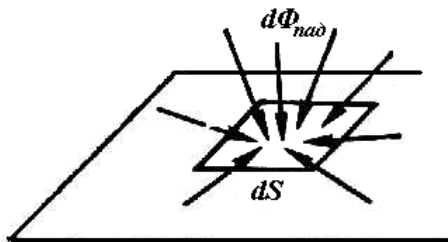


Рис. 1.30.

Тут $d\Phi_{nao}$ — це світловий потік, що падає на елемент поверхні dS . Освітленість поверхні являє таким чином світловий потік, що припадає на одиницю поверхні, яка освітлюється. За одиницю освітленості взято люкс. **Люкс** дорівнює освітленості поверхні площею 1 м^2 при світловому потоці, що падає на неї, 1 лм .

$$1 \text{ лк} = 1 \frac{\text{лм}}{\text{м}^2}.$$

Зустрічається позасистемна одиниця освітленості – фот (ф). $1 \text{ ф} = 10^4 \text{ лк}$.

Для точкового джерела світла освітленість E можна виразити через силу світла I , відстань r від поверхні до джерела і кут α між нормаллю до поверхні \mathbf{n} і напрямом на джерело (рис. 1.31)

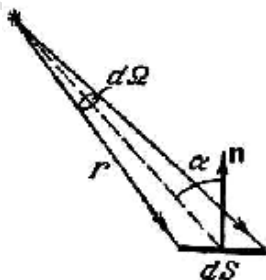


Рис. 1.31.

На площинку dS падає потік $d\Phi_{nao} = I d\Omega$. Кут $d\Omega$ дорівнює $\frac{dS \cos \alpha}{r^2}$. На основі (1.43) матимемо:

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha. \quad (1.44)$$

Існують норми освітленості для робочих місць і приміщень. На столах навчальних приміщень освітленість має бути не менш, ніж 75 лк, для читання книг – 30 – 50 лк, у коридорах – 20 – 30 лк, на вулицях – 2 – 4 лк .

Щоб уявити собі величину люкса, наведемо такі дані. Освітленість земної поверхні від Сонця в яскравий сонячний день становить близько 10^5 лк. Повний Місяць вночі створює освітленість у одну–дві десятих люкса. Освітленість земної поверхні вночі без місяця становить $3 \cdot 10^{-4}$ лк.

1.6.4. Світність R . Для характеристики джерел, які не можна вважати точковими, вводять ще дві фотометричні величини – світність і яскравість.

Джерела світла можуть бути самосвітними і несамосвітними, тобто такими, що світяться відбитим світлом. У обох випадках джерело світла скінченних розмірів можна характеризувати **світністю R** , під якою розуміють світловий потік, що випускається одиницею поверхні в одну сторону (назовні) в усіх напрямках в межах кута θ від 0 до $\pi/2$, (θ — кут, що утворює даний напрям із зовнішньою нормаллю до поверхні, рис. 1.32)

$$R = \frac{d\Phi_{eun}}{dS} \quad (1.45)$$

Тут $d\Phi_{eun}$ – потік, що випромінюється елементом поверхні dS назовні в усіх напрямках.

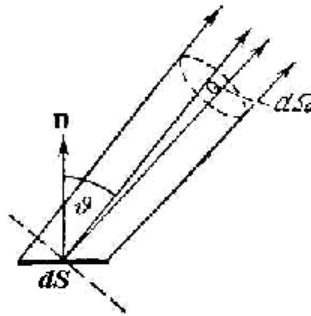


Рис. 1.32.

Світність вимірюється у тих самих одиницях, що й освітленість – у люксах. Світність характеризує світіння поверхні, тобто світловий потік, що випромінюється одиницею поверхні. Освітленість характеризує освітлення поверхні, тобто потік, що падає на одиницю поверхні.

1.6.5. Яскравість B . Якщо світність R характеризує випромінювання (або відбивання) світла даним місцем поверхні *в усіх напрямках*, то яскравість B характеризує випромінювання світла *у певному напрямі*.

Напряг можна задати полярним кутом θ (рис. 1.32) і азимутальним кутом φ (на рис. 1.32 не показаний). Яскравість визначається як відношення сили світла елементарної поверхні dS у даному напрямі до проекції площадки dS на площину, яка є перпендикулярною до даного напрямку.

Нехай $d\Omega$ — тілесний кут, що спирається на світну площадку dS та орієнтований у напрямі (θ, φ) (рис. 1.32). Сила світла площадки у даному напрямі

за визначенням $I = \frac{d\Phi}{d\Omega}$, де $d\Phi$ — світловий потік, що поширюється у межах кута $d\Omega$.

Проекція площадки на площину, перпендикулярну до обраного напрямку випромінювання, буде $dS \cos \theta$ (на рис. 1.32 слід цієї площини показаний штриховою лінією). Тоді за визначенням яскравість дорівнює

$$B = \frac{d\Phi}{d\Omega dS \cos \theta} \quad (1.46)$$

Тобто яскравістю називається поверхнево-просторова густина світлового потоку, що випромінюється поверхнею. Тут $d\Phi$ — світловий потік, що випромінюється поверхнею, $d\Omega$ — заповнений випромінюванням тілесний кут, dS — площа елемента, θ — кут між перпендикуляром до цього елемента та напрямом випромінювання.

З усіх світлових величин яскравість найбільш безпосередньо пов'язана з зоровим відчуттям. Це пояснюється тим, що освітленість зображень на сітківці ока пропорційна яскравості предмета. Нижче наведені приклади яскравості у $\text{кд}/\text{м}^2$:

Поріг ока людини	$10^{-6} - 10^{-7}$
Нічне небо.....	10^{-4}
Кінескоп.....	40
Ясне небо вдень.....	$5 \cdot 10^3$
Люмінесцентна лампа.....	$5 \cdot 10^3$
Білий папір, освітлений сонцем.....	$3 \cdot 10^4$
Лампа розжарювання зі спіральною ниткою	$5 \cdot 10^8$
Сонце.....	$1,5 \cdot 10^9$
Лазер.....	$10^9 - 10^{13}$

Яскравість джерела можна визначити також як потужність випромінювання, що випускається з одиничної площадки у одиничний тілесний кут.

Відмітимо, що лазери генерують випромінювання великої потужності, яке поширюється дуже вузькими пучками. Отже лазери являють собою джерела з дуже високою яскравістю.

У загальному випадку яскравість є різною для різних напрямів

$$B = B(\theta, \varphi). \quad (1.47)$$

Джерела світла, для яких яскравість не залежить від напрямку і в усіх напрямках однакова, називаються **ламбертівськими** або косинусними. Вони підлягають закону Ламберта: потік, що надсилається елементом поверхні, є пропорційним косинусу кута між нормаллю і певним напрямом. Закон Ламберта точно виконується тільки для поверхонь, що ідеально розсіюють світло, а також для абсолютно чорного тіла. Наприклад, ковпак світильника з молочного скла виглядає однаково яскравим у разі спостереження під будь-яким кутом. Сонце практично є ламбертівським джерелом.

Одиниця яскравості – кандела на квадратний метр (кд/м²). Це яскравість плоскої поверхні, сила світла якої у перпендикулярному напрямі становить одну канделу з кожного квадратного метра.

Світність R і яскравість B ламбертівського джерела пов'язані співвідношенням

$$R = \pi B. \quad (1.48)$$

Приклад 1.10. Знайти яскравість поверхні Сонця, якщо освітленість поверхні Землі, перпендикулярної до напрямку на Сонце, у ясний день становить $7 \cdot 10^4$ лк.

Розв'язання. Сонце – ламбертівське джерело, тому між яскравістю і світністю існує співвідношення $R = \pi B$. Звідси для яскравості Сонця з урахуванням формули (1.45) знайдемо

$$B = \frac{R}{\pi} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{d\Phi_{\text{випр}}}{dS} \right).$$

Враховуючи, що світловий потік від Сонця спадає обернено пропорційно квадрату відстані, для освітленості поверхні, перпендикулярної до світлового потоку, одержимо

$$E = \frac{d\Phi_{\text{пад}}}{dS} = \frac{d\Phi_{\text{випр}}}{dS} \left(\frac{r}{R} \right)^2,$$

де r — радіус Сонця, R — радіус орбіти Землі. Відомо, що діаметр Сонця видно з Землі під кутом $32'$. Отже $r/R = 4,7 \cdot 10^{-3}$. Остаточо знаходимо

$$B = \frac{1}{\pi} E \left(\frac{r}{R} \right)^2 = \frac{7 \cdot 10^4}{3,14(4,7 \cdot 10^{-3})^2} = 10^9 \text{ кд/м}^2.$$

Окремо доводиться, що яскравість зображення, що створюється оптичною системою, дорівнює яскравості самого джерела за відсутності втрат світла. Отже за допомогою оптичних приладів збільшити яскравість неможливо – у цьому полягає одна з фундаментальних теорем оптики.

Короткі висновки

• Явище *інтерференції* полягає в перерозподілі енергії світлового випромінювання у просторі при накладанні когерентних світлових хвиль, внаслідок чого вони підсилюються або ослаблюються, виникають максимуми і мінімуми інтенсивності.

Інтерферувати можуть тільки когерентні хвилі, тобто хвилі, які задовольняють таким умовам: мають однакову частоту, стабільну різницю фаз у точці додавання, однакову поляризацію. Когерентні світлові хвилі можна утворити, роз'єднавши два пучки променів від одного джерела і внісши штучно в них різницю ходу. Якщо потім накласти ці пучки один на одного, спостерігається інтерференція. Лазер є джерелом світла з часовою і просторовою когерентністю.

Умови інтерференційних максимумів

$$\Delta = \pm m\lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

і мінімумів

$$\Delta = \pm(2m + 1)\frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

тут $\Delta = n_2s_2 - n_1s_1$ – оптична різниця ходу; n_1 і n_2 – показники заломлення; s_1 і s_2 – геометричні довжини шляхів відповідних хвиль; λ_0 – довжина хвилі у вакуумі.

• *Дифракція* світла полягає в огинанні світловими хвилями перешкод та отворів і проникненні світла в область геометричної тіні. Явище дифракції тим виразніше, чим ближче розміри отвору або перешкоди до довжини світлової хвилі ($\lambda \sim 0,5$ мкм).

Внаслідок дифракції зображенням нескінченно віддаленого точкового джерела світла у лінзі є світна пляма. Паралельний пучок монохроматичного світла, який проходить крізь круглий отвір діаметра D , утворює дифракційну картину, перше темне кільце якої знаходиться на кутовій відстані φ_{\min} від центра світної плями, що задовольняє умові $\sin \varphi_{\min} = 1,22 \lambda/D$. Мінімальний кут між променями від двох точкових джерел, при якому їх зображення можна розрізнити як дві світлих плями $\alpha_{\min} = 1,22 \lambda/D$. Величина, обернена до цієї кутової відстані, зветься *роздільною здатністю об'єктива*: $R = D/1,22\lambda$, тобто роздільна здатність об'єктива тим більша, чим більшим є його діаметр D .

• *Поляризація* світла є фізичною характеристикою, яка визначає орієнтацію вектора напруженості електричного поля \mathbf{E} у площині, перпендикулярній до світлового променя. Якщо вектор \mathbf{E} здійснює коливання в одній площині, що є паралельною проміню, світло зветься лінійно поляризованим. Якщо в процесі поширення світла вектор \mathbf{E} обертається так, що його кінець описує гвинтову лінію, світло є поляризованим по еліпсу (колу).

Поляризоване світло може виникати під час відбивання і заломлення світла на межі поділу двох середовищ, під час проходження крізь анізотропне середовище (подвійне променезаломлення). Випромінювання лазерів повністю поляризоване.

- Якщо світло певної частоти падає на діелектрик, зовнішні електрони атомів починають здійснювати вимушені коливання з тією ж частотою і випускають вторинні електромагнітні хвилі, зсунуті за фазою відносно падаючої хвилі. Внаслідок цього фазова швидкість v результуючої хвилі є меншою, ніж швидкість світла у вакуумі c . Чим ближча частота ω хвилі до резонансної частоти коливань електронів, тим більшою є різниця між v і c . Звідси випливає залежність $v(\omega)$, тобто *дисперсія світла*. Показник заломлення визначається як $n = c/v$.

Реальну електромагнітну хвилю, що займає обмежену область простору (хвильовий пакет) можна розкласти на суму монохроматичних хвиль, частоти яких містяться у певних межах. Швидкість переміщення хвильового пакету як цілого (*групова швидкість*) може відрізнитися від швидкості поширення монохроматичних хвиль, що входять до його складу. Групова швидкість визначається як $u = d\omega/dk$. Тут ω — частота, $k = 2\pi/\lambda$ — хвильове число. Групова швидкість — це швидкість перенесення енергії хвилею, вона ніколи не перевищує швидкості світла у вакуумі c . Групова швидкість світла пов'язана з фазовою рівнянням Релея $u = v - \lambda(d\omega/d\lambda)$.

- Світловий потік для інтервалу довжин хвиль $d\lambda$

$$d\Phi = V(\lambda)d\Phi_e,$$

де $V(\lambda)$ — функція видності; $d\Phi_e$ — потік енергії випромінювання.

- Сила світла I — світловий потік, що припадає на одиничний тілесний кут,

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega},$$

або для ізотропного джерела

$$I = \frac{\Phi}{\Omega} = \frac{\Phi}{4\pi}.$$

- Освітленість

$$E = \frac{d\Phi_{\text{пад}}}{dS},$$

де $d\Phi_{\text{пад}}$ — світловий потік, що падає на поверхню dS .

Для точкового ізотропного джерела

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha,$$

де r — відстань від джерела до поверхні, на яку падає світло; α — кут між нормаллю до поверхні і напрямом на джерело (кут падіння).

- Характеристики протяжних джерел. Світність

$$R = \frac{d\Phi_{\text{випр}}}{dS},$$

де $d\Phi_{\text{випр}}$ — потік, що випромінюється елементом dS поверхні в один бік. Якщо світність поверхні зумовлена її освітленістю, то

$$R = \rho E,$$

де ρ — коефіцієнт відбиття.

Яскравість B у заданому напрямі — світловий потік, що випромінюється з одиниці видимої поверхні всередину одиничного тілесного кута в заданому напрямі, або сила світла, віднесена до одиниці видимої поверхні джерела випромінювання,

$$B = \frac{d\Phi_{\text{випр}}}{d\Omega dS \cos \theta} = \frac{I}{dS \cos \theta},$$

де θ — кут між нормаллю до поверхні та напрямом випромінювання; $dS \cos \theta$ — видима в даному напрямі поверхня випромінювача. В окремому випадку (закон Ламберта) яскравість є однаковою за всіма напрямками:

$$B = \text{const.}$$

Звідси випливає умова виконання закону Ламберта: сила світла елементарної площадки у будь-якому напрямі

$$I = I_0 \cos \theta.$$

де I_0 — сила світла в напрямі нормалі до поверхні. Світність косинусних (ламбертових) випромінювачів

$$R = \pi B.$$

Тілесний кут Ω пов'язаний з плоским кутом 2θ розхилу конуса

$$\Omega = 2\pi (1 - \cos \theta).$$

Контрольні запитання

- Чому для спостереження інтерференції від звичайних джерел пучки світла повинні походити від одного й того ж джерела?
- Сформулюйте умови інтерференційних максимумів і мінімумів.
- Що таке когерентне випромінювання? Які існують способи отримання когерентних хвиль?

- Що розуміють під часом та довжиною когерентності? Як пов'язати час когерентності зі спектральною шириною світлового пучка?
- Порівняйте довжину когерентності світлових пучків, що використовуються на практиці, з довжинами хвиль світла, які входять у пучки.
- У чому полягає принцип дії дзеркал з багат шаровим діелектричним покриттям?
- Чи можна за допомогою якихось засобів отримати вузький паралельний пучок світла?
- Від яких величин, що характеризують оптичну систему, залежить розмір дифракційної плями, яка є зображенням точкового джерела світла?
- Чому дорівнює мінімальна кутова відстань між двома точковими джерелами світла, розділених в зображенні, якщо діаметр об'єктива зорової труби D ?
- Що характеризує поняття поляризації світла?
- Яке світло називається плоскополяризованим? природним?
- З якою метою використовують поляроїди?
- Чи можна згасити еліптично поляризоване світло за допомогою поляроїда?
- Що називається модуляцією світлової хвилі?
- Які практичні застосування знаходять ефекти Погкельса і Керра?
- Як пояснити, що швидкість електромагнітних хвиль у середовищі менша, ніж у вакуумі?
- Який фізичний зміст має групова швидкість?
- З якою швидкістю відбувається перенос енергії випромінювання?
- Якою є фізична природа селективного поглинання світла речовинами?
- Чому застосування жовтого світлофільтра при аерофотозйомках збільшує чіткість зображень?
- У чому полягає процес розсіяння світла? Які типи розсіяння вам відомі?
- Поясніть, чому Сонце, заходячи та сходячи, має червоний колір, небо має голубий колір, хмари – білий.
- Чому поряд з енергетичними характеристиками світла потрібно використовувати фотометричні?

Розділ 2

ЕЛЕМЕНТИ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ОПТИКИ

Навчальна ціль

Формування фізично обгрунтованого розуміння питань геометричної оптики. Користуючись поняттями світлового променя та фундаментальними законами відбивання і заломлення світла, пояснити шляхом графічної побудови та аналітичними методами створення оптичного зображення, роль діафрагмування, аберації оптичних систем та шляхи їх усунення.

В результаті вивчення 2 розділу студент повинен **дати означення** основних законів геометричної оптики, правила знаків, **вміти будувати** хід променів у простих оптичних деталях (плоскопаралельних пластинках та призмах), за допомогою кардинальних точок та площин хід променів через оптичну систему, **довести формули**, що виражають зміщення променя у плоскопаралельній пластинці, кута відхилення призми; формул Гаусса і Ньютона центрованої оптичної системи, збільшення, оптичної сили сферичної поверхні, інваріанта Лагранжа – Гельмгольца, фокусної відстані та загальну формулу тонкої лінзи, **вміти розраховувати** положення кардинальних елементів товстої і тонкої лінз, фокусні відстані складеної оптичної системи; **визначати** призначення діафрагм в оптичних системах, насамперед апертурної діафрагми, вхідної і вихідної зіниці, польової діафрагми, методи усунення похибок в оптичних системах.

§ 2.1. ПЕРЕХІД ВІД ХВИЛЬОВОЇ ОПТИКИ ДО ГЕОМЕТРИЧНОЇ

Нехай світловий пучок проходить крізь круглий отвір (див. рис. 1.1, розділ 1). Пучок, що виділяється, стає тим більш вузьким, чим меншим є діаметр отвору. Якщо отвір зробити скільки завгодно малим, здається, що можна одержати світловий промінь як пряму лінію. Але ж це неможливо. Якщо паралельний пучок світла проходить крізь отвір, він дещо розширюється (рис. 2.1).

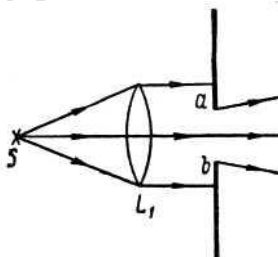


Рис. 2.1.

Паралельний пучок світла перетворюється на розбіжний внаслідок явища дифракції. Завдяки дифракції різкі межі світлого пучка розпливаються, енергія розсіюється в сторони. Неминуча дифракційна розбіжність характеризується кутом $\varphi \sim \lambda/D$, де λ — довжина світлової хвилі, D — діаметр отвору ab .

Кутове розширення φ пучка можна зробити як завгодно малим у граничному випадку, коли $\lambda \rightarrow 0$. Але у реальності довжина хвилі λ є скінченною величиною. Тому величину φ можна зменшити, якщо зробити розміри отвору D великими у порівнянні з довжиною хвилі, $D \gg \lambda$.

Це і є умовою, при якій можна вважати, що світло поширюється прямо-лінійно і користуватися поняттям світлового променя.

Таке наближення, яке виконується, коли довжина світлової хвилі λ є малою величиною в порівнянні з характерними розмірами елементів оптичних систем (лінз, діафрагм і т.п.), лежить в основі **геометричної (променевої) оптики**. Під **променями** в геометричній оптиці розуміють лінії, вздовж яких переноситься світлова енергія. Отже, світловий промінь не є фізичним поняттям, а є математичною абстракцією. Під час досліду завжди мають справу з **пучками світла**, які можна розглядати як сукупність нескінченної кількості незалежних променів.

Дійсний характер поширення світлової енергії визначають рівняння Максвелла. Можна одержати закони геометричної оптики, якщо перейти у рівняннях Максвелла до границі $\lambda \rightarrow 0$.

Закони геометричної оптики можна також розглядати, як висновки з принципу, встановленого французьким математиком Ферма (1660 р.). Згідно

з цим принципом, світло поширюється між двома точками за таким шляхом, що потребує для проходження мінімального часу.

На основі уявлень про світлові промені було створено спрощену, але достатньо точну теорію оптичних систем. Вона дає змогу пояснити виникнення зображень в оптичних приладах.

§ 2.2. ЗАКОНИ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ОПТИКИ

Нагадаємо закони геометричної оптики, встановлені дослідним шляхом.

1. В однорідних середовищах світло поширюється прямолінійно.
2. Світлові промені при перетинанні не впливають один на одного.
3. Закон *відбивання* світла. Промінь падаючий, промінь відбитий і нормаль, поставлена в точку падіння, лежать в одній площині, а кут падіння дорівнює куту відбивання (рис. 2.2).

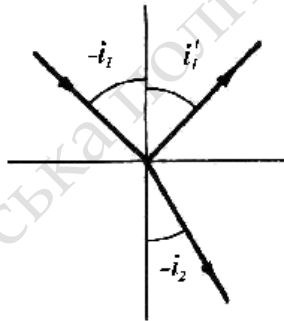


Рис. 2.2.

$$-i_1 = i_1' \quad (2.1)$$

(Знак мінус при i_1 означає, що кути i_1 і i_1' відраховуються по різні боки від нормалі, див. правила знаків § 2.4)

4. Закон *заломлення* світла. Промінь падаючий, промінь заломлений і нормаль, поставлена в точку падіння, лежать в одній площині; відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення є величиною сталою для двох даних речовин і називається відносним показником заломлення другої речовини відносно першої:

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{2,1}. \quad (2.2)$$

За умови, що промінь йде з вакууму (або з повітря) в речовину, n зветься **абсолютним показником заломлення** (або просто показником заломлення) даної речовини. Насправді, значення показника заломлення повітря відрізняється від одиниці; $n_{\text{пов}}=1,000274$ за нормальних умов. Відносний показник заломлення двох речовин n_{21} пов'язаний з абсолютними показниками заломлення n_1 і n_2 співвідношенням

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (2.3)$$

Закону заломлення світла можна надати симетричного вигляду

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2. \quad (2.4)$$

Добуток показника заломлення на синус кута між нормаллю і променем при кожному заломленні є величиною сталою і називається **оптичним інваріантом**.

5. При будь-якій кількості заломлень і відбивань на межах середовищ промінь, пущений у зворотному напрямі, йде тим самим шляхом (закон оборотності світлових променів).

Приклад 2.1. Визначити кут заломлення променя на плоскій поверхні, що розмежує середовища з показниками заломлення $n_1=1$ (повітря) і $n_2=1,5183$ (скло), якщо кут падіння $i_1=30^\circ$.

Розв'язання. Згідно з законом заломлення (2.4)

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2,$$

$$\sin i_2 = (n_1 \sin i_1) / n_2 = \sin 30^\circ / 1,5183 = 0,3293.$$

$$i_2 = 19^\circ 13'.$$

Заломлений промінь наближується до нормалі, проведеної через точку падіння.

Використовуючи ці закони та звичайні правила геометрії, можна побудувати картину поширення світлових променів. Як приклад застосування закону відбивання світла, наведемо побудову зображення точкового джерела світла у плоскому дзеркалі (рис.2.3).

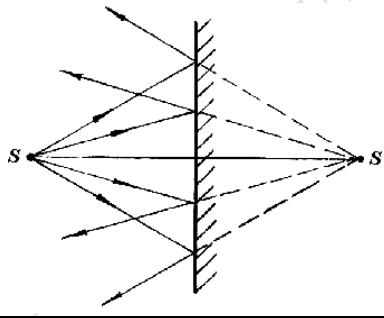


Рис. 2.3.

Точка S' є уявним зображенням джерела S . Тут перетинаються не самі промені, а їх продовження.

Як інший приклад застосування законів відбивання світла розглянемо утворення зображення у вгнутому сферичному дзеркалі (рис. 2.4).

Головна оптична вісь OP проходить через центр кривизни O сферичної поверхні і вершину P дзеркала (полюс). Пучок променів, паралельний головній оптичній осі, після відбивання збирається в одній точці F , що називається фокусом дзеркала. Відстань від полюса P до фокуса називається фокусною відстанню.

Нагадаємо, що фокусна відстань f угнутого дзеркала дорівнює половині його радіуса кривизни R .

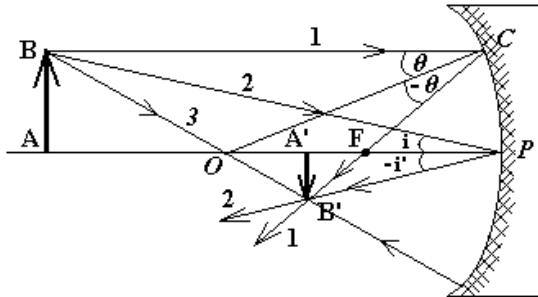


Рис. 2.4.

Для побудови зображення зручно користуватися такими променями:

- 1) промінь 1 , паралельний головній оптичній осі, після відбивання у дзеркалі проходить через фокус;

- 2) промінь, що проходить через фокус F , відбитий промінь паралельний оптичній осі;
- 3) промінь 2, що падає на полюс дзеркала, відбитий промінь симетричний тому, що падає відносно оптичної осі;
- 4) промінь 3, що проходить через оптичний центр O , відбивається назад вздовж тієї ж прямої (кут його падіння дорівнює нулеві, кут відбивання – також).

На рис.2.4 показано, як графічно можна побудувати зображення предмета, якщо відоме положення фокуса F . Зображення кінця стрілки AB знаходиться у точці B' перетину променів 1,2,3. У даному випадку зображення дійсне, перевернуте, зменшене.

Вгнуте дзеркало можна використовувати для одержання зображення віддалених предметів. Зображення можна збільшити потім за допомогою короткофокусної лінзи або окуляра. Такий пристрій являє собою телескоп (відбивальний телескоп, винайдений Ньютоном, рис. 2.5).

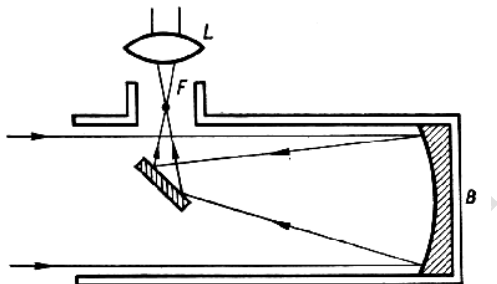


Рис. 2.5.

§ 2.3. ПЛОСКОПАРАЛЕЛЬНА ПЛАСТИНКА. ПРИЗМИ

2.3.1. Плоскопаралельна пластинка. Компенсатори.

В оптичних приладах широко застосовують оптичні деталі з плоскими заломлюючими поверхнями.

Розглянемо хід променів крізь скляну плоскопаралельну пластинку завтовшки d , яка знаходиться у повітрі (рис.2.6).

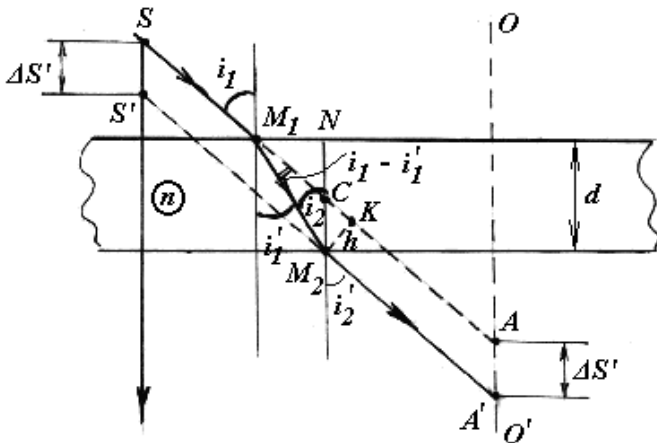


Рис. 2.6.

Промінь SA після заломлення у точках M_1 і M_2 вийде за напрямом M_2A' . Кути падіння і заломлення у точці M_1 позначимо через i_1 та i'_1 , у точці M_2 , відповідно, через i_2 та i'_2 . Застосуємо закон заломлення для обох граней

$$\sin i_1 = n \sin i'_1; n \sin i_2 = \sin i'_2.$$

Оскільки $i'_1 = i_2$ як кути при паралельних прямих, одержимо

$$\sin i_1 = n \sin i_2 = \sin i'_2,$$

звідки

$$i_1 = i'_2.$$

Отже, промінь після плоскопаралельної пластинки не змінює напрямку поширення, а тільки зміщується паралельно самому собі на величину h . Визначимо зміщення h з рис. 2.6. З $\triangle M_1M_2K$ та з $\triangle M_1M_2N$ знаходимо

$$h = M_1M_2 \sin(i_1 - i'_1)$$

та

$$M_1M_2 = \frac{d}{\cos i'_1}.$$

Тоді

$$h = \frac{d \sin(i_1 - i_1')}{\cos i_1'}, \quad (2.5)$$

або тільки через кут падіння

$$h = d \sin i_1 \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \sin^2 i_1}{n^2 - \sin^2 i_1}}\right). \quad (2.5, a)$$

Таким чином, при заданій товщині d величина відхилення променя h збільшується зі збільшенням кута падіння i_1 .

Зміщення $\Delta S'$ променя вздовж осі OO' називають поздовжнім зміщенням. На рис. 2.6 S – світна точка (предмет), S' – її зображення, бо в ній перетинаються продовження променів, які вийшли з точки S . Предмет здається наближеним до поверхні пластинки на $\Delta S'$. З рис. 2.6

$$\Delta S' = CM_2 = d - NC = d - \frac{M_1 N}{\operatorname{tg} i_1} = d - \frac{d \operatorname{tg} i_1'}{\operatorname{tg} i_1},$$

або

$$\Delta S' = d \left(1 - \frac{\operatorname{tg} i_1'}{\operatorname{tg} i_1}\right). \quad (2.6)$$

Після нескладних перетворень отримаємо формулу, до якої входить тільки кут падіння

$$\Delta S' = d \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \sin^2 i_1'}{n^2 - \sin^2 i_1'}}\right). \quad (2.6, a)$$

З формул (2.6), (2.6,а) випливає, що поздовжнє зміщення для різних кутів падіння є різним. Отже, промені, що йдуть від однієї точки предмета під різними кутами, не перетнуться в одній точці, точка предмета не буде зображуватися точкою, і її зображення буде нерізким, порушується гомоцентричність — перетинання променів у одній точці (див. § 2.5). Якщо таку пластинку розмістити в оптичному приладі, де промені сходяться або розходяться, то зображення погіршиться.

Але для малих кутів падіння, коли $i_1 \rightarrow 0$, тобто для променів, близьких до нормалі,

$$\Delta S' = d \left(\frac{n-1}{n}\right) \quad (2.7)$$

i

$$h = d \left(\frac{n-1}{n} \right) \operatorname{tg} i_1. \quad (2.8)$$

У разі малої товщини d зміщення h буде незначним. Якщо $i_1 = 0$ (нормальне падіння променів), зміщення зовсім відсутнє, $h = 0$.

Плоскопаралельні пластинки застосовуються як захисні стекла для охорони внутрішніх порожнин оптичних приладів від пилу та вологи, як світлофільтри (з барвистого скла). Сітки зі шкалами або перехрестями, які вигравіювані на них, є теж плоскопаралельними пластинками.

Плоскопаралельні пластинки широко використовуються в **компенсаторах**— пристроях, якими користуються для вимірювання паралактичних кутів. Паралаксом зветься перспективне зміщення об'єкта, що розглядається, внаслідок зміни точки спостереження.

Розмістимо пластинку 1 компенсатора перед об'єктивом 2 зорової труби (рис. 2.7) і будемо її обертати навколо осі, яка є перпендикулярною до оптичної осі труби. Промені, що проходять через неї, при цьому будуть зміщуватися паралельно. Величину зміщення можна знайти з формули (2.8).

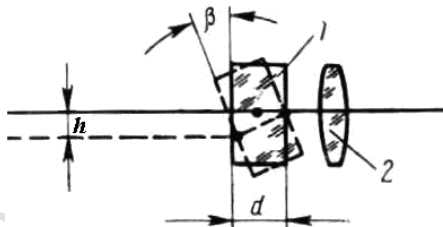


Рис. 2.7.

Якщо розмістити плоскопаралельну пластинку компенсатора у пучку променів, що сходяться (рис. 2.8),

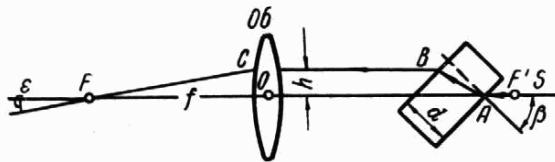


Рис. 2.8.

то при повороті пластинки на кут β промінь S , який йшов вздовж оптичної осі, зміститься на величину $h = d \frac{n-1}{n} \operatorname{tg} \beta$, потім заломиться в об'єктиві і

пройде через передній фокус F . Заломлений промінь утворює з віссю паралактичний кут ε

$$\varepsilon = d \frac{n-1}{nf} \beta, \quad (2.9)$$

де f – фокусна відстань об'єктива.

Приклад 2.2. У зоровій трубі відстань між об'єктивом і окуляром становить 185 мм. У цей простір знадобилось встановити сітку товщиною $d = 5$ мм зі скла з показником заломлення $n = 1,5163$. Визначити нову відстань між об'єктивом і окуляром, яка зберігає той самий стан юстирування системи.

Розв'язання. Сітка (плоскопаралельна пластинка) зміщує зображення на величину

$$\Delta S' = d \left(\frac{n-1}{n} \right) = 5 \frac{0,5163}{1,5163} = 1,7 \text{ мм}.$$

Промінь віддаляється від пластинки на величину $\Delta S'$. Тому окуляр зорової труби треба відсунути назад на 1,7 мм і нова відстань між об'єктивом і окуляром дорівнюватиме 186,7 мм.

2.3.2. Заломлення променів призмою. Оптичний клин.

Заломлюючою призмою називається оптична деталь, обмежена двома заломлюючими непаралельними площинами. Кут θ між двома гранями, крізь які світло входить і виходить, називається **заломним кутом** призми, а грані – **заломлюючими** гранями (рис. 2.9). Кут δ між напрямом променя, що падає на призму, і напрямом променя, що виходить, називається **кутом відхилення**.

На рис. 2.9 показаний випадок симетричного проходження променя через симетричну тригранну призму.

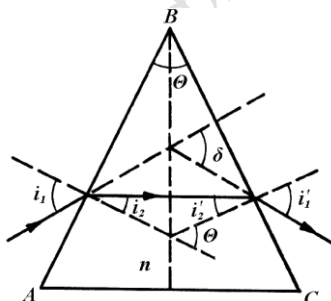


Рис. 2.9.

Кут відхилення δ при деякому куті падіння променя i_1 сягає мінімуму, який зветься кутом найменшого відхилення.

У позначеннях рис. 2.9 з урахуванням симетричного проходження променя масмо:

$$\begin{aligned}
 i_2 + i'_2 &= \theta; \\
 i'_2 = i_2; \quad i'_1 &= i_1; \\
 \delta &= (i_1 - i_2) + (i'_1 - i'_2) = 2i_1 - 2i_2; \\
 \delta &= 2i_1 - \theta; \\
 i_2 &= \frac{\theta}{2}; \quad i_1 = \frac{\theta + \delta}{2};
 \end{aligned}
 \tag{2.10}$$

Користуючись законом заломлення світла матимемо

$$n = \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{\sin((\theta + \delta)/2)}{\sin(\theta/2)}.
 \tag{2.11}$$

З формули видно, що кут відхилення δ залежить від показника заломлення n , а той, як відомо, у свою чергу, залежить від довжини хвилі. При проходженні через призму світлового пучка складного спектрального складу промені, які відповідають різним довжинам хвиль, відхиляються на різні кути δ у відповідності з (2.11). Відбувається просторове розділення світла, яке використовується у спектральних приладах (дисперсійні призми).

Заломлююча призма з малим заломним кутом називається **ОПТИЧНИМ КЛИНОМ** (рис. 2.10).

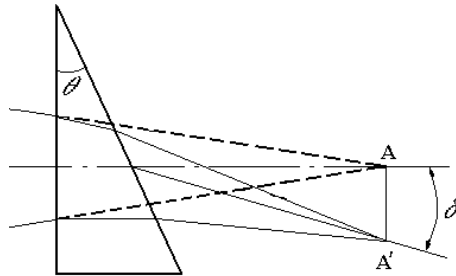


Рис. 2.10.

Для малих кутів з формули (2.11) знайдемо, що оптичний клин змінює напрям ходу променів на кут

$$\delta = (n - 1)\theta. \quad (2.12)$$

Приклад 2.3. Визначити кут відхилення променя оптичним клином із заломним кутом $\theta = 5^\circ$ зі скла з показником заломлення 1,5163.

Розв'язання. Кут відхилення знайдемо за формулою (2.12)

$$\delta = (1,5163 - 1)0,088 = 0,0454, \text{ або } \delta = 2^\circ 35'.$$

Оптичні клини у сучасних маркшейдерських і геодезичних приладах використовуються у **клинових компенсаторах** для відхилення світлових променів на невеликий кут і відповідного зміщення зображення, наприклад, у далекомірах, теодолітах, тахеометрах, нівелірах та ін.

Клиновий компенсатор може бути з одним або з двома клинами. У разі поступального переміщення клина вздовж оптичної осі (рис. 2.11)

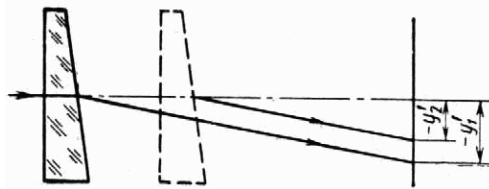


Рис. 2.11.

зображення рухається прямолінійно. Зміщення клина на величину x призводить до зміщення зображення на

$$\Delta y' = y_1' - y_2' = x(n - 1)\theta. \quad (2.13)$$

Якщо помістити клин у зорову трубу і переміщувати його вздовж осі труби, можна вимірювати паралактичні кути. На рис. 2.12 показаний одно-клиновий компенсатор для вимірювання паралактичних кутів.

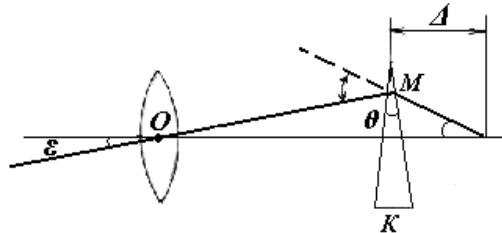


Рис. 2.12.

Клин K встановлюється на такій відстані Δ від заднього фокуса об'єктива, щоб заломлений промінь OM проходив через фокус F' . У такому випадку $\epsilon = \theta(n - 1)\Delta / f$, де f – фокусна відстань об'єктива.

З метою вимірювання паралактичних кутів застосовують два однакових клина, які обертаються навколо осі труби з однаковою швидкістю у протилежних напрямках і повертаються на однакові кути θ (рис. 2.13).

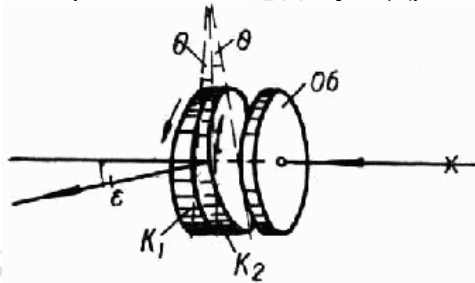


Рис. 2.13.

У результаті утворюється клин зі змінним кутом. Кут відхилення променя залежить від кута повороту кожного клина. При нормальному положенні клинів заломні кути їх обернені в один бік і відхиляють промінь на кут

$$\varepsilon_{\Sigma \max} = 2(n-1)\theta .$$

Під час обертання клинів сумарний кут відхилення зменшується

$$\varepsilon_{\Sigma} = 2(n-1)\theta \cos \varphi .$$

2.3.3. Повне відбивання. Відбиваючі призми. Нехай промінь проходить з середовища, оптично більш густого, у менш густе. При $n > n'$ заломлений промінь віддаляється від нормалі, тобто кут заломлення буде більшим, ніж кут падіння, $i' > i$ (рис. 2.14).

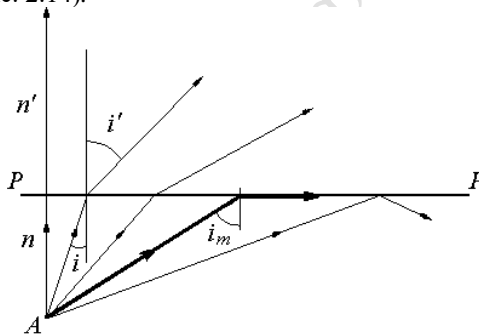


Рис. 2.14.

Якщо збільшувати кут i , збільшуватиметься й кут i' , і, нарешті, наступить момент, коли кут заломлення дорівнюватиме 90° , заломлений промінь по-

ширюватиметься вздовж межі поділу середовищ (на рис. 2.14 він зображений жирним).

У разі подальшого збільшення кута падіння ($i > i_m$), промінь відбивається в те ж середовище, з якого вийшов, і світло не проходить у друге середовище.

Настає **повне внутрішнє відбивання**. Значення найменшого кута падіння, з якого починається повне відбивання, i_m визначається за формулою

$$\sin i_m = \frac{n'}{n}, \quad (2.14)$$

де i_m – граничний кут повного відбивання.

Приклад 2.4. Визначити граничний кут i_m повного внутрішнього відбивання на межі поділу скло — повітря. Показник заломлення скла $n = 1,5183$.

Розв'язання. Згідно з формулою (2.14)

$$\sin i_m = \frac{1}{n} = 0,6586, \quad i_m = 41^\circ 12'.$$

Повне внутрішнє відбивання отримує численне застосування при конструюванні **відбиваючих призм**. В оптичних приладах відбиваючі призми відіграють ту ж саму роль, що й плоскі дзеркала, однак відрізняються від останніх простотою закріплення, меншими витратами світла і більшою стійкістю щодо зовнішніх впливів. Основне призначення відбиваючих призм: зміна напрямку оптичної осі (ломані труби), обертання зображення, розділення та з'єднання пучків променів, зміна напрямку лінії візування та ін.

У практиці найчастіше застосовують тригранні призми. На рис. 2.15 і 2.16 показані скляні призми повного відбивання. На межі скло — повітря $i_m \sim 42^\circ$, тому у разі падіння світла на грань призми під кутом 45° відбивання буде повним.

Існує залежність між кількістю відбиваючих граней і отриманням дзеркального зображення. Кожна грань дає дзеркальне зображення. Якщо відбивання пучків відбувається в одній площині, то непарне число відбиваючих граней дає дзеркальне зображення, а парне – не дає.

Тригранна прямокутна рівнобедрена призма з однією відбиваючою гранню (відбиття від гіпотенузи) відхиляє промінь на 90° від початкового напрямку і дає дзеркальне зображення (рис. 2.15).

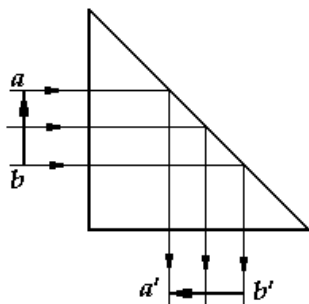


Рис. 2.15.

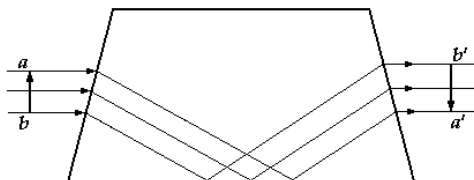


Рис. 2.16.

Призма прямого зору —призма Дове (рис. 2.16) дає дзеркальне зображення, обертає зображення згори вниз, кут відхилення дорівнює нулю. В оптичних приладах використовується така властивість призми Дове: якщо обертати її навколо оптичної осі, то зображення предмета обертається з подвійною швидкістю. Завдяки такій властивості призму Дове використовують як компенсатор повороту зображень.

Прямокутна призма з двома відбиттями змінює напрям осі на 180° (відбиття від катетів). Така зворотна призма перегортає зображення (рис. 2.17). Світловий промінь відбивається одноразово від кожної грані призми і повертається за напрямком, який є практично точно протилежним напрямку падаючого пучка. Такі тригранні призми часто використовують як, так звані, *куткові відбивачі* для вимірювання відстаней.

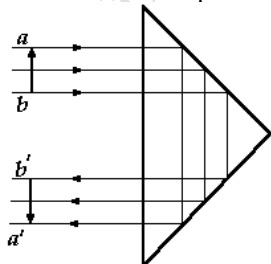


Рис. 2.17.

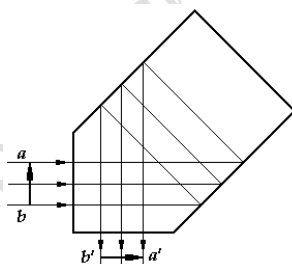


Рис. 2.18.

Пентапризма (рис. 2.18) має дві відбивальні грані, які розташовані під кутом 45° . Призма відхиляє промінь на 90° і дає пряме зображення.

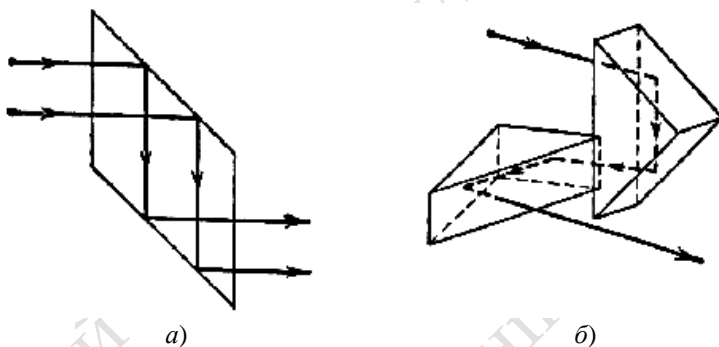


Рис. 2.19.

На рис. 2.19 показані призми, що паралельно зміщують пучок світла. До числа роздільних призм належить, наприклад, призма-куб (рис. 2.20, а).

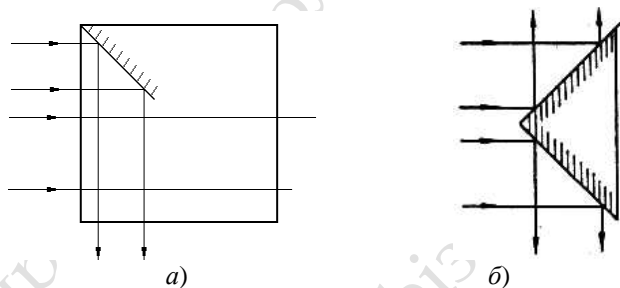


Рис. 2.20.

Вона складається з двох прямокутних призм, склеєних гіпотенузними гранями, одна з котрих має відбиваюче покриття. Паралельний пучок променів розділяється на дві частини, які поширюються у взаємно перпендикулярних напрямках. Такі призми використовують для одночасного проходження основного пучка променів за двома напрямками – вздовж лінії візування і крізь шкалу, розташовану в стороні від лінії візування. Це дозволяє одночасно бачити об'єкт і необхідну при цьому шкалу.

У прямокутній рівнобедреній роздільній призмі (рис. 2.20, б) промені відбиваються від двох дзеркальних граней, що мають відбивальне покриття, розділяються на дві частини, які поширюються у протилежних напрямках.

У оптичних приладах застосовуються й більш складні призми – дахоподібні, в яких одна з відбивальних граней замінюється “дахом” – двома гранями, що утворюють між собою кут 90° . Їх призначення – перегорнути зображення зліва – направо.

Явище повного відбивання світла застосовується в пристроях для спрямованого передавання світла. У відкритому просторі передавання світла можливе тільки у межах прямої видимості і пов'язане з втратами (розбіжність випромінювання, поглинання, розсіяння атмосферою).

Значно зменшити втрати, а також передавати світлову енергію за криволінійними трасами можна за допомогою так званих **світловодів**. Світловод складається з великої кількості тонких ниток (волокон) діаметром близько 20 мкм з оптично прозорого матеріалу, часто зі скла. Кожна нитка оточена оболонкою з показником заломлення меншим, ніж показник заломлення самої нитки.

Світло зазнає велику кількість повних відбивань від бічної поверхні (рис. 2.21) і, поширюючись тільки вздовж серцевини, виходить з протилежного торця. Під час згинання світловоду пучок світла йде за вигинами скловолонна. Великою позитивною якістю світловоду є малі втрати під час поширення в ньому світла. Ці втрати є значно меншими, ніж втрати у дротах під час передавання енергії за допомогою змінних струмів. У кращих світловодах інтенсивність світла зменшується вдвоє на відстані 7 км. Але головною перевагою є використання світла для передавання інформації. Завдяки великій частоті світлових коливань вздовж світлового променя в світловоді можна передавати дуже великий об'єм інформації.

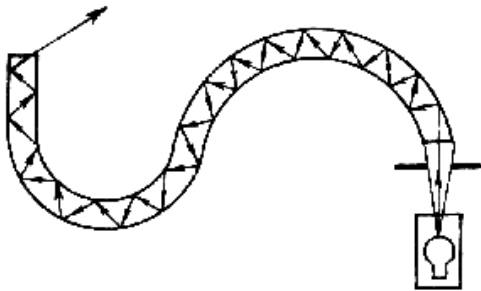


Рис. 2.21.

Оптичні волокна використовуються для передавання не тільки світлових сигналів, а й оптичних зображень. Для цього волокна компонують у джгут. Кожний елемент зображення, що передається, уловлюється відповідним волокном у джгуті.

Приклад 2.5. На торець скляного світловоду падає світло під кутом α . Яким має бути найменший показник заломлення n скла, щоб світло, яке ввійшло у світловод, не могло вийти крізь його бічну стінку незалежно від кута α ?

Розв'язання. Після заломлення промінь падає на внутрішню поверхню світловоду під кутом $\gamma = 90^\circ - \beta$. За законом заломлення $n \sin \beta = \sin \alpha$ (рис. 2.21, a).

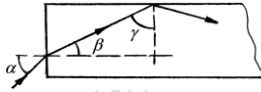


Рис. 2.21, а

Умовою повного відбивання є те, що промінь має падати під кутом, не меншим від граничного, тобто $\sin \gamma \geq 1/n$. З прямокутного трикутника

$$\sin \beta = \frac{1}{n} \sin \alpha = \cos \gamma = \sqrt{1 - \sin^2 \gamma}, \text{ звідки}$$

$$\sin \alpha = n \sqrt{1 - \sin^2 \gamma} \leq n \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} = \sqrt{n^2 - 1}.$$

Найнесприятливіші умови, коли промінь падає на торець світловоду під кутом близьким до 90° . Якщо $\alpha \rightarrow 90^\circ$, то $n \geq \sqrt{2}$. Це значення показника заломлення і є шуканою умовою.

§ 2.4. ПРАВИЛА ЗНАКІВ

У геометричній оптиці при побудові зображень обумовлені певні правила знаків.

Простір предметів розташовують зліва від оптичної деталі або системи. При цьому за *додатний напрям* поширення світла приймається напрям поширення його *зліва направо*.

Точки, кути і відрізки у просторі зображень позначаються тими самими літерами, що й відповідні ним спряжені елементи у просторі предметів, але зі штрихами (рис. 2.22).

Для кожного відрізка визначають напрям відліку. *Відрізки* вважаються *додатними*, якщо вони відкладені від початку відліку (вершини, центра і т.п.) в той бік, в який йдуть промені від джерела, тобто зліва направо, а в протилежну сторону вони будуть *від'ємними*.

Відрізки, відкладені вгору від оптичної осі – додатні, а донизу – від'ємні.

Для визначення знаків кутів вибирають осі, від яких відраховують кути. Кут між променем та нормаллю до поверхні у точці падіння променя відраховують *від нормалі*. Кут між променем та оптичною віссю відраховується *від осі*. Кути вважаються *додатними*, якщо вони відраховуються за *стрілкою годинника*, тобто їх можна утворити повертанням променя від осі чи нормалі до відбивальної (заломлюючої) поверхні в бік меншого кута за годинниковою стрілкою, а від'ємними – проти годинникової стрілки.

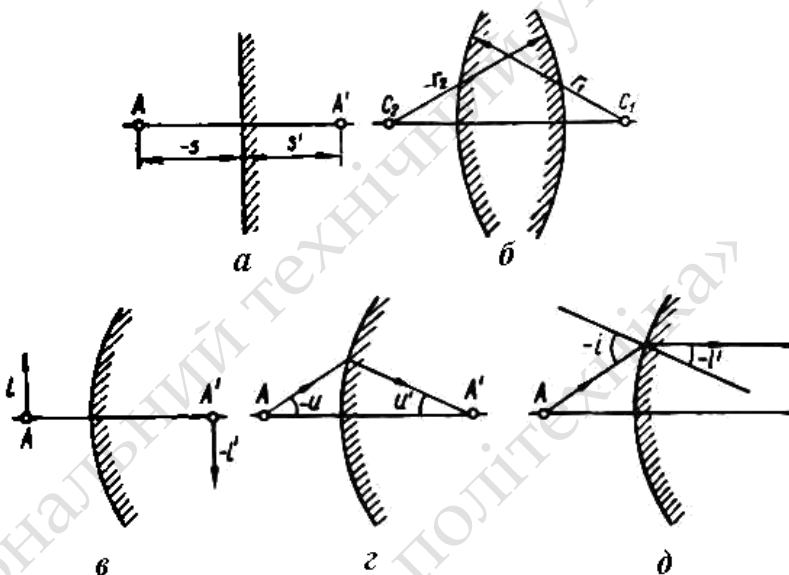


Рис. 2.22.

Радіус кривизни відраховується від вершини поверхні. Якщо зустрінута променем заломлююча поверхня опукла (центр кривизни лежить праворуч від вершини), то її радіус кривизни додатний, а якщо вгнута (центр кривизни лежить ліворуч від вершини) — від'ємний.

Величини кутів і відрізків у формулах – алгебраїчні. На рисунках завжди наводяться додатні значення довжин і кутів. Якщо деяка величина є від'ємною (наприклад, s), на рисунку вказується ця величина зі знаком мінус ($-s$), тобто додатна величина, що дорівнює її модулю.

Товщини оптичних деталей і повітряних проміжків між заломлюючими поверхнями завжди вважаються додатними.

§ 2.5. ЦЕНТРОВАНА ОПТИЧНА СИСТЕМА ТА ЇЇ КАРДИНАЛЬНІ ЕЛЕМЕНТИ

Оптичні системи являють собою сукупність лінз, призм, дзеркал та ін., скомбінованих певним чином для отримання оптичного зображення, або для перетворення світлового потоку.

Кожна лінза складається з двох сферичних поверхонь, які обмежують прозорий матеріал (звичайно, скло) від оточуючого середовища. Таким чи-

ном, оптична система містить щонайменше дві заломлюючих поверхні (лінза), або більшу їх кількість.

Тому оптичну систему можна розглядати як систему заломлюючих та відбиваючих поверхонь, що обмежують однорідні середовища (повітря, скло, кристали і т.п.) з різними коефіцієнтами заломлення.

Оптична система називається **центрованою**, якщо вершини і центри кривизни всіх поверхонь (частіше за все сферичних і плоских) лежать на одній прямій (рис. 2.23). Таку пряму називають **головною оптичною віссю** системи.

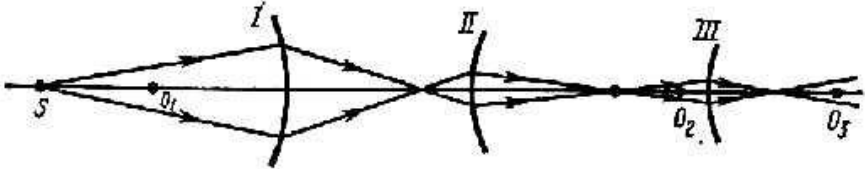


Рис. 2.23.

Дія оптичної системи виявляється у вигляді геометричного зв'язку між двома просторами. Один з них, що називається простором предметів, містить точки, лінії і поверхні як ті, що світять самі, так і ті, що освітлюються яким-небудь джерелом світла. У другому просторі, який називається простором зображень, виникають їх оптичні зображення.

Внаслідок оборотності світлових променів джерело світла і зображення можуть помінятися ролями — зображення можна розглядати як джерело і навпаки. З цієї причини відповідні один одному геометричні елементи, що знаходяться у просторах предметів і зображень — точки, лінії, площини, а також промені — називаються **спряженими**.

Пучок променів, що виходять з однієї точки, називається **гомоцентричним**. При збереженні гомоцентричності кожна точка джерела дає одну точку зображення. Такі зображення називаються точковими, або **стигматичними** (різкими).

Якщо оптична система дає стигматичне зображення, яке геометрично подібне предмету, що зображується, вона називається **ідеальною**.

Теорію ідеальної оптичної системи було розроблено Гауссом (1841р.). Вона дає можливість приблизно розв'язувати різні задачі прикладної оптики, тому що в параксіальній області всі оптичні системи можна вважати ідеальними. **Параксіальною** називається область поблизу осі симетрії центрованої оптичної системи. Пучки променів є параксіальними, якщо проходять на невеликій відстані від оптичної осі системи та утворюють з нею малі кути.

Більшість оптичних систем, що застосовуються на практиці (фотооб'єктивів, зорових труб і т.п.), є складними центрованими оптичними системами. Вони складаються з багатьох заломлюючих і відбиваючих повер-

хонь. Так, замість поодинокі лінзи для виправлення дефектів зображення використовують системи різних лінз, які виготовляються з різних сортів скла.

Як діяти, якщо треба побудувати зображення у такій складній системі? Теорія Гаусса дозволяє побудувати зображення і повністю описати властивості таких оптичних систем, близьких до ідеальних, не звертаючи уваги на дійсний хід променів усередині системи. Для цього, замість відшукування ходу променів в окремих елементах такої складної системи, теорія Гаусса користується так званими **кардинальними** (основними) точками і площинами. До їх числа відносяться **головні, фокальні і вузлові точки і площини**.

Розглянемо деяку ідеальну центровану оптичну систему. На рис. 2.24 показані її зовнішні заломлюючі поверхні та оптична вісь.

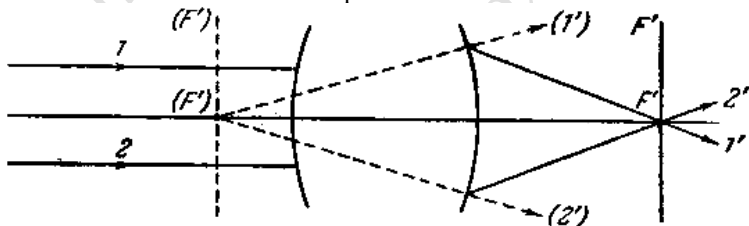


Рис. 2.24.

Нехай паралельний пучок світла входить у систему з одного боку (наприклад, зліва, з простору предметів) (рис. 2.24). Промені, які падають паралельно оптичній осі (від нескінченно віддаленого джерела) після проходження оптичної системи зберуться у одній точці F' , що, як і у випадку однієї лінзи, називається **заднім або другим головним фокусом системи**.

Якщо світлові промені дійсно перетинаються, зображення зветься **дійсним**. Якщо ж перетинаються продовження променів, які проводять у напрямку, оберненому поширенню світла, зображення зветься **уявним**.

Фокус F' може знаходитися також з іншого боку системи (навіть, усередині її). Так буде, коли пучок, що виходить, розходиться. Цей випадок зображено на рисунку штриховими лініями, а відповідні позначення – у дужках. Цифрами 1 та 1', а також 2 та 2' позначені спряжені промені.

Задній фокус являє собою точку, що є спряженою з нескінченно віддаленою точкою у просторі предметів, яка лежить на оптичній осі системи.

Площина FF' , що проходить через фокус F' і є перпендикулярною до оптичної осі, зветься **фокальною**. Паралельні промені, що утворюють з оптичною віссю довільний кут, після виходу з системи зберуться в одній з точок фокальної площини FF' .

Спрямувавши паралельний пучок на систему з протилежного боку (із простору зображень), знайдемо **передній або перший головний фокус** сис-

теми F та передню фокальну площину FF (рис. 2.25). Тут знов штрихові лінії відносяться до випадку, коли промені розходяться.

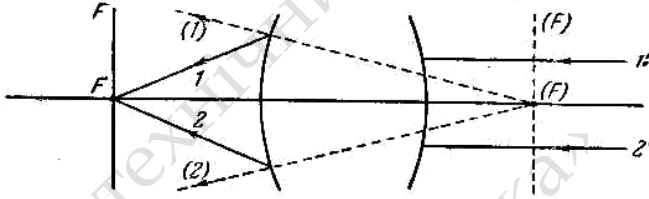


Рис. 2.25.

Отже система центрованих заломлюючих поверхонь має два головних фокуси. Однак при цьому незрозуміло, як визначити фокусну відстань, бо невідомо, від якого місця системи треба відраховувати відстані до точок F і F' . Точки, яка була б аналогічною оптичному центру тонкої лінзи, в оптичній системі, взагалі кажучи, немає, а відстані від F і F' до відповідних поверхонь не є однаковими.

Такі утруднення розв'язуються, якщо ввести так звані **головні площини**. Нехай MM і MM' — зовнішні заломлюючі поверхні, які обмежують деяку ідеальну центровану систему, OO' — її головна вісь (рис. 2.26).

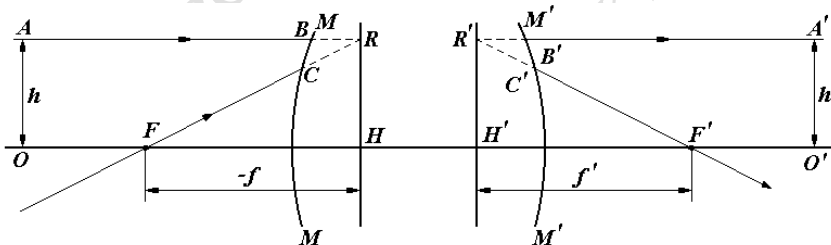


Рис. 2.26.

Розглянемо промінь AB , паралельний оптичній осі OO' . Нехай він *проходить на деякій довільній відстані h від оптичної осі*. Після заломлення він утворює промінь CF' , який проходить через другий головний фокус F' системи.

Розглянемо також промінь FC , що проходить через перший головний фокус системи F . Після заломлення він дає промінь BA' , паралельний оптичній осі. Відстань між цим променем і оптичною віссю залежить від нахилу променя FC . Завжди можна вибрати такий нахил променя FC , щоб відповідний йому промінь BA' *також проходить на відстані h від осі*. Промені AB і FC (або їх продовження) перетнуться у деякій точці R , а промені AB' і $F'C'$ — у

точці R' . Для знаходження цих точок немає потреби знати хід променів усередині системи, а штрихові лінії на рис. 2.26 зображують лише продовження променів, які йдуть зовні.

Проведемо через точки R і R' площини, які є перпендикулярними до оптичної осі OO' . Ці площини називаються **головними площинами** системи. Точки H і H' перетину головних площин з оптичною віссю називаються **головними точками** системи. Оскільки точки R і R' є місцями перетину однієї і тієї ж пари променів (або їх продовжень), вони являють собою спряжені точки системи. Звідси випливає таке визначення головних площин: **головними площинами** системи є такі спряжені площини, спряжені точки яких лежать на однаковій відстані від оптичної осі.

Назвемо **лінійним або поперечним збільшенням** β відношення лінійних розмірів зображення і предмета (рис. 2.27)

$$\beta = \frac{y'}{y}. \quad (2.15)$$

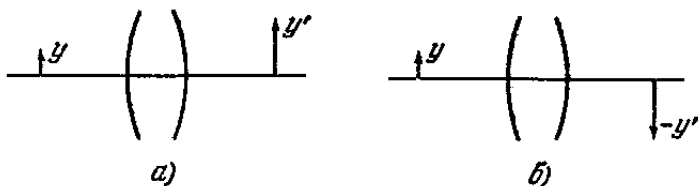


Рис. 2.27.

Тут y та y' — довжини відрізка прямої та його зображення. Відрізки лежать у двох спряжених площинах, які є перпендикулярними до оптичної осі системи.

Лінійне збільшення — алгебраїчна величина. Відрізки, що відкладаються від оптичної осі вгору, вважаються додатними, ті що відкладаються донизу — від'ємними. При $\beta > 0$ (напрямки y та y' співпадають) зображення зветься **прямим**, при $\beta < 0$ (y та y' є антипаралельними) — **оберненим** або перегорнутим, при $|\beta| < 1$ — зменшеним, при $|\beta| > 1$ — збільшеним.

Тепер можна дати таке визначення: дві спряжені площини, які відображаються одна в одну з лінійним поперечним збільшенням $\beta = y'/y = +1$ називаються головними площинами оптичної системи. Перша з них (передня) також зветься головною площиною простору предметів, задня — головною площиною простору зображень. Підкреслимо основну властивість головних площин: промінь, який входить у систему, перетинає першу головну площину

ну на тій самій висоті, на котрій промінь, що виходить з системи, перетинає другу головну площину.

Головні площини і головні точки можуть розміщуватися як всередині, так і зовні системи, несиметрично відносно поверхонь, які обмежують систему, наприклад, навіть по один бік від неї.

За допомогою головних площин вирішується питання про фокусні відстані системи. **Фокусними відстанями** оптичної системи називаються відстані від головних точок до відповідних їм фокусів.

Так $f' = HF'$ (рис. 2.26) є задньою фокусною відстанню системи, $f = HF$ — її передньою фокусною відстанню. Фокусні відстані f і f' — алгебраїчні величини. Згідно з правилом знаків вони додатні, якщо даний фокус лежить праворуч від відповідної головної точки і від'ємні — у протилежному випадку. Наприклад, на рис. 2.26 задня фокусна відстань f' є додатною, а передня фокусна відстань f — від'ємною. На рисунку вказано дійсну довжину відрізка HF , тобто додатну величину ($-f$).

Як буде доведено далі, між фокусними відстанями f і f' центрованої оптичної системи та показниками заломлення n і n' існує співвідношення

$$\frac{f}{f'} = -\frac{n}{n'}, \quad (2.16)$$

де n — показник заломлення середовища, яке знаходиться перед оптичною системою, n' — показник заломлення середовища, яке знаходиться поза системою. Оскільки $n > 0$ і $n' > 0$, то фокусні відстані оптичної системи завжди мають різні знаки. У випадку, коли показники заломлення середовищ, що знаходяться по обидва боки оптичної системи, однакові, фокусні відстані відрізняються тільки знаком:

$$f = -f'. \quad (2.17)$$

Величина

$$\Phi = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f} \quad (2.18)$$

називається **оптичною силою** системи. Вона визначає заломлюючу здатність системи. Чим більше Φ , тим менша фокусна відстань f' , отже, тим сильніше заломлюються промені оптичною системою.

Оптична сила вимірюється у діоптріях. Щоб одержати Φ у діоптріях, фокусну відстань треба визначати у метрах.

Задня фокусна відстань використовується як основний параметр, що характеризує будь-яку оптичну систему. При додатній оптичній силі Φ задня фокусна відстань теж додатна ($f' > 0$), отже система дає дійсне зображення нескінченно віддаленої точки — паралельний пучок променів після залом-

лення збирається в одну точку. У цьому випадку оптична система називається збиральною. Якщо оптична сила Φ від'ємна, задня фокусна відстань теж від'ємна, $f' < 0$, а задній фокус F' знаходиться попереду оптичної системи, зображення нескінченно віддаленої точки буде уявним, паралельні промені після заломлення розсіюються системою, а збираються на осі тільки їх продовження. Така система носить назву **розсіювальної**.

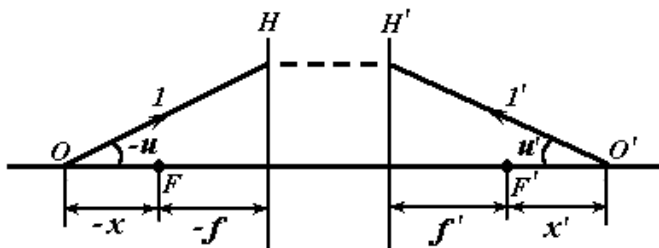


Рис. 2.28.

До кардинальних точок, поряд з головними і фокальними, відносяться також вузлові точки. Вони з'являються при розгляді кутового збільшення системи.

Кутовим збільшенням γ системи називається відношення тангенсів кутів, утворених спряженими променями з головною оптичною віссю (рис. 2.28), тобто відношення тангенса кута, який утворює з головною оптичною віссю промінь, що *виходить* з системи, до тангенса кута, який утворює з головною віссю промінь, що *входить* в систему:

$$\gamma = \frac{tgu'}{tgu}. \quad (2.19)$$

Існують дві спряжені точки на оптичній осі, для яких кутове збільшення дорівнює плюс одиниці ($\gamma = +1$). Такі точки називаються **вузловими точками** (вузлами) N, N' (рис. 2.29), а площини, які проходять через такі точки перпендикулярно до головної оптичної осі, називаються **вузловими площинами**. Спряжені промені, що проходять через вузли (промені 2 і 2', 3 і 3') паралельні один одному, бо $u = u'$.

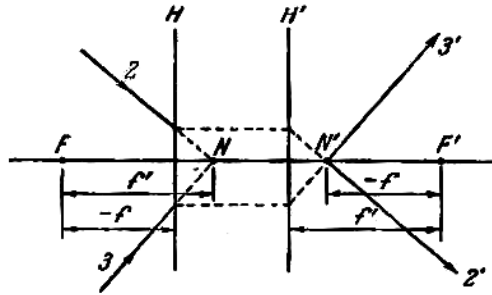


Рис. 2.29.

Це означає, що всякий промінь, який проходить через вузлову точку N , після проходження через оптичну систему, залишається паралельним своєму початковому напрямку і проходить через другу вузлову точку системи N' .

Далі буде показано (див. формулу (2.32)), що точки N і N' відстоять від першого і другого фокусів відповідно на відстань, яка дорівнює другому і першому фокусним відстаням (рис. 2.29).

§ 2.6. ГРАФІЧНА ПОБУДОВА ЗОБРАЖЕНЬ

Загальне розташування шести кардинальних точок F, F', H, H', N, N' показано на рис. 2.30. Їм відповідають шість кардинальних площин: дві фокальні, дві головні і дві вузлові.

Знаючи властивості та положення кардинальних точок і площин, можна побудувати зображення предмета в будь-якій оптичній системі, користуючись мінімум двома променями, що виходять з однієї точки предмета. Найпростіше побудова виконується за допомогою променів, хід яких після заломлення в оптичній системі відомий. До таких променів відносяться (рис. 2.30):

1) промінь 1 , проведений паралельно головній осі, має, як спряжений, промінь $1'$, перетинаючи головні площини на однаковій висоті, проходить через задній фокус системи F' ;

2) похилий промінь 2 , спрямований на першу вузлову точку N ; спряжений йому промінь $2'$ виходить з другої вузлової точки N' , не змінюючи напрямку;

3) похилий промінь 3 , який проходить через передній фокус F , перетинає головні площини на однаковій висоті і йде паралельно головній оптичній осі.

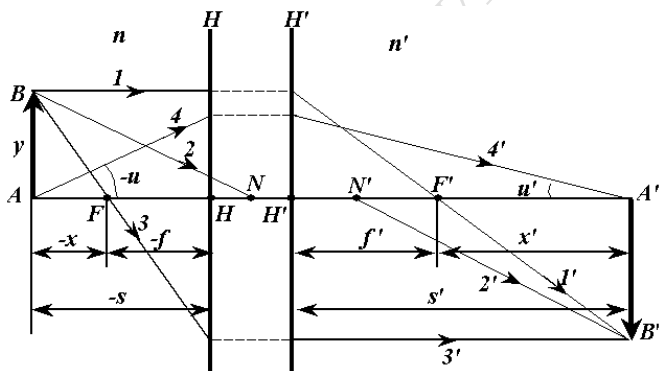


Рис. 2.30.

Для побудови зображення відрізка, перпендикулярного до оптичної осі, достатньо знайти зображення тільки однієї його крайньої точки, розташованої поза оптичною віссю. З отриманої точки зображення опускають перпендикуляр на оптичну вісь і отримують зображення усього відрізка.

На рис.2.30 виконано побудову зображення відрізка $AB = y$, перпендикулярного до оптичної осі. З точки B виходять три промені, властивості яких описані вище.

Точка перетину променів в просторі зображень є точкою зображення B' крайньої точки предмета B . Опустивши з B' перпендикуляр на оптичну вісь, отримаємо точку A' , потім відрізок $A'B' = y$, що є зображенням предмета $AB = y$.

Якщо точка, зображення якої треба побудувати, розташована на оптичній осі, можна скористатися властивостями фокальних площин. Проведемо з точки A промінь AM_1 під кутом u до оптичної осі (рис. 2.31), а через точку F – перпендикуляр до оптичної осі до перетину з променем AM_1 .

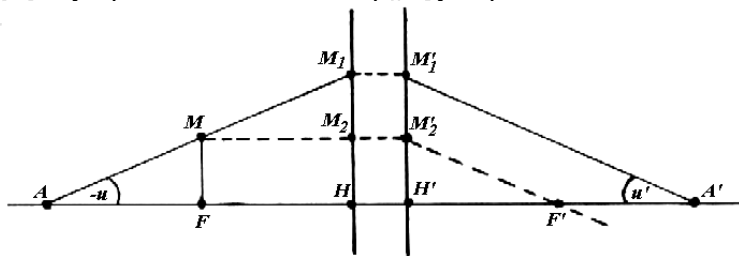


Рис. 2.31

Через точку перетину M проводять промінь MM_2 паралельно оптичній осі, який перетне головні площини відповідно у точках M_2 і M'_2 . Промінь, спряжений з MM_2 , повинен пройти через задній фокус F' . Оскільки точка M міститься у передній фокальній площині, спряжена з нею точка зображення повинна знаходитись у нескінченності. Тому для побудови променя, спряженого з променем MM_1 (а отже і з AM_1), з точки M'_1 проводять промінь M'_1A' паралельно M'_2F' . Перетин M'_1A' з оптичною віссю дасть точку A' , що є зображенням точки A .

Якщо оптична система розташована у *однорідному середовищі* ($n = n'$), то з формули (2.16) випливає, що $f = -f'$, а з формули (2.32), що доведена у § 2.7, випливає, що вузлова N та головна H точки, так само, як N' і H' , *збігаються* (рис. 2.32). У цьому випадку спряжені промені, що проходять через головні точки H, H' , є паралельними один одному.

На рис. 2.32 показаний спосіб побудови ходу променів крізь ідеальну оптичну систему, що знаходиться в однорідному середовищі, з використанням точок, спільних для заданого та допоміжного променів у передній фокальній площині (позначені літерою C), і спільних точок для тих самих променів у задній фокальній площині (позначені відповідно літерою C'). Рис. 2.32, *а* відноситься до додатної системи, рис. 2.32, *б* — до від'ємної.

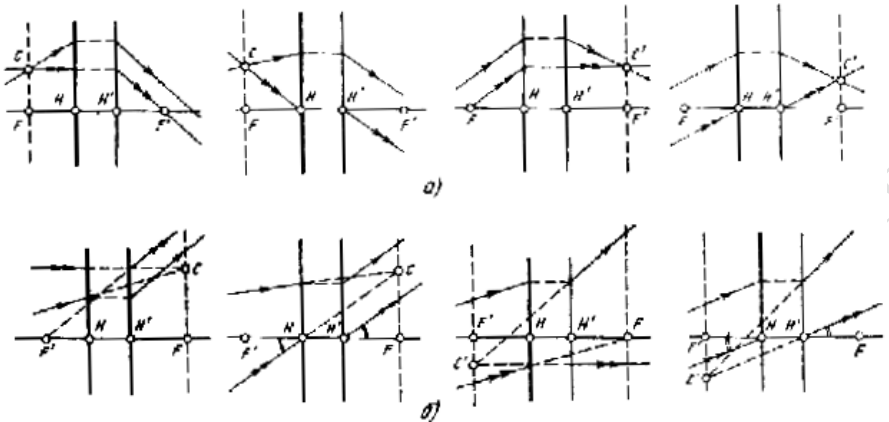


Рис. 2.32.

Так, на третьому з рис. 2.32, *а* заданий промінь падає у просторі предметів під довільним кутом на оптичну систему. Треба знайти напрям цього променя у просторі зображень.

Проведемо у просторі предметів через точку F допоміжний промінь, паралельний заданому. Промені перетнуться у одній точці C' задньої фокальної площини. Відстань точки C' від оптичної осі відома, оскільки допоміжний промінь після заломлення піде паралельно оптичній осі, а вийде з другої головної площини на тій самій відстані, на якій перетинав першу головну площину.

Приклад 2.6. Точка A предмета розташована на оптичній осі додатної системи HH' , яка знаходиться в однорідному середовищі, між точками F і H (рис.2.33). Визначити побудовою положення спряженої точки A' .

Розв'язання. Додатними називаються оптичні системи, в яких передній і задній фокуси є дійсними точками.

Проведемо з точки A промінь AM під довільним кутом u до оптичної осі. Він перетне головну площину H у деякій точці M . Оскільки для головних площин лінійне збільшення, за означенням, $\beta = +1$, промінь вийде з точки M' на тій самій висоті.

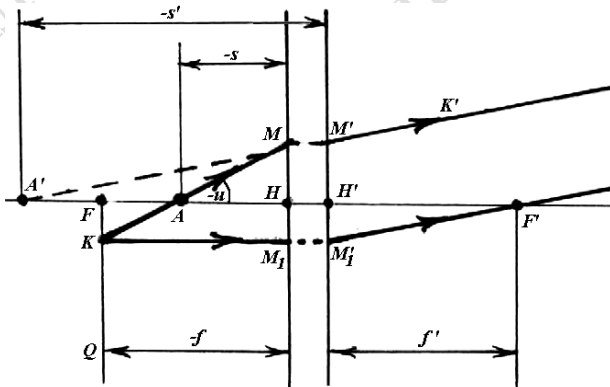


Рис. 2.33.

З точки K перетину променя AM з передньою фокальною площиною Q проведемо промінь KM_1 паралельно оптичній осі до перетину його з задньою головною площиною H' . Промінь $M_1'F'$ пройде через задній фокус F' , положення якого відомо внаслідок того, що середовище з обох боків системи є однаковим. Точка K знаходиться у передній фокальній площині, тому промінь $M'K'$, спряжений з променем AM , вийде з точки M' паралельно променю $M_1'F'$. Точка A' перетину продовження променя $M'K'$ з оптичною віссю буде уявним зображенням точки A .

Зрозуміло, що можливий інший спосіб побудови зображення, який дасть таке саме положення точки A' .

§ 2.7. ФОРМУЛИ ЦЕНТРОВАНОЇ ОПТИЧНОЇ СИСТЕМИ

Користуючись правилами знаків, встановленими раніше, знайдемо залежність між положеннями предметів і їх зображеннями. Такі залежності і будуть формулами оптичної системи.

Позначимо положення спряжених точок їх відстанями s і s' від відповідних головних площин (рис.2.34). Положення точок можна також задати відстанями x і x' , які відраховуються від фокусів системи F і F' , відповідно. Величини $x, x', s, s', f, f', u, u'$ є алгебраїчними величинами, за правилами знаків $x, s, f, u < 0, x', s', f', u' > 0$. На рис. 2.34 зазначені їх модулі.

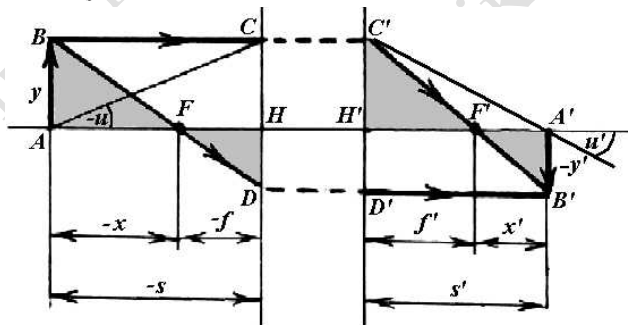


Рис 2.34

Знайдемо лінійне або поперечне збільшення системи $\beta = \frac{y'}{y}$. З подібності прямокутних трикутників з загальною вершиною у точці F маємо:

$$\frac{-y'}{y} = \frac{-f}{-x} \quad (2.20)$$

Аналогічно з подібності трикутників із загальною вершиною у точці F' випливає:

$$\frac{-y'}{y} = \frac{x'}{f'} \quad (2.21)$$

Посєднавши обидва співвідношення, одержимо формули лінійного збільшення, яке дає центрована оптична система

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'} \quad (2.22)$$

За формулою (2.22) обчислюють величину зображення y' . За знаком β визначають взаємне положення предмета і його зображення відносно оптич-

ної осі. Із формули (2.22) випливає, що лінійне збільшення не залежить від розмірів предмета u . Тому зображення плоского предмета, перпендикулярного до осі системи, буде йому подібне. З формули (2.22) випливає

$$xx' = ff' \quad (2.23)$$

Цей вираз називається **формулою Ньютона** для оптичної системи. Положення предмета, яке визначається величиною x , та положення зображення, яке визначається величиною x' , пов'язані з фокусними відстанями f і f' .

Знайдемо тепер аналогічну формулу, що встановлює зв'язок між відстанями предмета і зображення s і s' від головних точок. З рис. 2.34 випливає, що $(-x) = (-s) - (-f)$, або

$$x = s - f, \quad (2.24)$$

$$x' = s' - f'.$$

Підставимо ці вирази для x та x' до формули (2.23). Після підстановки та нескладних перетворень одержимо

$$\frac{f}{s} + \frac{f'}{s'} = 1. \quad (2.25)$$

Це **формула Гаусса** для оптичної системи у відрізках відносно головних точок системи.

Формули (2.22), (2.23) і (2.25) визначають положення спряжених точок у даній системі і відіграють роль **формул системи**. Сюди слід додати важливі формули, що пов'язують фокусні відстані з показниками заломлення середовищ і оптичною силою (див. § 2.10)

$$\frac{f}{f'} = -\frac{n}{n'}; f = -\frac{n}{\Phi}; f' = \frac{n'}{\Phi}. \quad (2.26)$$

Лінійне збільшення системи можна виразити через відрізки s і s' . З виразів (2.24) виходить, що $\frac{s'}{s} = \frac{f' + x'}{f + x}$. Підставимо сюди значення x' , знайдене з формули Ньютона (2.23),

$$\frac{s'}{s} = \frac{f'x + ff'}{x(f + x)} = \frac{f'(x + f)}{x(f + x)} = \frac{f'}{x}. \quad (2.27)$$

З формули Ньютона випливає $\frac{f'}{x} = \frac{x'}{f}$, тому $\frac{s'}{s} = \frac{f'}{x} = \frac{x'}{f}$. Далі з (2.22)

$$\beta = -\frac{f}{x}. \text{ Помножимо чисельник і знаменник на } f', \text{ одержимо } \beta = -\frac{ff'}{xf'}.$$

Але з (2.27) $\frac{f'}{x} = \frac{s'}{s}$, остаточно

$$\beta = -\frac{f}{f'} \frac{s'}{s}. \quad (2.28)$$

Для поширеного випадку, коли показники заломлення середовищ, що знаходяться по обидва боки оптичної системи (найчастіше це повітря), однакові, **формули системи** набувають вигляду:

$$\begin{aligned} f' &= -f; \\ \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} &= \frac{1}{f'}; \\ xx' &= -f^2. \\ \beta &= \frac{s'}{s}. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Приклад 2.7. За допомогою оптичної системи необхідно передати зображення предмета на екран з 6-кратним збільшенням. Предмет віддалений від переднього фокуса на 20 мм. Визначити фокусну відстань оптичної системи, а також відстань між предметом і зображенням. Система знаходиться у повітрі.

Розв'язання. Підставляючи $\beta = -6$ і $x = -20$, за формулою (2.22) визначимо фокусну відстань

$$f = -\beta x = -(-6)(-20) = -120 \text{ мм}, \quad f' = -f = 120 \text{ мм}.$$

За формулою (2.23) знаходимо

$$x' = -\frac{120^2}{-20} = 720 \text{ мм}.$$

Тоді відстань між предметом і зображенням

$$L = -x - f + f' + x' = 980 \text{ мм}.$$

Виведемо тепер формули **кутового збільшення** системи. З рис. 2.34 визначимо тангенси кутів $-u$ та u' , що утворюються спряженими променями з оптичною віссю, та підставимо їх до формули кутового збільшення:

$$\frac{tgu'}{tg(-u)} = -\frac{s}{s'},$$

або, за визначенням γ ,

$$\gamma = \frac{tgu'}{tgu} = \frac{s}{s'}. \quad (2.30)$$

Раніше знайдено

$$s = x + f, \quad s' = x' + f'.$$

Тоді

$$\gamma = \frac{x + f}{x' + f'}.$$

Використовуючи формулу (2.23) та виконуючи перетворення, отримаємо

$$\gamma = \frac{x}{f'} = \frac{f}{x'}. \quad (2.31)$$

Нагадаємо, що вузловими точками називаються дві спряжені точки N, N' , що лежать на головній оптичній осі і відображаються одна в одну з кутовим збільшенням $+1$. Дорівнюємо останній вираз одиниці, одержимо *координати вузлів* відносно фокусів

$$x_N = f', \quad x_{N'} = f. \quad (2.32)$$

Це призводить до такого *правила знаходження вузлових точок*. Відрізки HF і $H'F'$ переносять паралельно самім собі, щоб їх початкові точки H і H' співпали відповідно з фокусами F і F' . Тоді інші кінці цих відрізків обумовлять положення вузлів N' і N .

Введемо ще одну характеристику оптичної системи – **поздовжнє збільшення**. Якщо об'єкт має точки, що лежать на різних відстанях від головної площини, то зображення такого предмета не буде йому подібним (рис. 2.34).

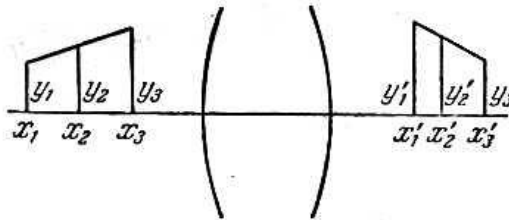


Рис. 2.35.

Це впливає з залежності лінійного збільшення від x (див. формулу (2.22)). Отже, відношення спряжених відрізків вздовж головної осі залежить від величини таких відрізків.

Нехай точка зміщується вздовж оптичної осі на відстань dx , тоді зображення цієї точки зміщується на деяку відстань dx' . **Поздовжнім збільшенням** α називається відношення довжини нескінченно малого відрізка, розташованого вздовж оптичної осі у просторі зображень, до спряженого йому відрізка у просторі предметів

$$\alpha = \frac{dx'}{dx}. \quad (2.33)$$

Диференціюємо рівняння Ньютона (2.23)

$$x \cdot dx' + x' \cdot dx = 0,$$

внаслідок чого для поздовжнього збільшення одержимо:

$$\alpha = \frac{dx'}{dx} = -\frac{x'}{x}. \quad (2.34)$$

Взявши до уваги, що лінійне збільшення виражається формулою (2.22), поздовжнє збільшення можна визначити так

$$\alpha = -\frac{f'}{f} \left(-\frac{x'}{f'} \right) \left(-\frac{f}{x} \right) = -\frac{f'}{f} \beta^2. \quad (2.35)$$

Формула (2.35) встановлює зв'язок між поперечним (лінійним) β і поздовжнім α збільшеннями.

Приклад 2.8. Оптична система проектує на екран предмет з 4-кратним збільшенням. Визначити необхідне зміщення екрана, якщо предмет пересунуто на 1 мм.

Розв'язання. Застосуємо формулу поздовжнього збільшення

$$\alpha = \frac{\Delta x'}{\Delta x}$$

і, враховуючи (2.35) при $f' = -f$, отримаємо

$$\Delta x' = \beta^2 \Delta x = 16 \text{ мм.}$$

Легко пересвідчитися, що всі три збільшення α , β і γ пов'язані між собою. Так

$$\beta\gamma = \left(-\frac{f}{x}\right) \left(\frac{x}{f'}\right) = -\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}. \quad (2.36)$$

Тут n і n' – показники заломлення середовищ у просторі предметів і просторі зображень відповідно. Для оптичної системи, що знаходиться у повітрі, $n = n'$ і

$$\gamma = 1/\beta, \quad (2.37)$$

тобто кутове збільшення обернено пропорційне лінійному. Це означає, що чим більше лінійне збільшення, тим менше кутове, тобто при збільшенні розмірів зображень промені, що утворюють його, складають менший кут, світлові пучки стають вужчими. Далі можна знайти

$$\alpha = \frac{1}{\gamma^2} \frac{n'}{n},$$

і остаточно

$$\alpha\gamma = \beta. \quad (2.38)$$

Кожне із збільшень є важливим для характеристики окремих властивостей оптичних систем: лінійне – для одержання дійсних зображень або проєктування на екран, поздовжнє – для одержання потрібної глибини різкого зображення простору, кутове – при збільшенні кутових розмірів за допомогою телескопічних систем.

Приклад 2.9. Визначити задню фокусну відстань, відстань від заднього фокуса до зображення і лінійне збільшення тонкої лінзи, якщо $x = -400$ мм, $s' = 100$ мм, $-f = f'$.

Розв'язання. Відстань від лінзи до предмета $s = x + f$, або $s = x - f'$. Підставляючи у формулу Гаусса (2.25) значення s , одержимо

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{x - f'} = \frac{1}{f'}, \quad \text{або} \quad \frac{f'}{s'} - \frac{f'}{x - f'} = 1.$$

Після перетворень

$$f'^2 - xf' + s'x = 0.$$

Звідки

$$f' = 0,5x \pm \sqrt{0,25x^2 - s'x} = -200 \pm 282,84.$$

Оскільки лінза є додатною, то вибираємо $f' = 82,84$ мм. Тоді за формулою Ньютона (2.23) і формулою (2.28)

$$x' = -\frac{f'^2}{x} = 17,16 \text{ мм},$$

$$\beta = -\frac{f's'}{fs} = \frac{s'}{s} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'} = -\frac{17,16}{82,84} = -0,21.$$

§ 2.8. ДОДАВАННЯ ОПТИЧНИХ СИСТЕМ

Реальні оптичні системи є складними системами, які складаються з декількох окремих систем. Нехай дві центровані оптичні системи розташовані одна поза іншою так, що їх осі співпадають. Тоді вони утворюють єдину центровану оптичну систему (рис. 2.36)

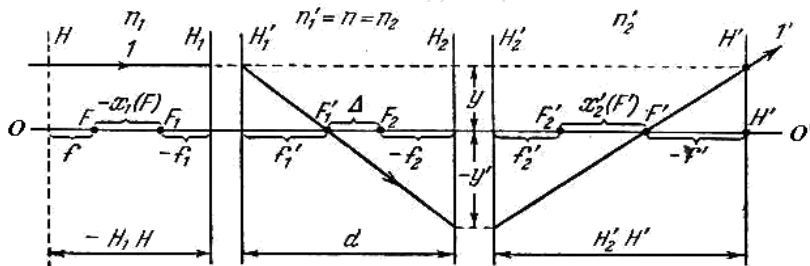


Рис. 2.36.

Система, дія якої є еквівалентною дії заданих простих систем з однією загальною віссю, називається **еквівалентною оптичною системою**.

Можна обчислити *фокусні відстані і положення кардинальних точок* еквівалентної системи. Позначимо індексом 1 величини, що відносяться до першої системи, індексом 2 – ті, що відносяться до другої системи. Штриховані величини відповідають простору зображень, а нештриховані – простору об'єктів. Величини без індексів відносяться до складеної системи: F є передній фокус системи, H – головна площина і т.д. Відстань від заднього фокуса F_1' першої системи до переднього фокуса F_2 другої системи позначимо літерою Δ . Відрізок $\Delta = F_1'F$ на рис. 2.36 називають **оптичним інтервалом**.

Взаємне розташування двох систем задається відстанню d від задньої головної площини H_1' першої системи до передньої головної площини H_2 другої системи. З рис. 2.36 видно, що

$$d = f_1' + \Delta - f_2,$$

звідки оптичний інтервал

$$\Delta = d - f_1' + f_2. \quad (2.39)$$

Користуючись рис. 2.36, знайдемо **положення головних площин і головних фокусів** складної системи.

Для цього розглянемо хід променя I , який іде паралельно головній оптичній осі.

Після виходу з першої системи він пройде через фокус F_1' і попаде до другої системи. Якщо $\Delta \neq 0$, після заломлення у другій системі промінь перетне вісь у точці F' . Точка F' є другим головним (заднім) фокусом складної системи тому, що в цій точці перетинаються два промені, які до падіння на систему були паралельними один одному: промінь I і промінь, який іде вздовж осі OO' системи. Точка перетину променя I' з уявним продовженням променя I буде лежати на задній головній площині H' складної системи. Це

впливає з того, що точка перетину променя l' з площиною H' повинна знаходитись на тій самій відстані від осі, як і точка перетину променя l з площиною H (положення якої поки невідомо, площина H показана на рис. 2.36 штриховою лінією). Відстань $H'F'$ являє собою задню фокусну відстань f' складної системи.

З метою спрощення обчислень помістимо у фокальні точки F_1, F'_1, F_2, F'_2 оптичних систем, що додаються, початки систем відліку. Як і раніше, відстань, що відраховується від фокуса, позначається літерою x , але з відповідною позначкою. Координати у системах F_1, F'_1, F_2, F'_2 будемо позначати відповідно x_1, x'_1, x_2, x'_2 . У дужках будемо вказувати точку, для якої написана координата.

Будемо вважати, що зображення нескінченно віддаленої точки у першій системі — фокус F'_1 — є “предметом” для другої системи.

Якщо F'_1 — предметна точка, то F' — її зображення у другій системі. Координата цього предмета в системі з початком у точці F_2 буде $x_2(F'_1)$, а координата його зображення в системі з початком у точці F'_2 буде $x'_2(F')$. Ці координати пов'язані формулою Ньютона (2.23)

$$x_2(F'_1)x'_2(F') = f_2f'_2.$$

Але $x_2(F'_1) = -\Delta$, звідки координата задньої фокальної точки складної системи, що відраховується від заднього фокуса другої системи

$$x'_2(F') = -\frac{f_2f'_2}{\Delta}. \quad (2.40)$$

Для прямокутних трикутників з загальною вершиною у точці F'_1 можна написати співвідношення:

$$\frac{y}{-y'} = \frac{f'_1}{\Delta + (-f_2)} = \frac{f'_1}{\Delta - f_2}. \quad (2.41)$$

Для трикутників з загальною вершиною у точці F' маємо

$$\frac{y}{-y'} = \frac{-f'}{f'_2 + x'_2(F')} = \frac{-f'}{f'_2 - \frac{f_2 \cdot f'_2}{\Delta}} = \frac{-f' \cdot \Delta}{f'_2(\Delta - f_2)}. \quad (2.42)$$

Зрівнюючі праві частини (2.41) і (2.42), знайдемо **задню фокусну відстань** f' складної системи

$$f' = -\frac{f'_1 \cdot f'_2}{\Delta}. \quad (2.43)$$

Повторюючи міркування для променя, що йде паралельно осі справа наліво, за аналогією можна одержати формули для координати $x_1(F)$ переднього фокуса F системи, відрахованої від точки F_1 — переднього фокуса першої системи та **передньої фокусної відстані f складної системи**

$$x_1(F) = \frac{f_1 f_1'}{\Delta} \quad (2.44)$$

$$f = \frac{f_1 \cdot f_2}{\Delta}. \quad (2.45)$$

Знайдемо **оптичну силу** складної системи. Згідно з формулою (2.18)

$$\Phi = \frac{n_2'}{f'} = -\frac{n_2' \cdot \Delta}{f_1' \cdot f_2'}.$$

Перетворимо цей вираз таким чином:

$$\Phi = -\frac{\Delta}{n} \frac{n_2'}{f_1' f_2'} = -\frac{\Delta}{n} \Phi_1 \Phi_2, \quad (2.45)$$

де Φ_1 і Φ_2 — оптичні сили кожної системи. Замінімо Δ через d згідно з (2.39):

$$\Phi = -\frac{d - f_1' + f_2}{n} \cdot \Phi_1 \Phi_2 = \frac{f_1'}{n} \cdot \Phi_1 \Phi_2 - \frac{f_2}{n} \Phi_1 \Phi_2 - \frac{d}{n} \Phi_1 \Phi_2.$$

Враховуючи, що $\frac{f_1'}{n} = \frac{1}{\Phi_1}$, а $\frac{f_2}{n} = -\frac{1}{\Phi_2}$, одержимо для **оптичної сили складної системи**

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - \frac{d}{n} \Phi_1 \Phi_2. \quad (2.46)$$

Фокусні відстані складної системи можна обчислити за формулами:

$$f' = \frac{n_2'}{\Phi}; \quad f = -\frac{n_1}{\Phi}. \quad (2.47)$$

Визначимо координату $x_1(H)$ головної точки H складної системи відносно передньої фокальної точки F_1 першої системи. З рис.2.36 маємо

$$-x_1(H) = f - x_1(F),$$

звідки, з урахуванням (2.44) і (2.45), одержимо

$$x_1(H) = f_1 \frac{f_1' - f_2}{\Delta}. \quad (2.48)$$

За аналогією знайдемо й координату $x_2'(H')$ головної точки H' складної системи відносно задньої фокальної точки F_2' другої системи

$$x_2'(H') = f_2' \frac{f_1' - f_2}{\Delta}. \quad (2.48, a)$$

Іноді зручно визначати положення головних площин H і H' сумарної системи по відношенню до головних площин систем, що додаються. Позначимо відповідні відрізки через $H_1H = X_H$ та $H_2'H' = X_{H'}$. З рис. 2.36 з урахуванням правила знаків випливає, що

$$-X_H = -H_1H = -f_1 - x_1(F) + f;$$

$$X_{H'} = H_2'H' = f_2' + x_2'(F') - f'.$$

Підставляючи значення відповідних величин, одержимо

$$\begin{aligned} X_H = H_1H &= f_1 \frac{\Delta + f_1' - f_2}{\Delta} = f_1 \frac{d}{\Delta} \\ X_{H'} = H_2'H' &= f_2' \frac{\Delta + f_1' - f_2}{\Delta} = f_2' \frac{d}{\Delta}. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Враховуючи, що $\Delta = -n\Phi/(\Phi_1\Phi_2)$, $f_1 = -n_1/\Phi_1$, $f_2' = n_2'/\Phi_2$, отримаємо

$$\left. \begin{aligned} X_H = H_1H &= \frac{n_1}{n} \frac{\Phi_2}{\Phi} d \\ X_{H'} = H_2'H' &= -\frac{n_2'}{n} \frac{\Phi_1}{\Phi} d \end{aligned} \right\} \quad (2.50)$$

Лінійне збільшення еквівалентної системи визначається формулою

$$\beta = \frac{f_1 f_2}{f_1 f_1' - x_1(F) \Delta}. \quad (2.51)$$

§ 2.9. ЗАЛОМЛЕННЯ ПРОМЕНІВ СФЕРИЧНОЮ ПОВЕРХНЕЮ

Більшість оптичних деталей, а, отже, оптичних систем, має заломлюючі поверхні сферичної форми. Так, найпростіша система – лінза – обмежена двома сферичними поверхнями.

Розглянемо проходження гомоцентричного пучка крізь таку поверхню. Нехай два середовища з показниками заломлення n і n' розділені сферичною поверхню з радіусом R (рис. 2.37). Центр кривизни поверхні знаходиться в точці C , точка O перетину поверхні з головною оптичною віссю зветься **вершиною**. Прийемо точку O за початок відліку.

Припустимо, що точкове джерело світла P знаходиться на оптичній осі системи. Координати точки P та її зображення P' позначимо відповідно s і s' .

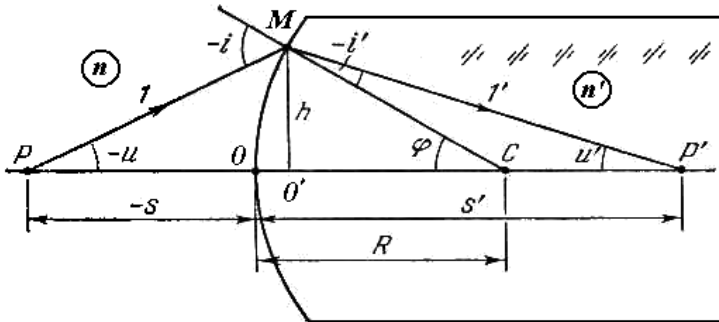


Рис. 2.37.

Для побудови зображення точки P виберемо два промені, що виходять з точки P і є крайніми променями плоского пучка: промінь PO , який іде вздовж оптичної осі, і промінь PM , який утворює з оптичною віссю скінченний кут u . Промінь PO не зазнає заломлення, тому що співпадає з нормаллю до поверхні у вершині O . Після заломлення променя PM обидва перетинаються в точці P' (розглянуто випадок, коли $n' > n$). Промені l та l' є спряженими.

Згідно з правилами знаків кут u , який відраховується проти годинникової стрілки, від'ємний. Додатною буде величина $-u$, її вказано на рисунку. Це саме стосується кутів падіння і заломлення i та i' , які теж від'ємні. Додатними є величини $-i$ та $-i'$.

Для параксіальних променів синуси і тангенси кутів можна замінити самими кутами у радіанній мірі. Тому закон заломлення

$$n \cdot \sin(-i) = n' \cdot \sin(-i')$$

можна записати як

$$ni = n'i' \tag{2.52}$$

З трикутників PMC і $P'MC$ маємо:

$$\begin{aligned} -i &= -u + \varphi, & \text{або} & & i &= u - \varphi, \\ -i' &= \varphi - u', & \text{або} & & i' &= u' - \varphi. \end{aligned}$$

Тут φ – додатний кут між оптичною віссю і радіусом CM .

Тоді (2.52) набуває вигляду

$$n(u - \varphi) = n'(u' - \varphi) \quad (2.53)$$

Позначимо як $-s$ і s' додатні відстані від вершини заломлюючої поверхні до точок P і P' , як h – довжину перпендикуляра, опущеного з точки M на оптичну вісь.

Для параксіальних променів довжиною відрізка OO' можна знехтувати у порівнянні з $(-s)$, s' і R та вважати $PO' = -s$, $O'P' = s'$, $O'C = R$. Тут R — радіус кривизни сферичної заломлюючої поверхні. Він відраховується від сферичної поверхні до її центра, на рис. 2.40 R – додатна величина.

Для тангенсів кутів

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(-u) = (-u) = h/(-s), \quad \text{або} \quad u = h/s \\ \operatorname{tg} u' = u' = h/s'; \\ \operatorname{tg} \varphi = \varphi = h/R. \end{aligned}$$

Підставимо такі значення до формули (2.53). Скорочуючи на h , одержимо

$$n \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{R} \right) = n' \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{R} \right). \quad (2.54)$$

З формули (2.54) робимо висновок, що вираз $Q = n(1/s - 1/R)$ у разі переходу променя з одного середовища в інше зберігає своє значення. Такий вираз називається **нульовим (або параксіальним) інваріантом Аббе** для сферичної заломлюючої поверхні. Рівність (2.54) можна переписати так

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{R} = \Phi, \quad (2.55)$$

де літерою Φ позначено величину, що стоїть у правій частині виразу — **оптичну силу заломлюючої поверхні**.

Основне співвідношення (2.55) дозволяє знайти s' якщо задане s , тобто відшукати положення зображення P' точки за заданим положенням точки P .

З формули (2.55) випливає, що при заданому s незалежно від значення кута u (він не входить до формули) отримується одне й теж значення s' . Отже, всі параксіальні промені, що виходять з однієї точки P оптичної осі, після заломлення на сферичній поверхні перетнуться також у одній точці P' . Тому точка P' буде оптичним зображенням точки P у параксіальних променях.

Таким чином, для параксіальних пучків променів гомоцентричний пучок після заломлення на сферичній поверхні залишається гомоцентричним.

Це положення поширюється і на центровану систему, що складається з декількох заломлюючих поверхонь.

Величина інваріанта Аббе буде змінюватись зі зміною положення спряжених точок P, P' , а також при переході від однієї поверхні до іншої. Тому він не є повним інваріантом.

З формули (2.55) також видно, що при фіксованій відстані до предмета s відстань до зображення s' є тим меншою (промені заломлюються сильніше), чим більшою є Φ . Тому Φ називають **оптичною силою** заломлюючої поверхні.

Якщо точка P не лежить на головній оптичній осі, позначимо її ординату літерою y , а літерою y' – ординату зображення. Окремо доводиться, що координати s, y точки P і координати s', y' її зображення пов'язані співвідношеннями

$$\begin{aligned} s' &= \frac{n'Rs}{(n' - n)s + nR}, \\ y' &= \frac{nRy}{(n' - n)s + nR}. \end{aligned} \quad (2.56)$$

Зазначимо, що для променів, які утворюють значні кути з оптичною віссю, пучок, спряжений з гомоцентричним пучком у просторі предметів, не буде гомоцентричним. Це обумовлено так званою сферичною аберацією (див. § 2.13). Але для параксіальних променів сферична поверхня є ідеальною оптичною системою.

Приклад 2.10. Знайти положення головних площин сферичної поверхні.
Розв'язання. Застосуємо нульовий інваріант Аббе (2.55).

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{R}. \quad (*)$$

Тут s і s' — відстані від вершини заломлюючої поверхні до відповідних головних площин.

Оскільки мова йде про головні площини, за визначенням лінійне збільшення у головних площинах дорівнює одиниці, $\beta = +1$. Згідно з формулою (2.28) лінійне збільшення

$$\beta = -\frac{f}{f'} \frac{s'}{s} = \frac{n}{n'} \frac{s'}{s}.$$

Отже

$$\frac{ns'}{n's} = +1 \quad (**)$$

З рівнянь (*) і (**) знайдемо s і s' . Після множення рівняння (*) на добуток ss' дістанемо

$$n's - ns' = \frac{n' - n}{R} ss'.$$

З рівняння (***) маємо $n's = ns'$. Тоді $ss' = 0$. Замінімо $s' = \frac{n'}{n}s$, одержимо $\frac{n'}{n}s^2 = 0$, отже $s = 0$ і $s' = 0$. На підставі цього доходимо висновку: головні площини H і H' співпадають і проходять через вершину сферичної поверхні.

Отже, доведено, що головні площини H і H' заломлюючої поверхні співпадають і проходять через вершину O . У вершині O знаходяться також головні точки заломлюючої поверхні, які теж співпадають. Промінь, який іде через центр кривизни C , не заломлюється (рис. 2.37). Тоді вузли N і N' також співпадають один з одним та з центром кривизни C поверхні.

З рівняння (2.55) можна знайти **фокусні відстані** для однієї заломлюючої сферичної поверхні. Якщо промені падають на поверхню паралельно головній оптичній осі зліва ($s = -\infty$), то **задня фокусна відстань**

$$s' = f' = \frac{n'R}{n' - n} = \frac{n'}{\Phi}. \quad (2.57)$$

Якщо ж, навпаки $s' = \infty$, то **передня фокусна відстань**

$$s = f = -\frac{nR}{n' - n} = -\frac{n}{\Phi}. \quad (2.58)$$

З формул (2.57) і (2.58) випливає, що фокусні відстані сферичної поверхні є різними за знаком і нерівними за абсолютними величинами. Далі $\Phi = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}$, тобто введена у (2.55) величина співпадає з оптичною силою системи, яка визначається формулою (2.18). Розділивши рівність (2.58) на (2.57), одержимо залежність між фокусними відстанями і показниками заломлення

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}. \quad (2.59)$$

З формули (2.59) видно, що головні фокусні відстані пропорційні коефіцієнтам заломлення речовин, у яких лежать фокуси. Знак мінус визначає те, що фокусні відстані різних знаків, тобто перший і другий головні фокуси лежать по різні боки від заломлюючої поверхні.

Поділимо ліву і праву частини формули (2.55) на $\frac{n' - n}{R}$:

$$\frac{1}{s'} \frac{n'R}{(n' - n)} - \frac{1}{s} \frac{nR}{(n' - n)} = 1.$$

З урахуванням (2.57) і (2.58) одержимо

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1 \quad (2.60)$$

Вираз (2.60) називається *формулою сферичної поверхні*. Вона співпадає з формулою Гаусса (2.25) центрованої оптичної системи.

Якщо відраховувати координати точок P і P' не від вершини заломлюючої поверхні, а відносно першого і другого головних фокусів та позначити їх як x і x' , то можна одержати для сферичної поверхні формулу Ньютона $xx' = ff'$. Всі інші формули центрованої оптичної системи також є справедливими для однієї заломлюючої поверхні, якщо обмежитись розгляданням параксіальних пучків променів.

Щоб побудувати зображення, яке дає сферична поверхня, можна користуватися будь-якими двома променями від точки предмета. Промені, паралельні головній оптичній осі, після заломлення пройдуть через головний фокус, а промені, що йдуть через фокуси, підуть паралельно оптичній осі. Промені, які мають напрям на центр кривизни, не заломлюються на сферичній поверхні.

Для розрахунку положення зображення, яке виникає внаслідок заломлення на сферичній поверхні, застосовують формули (2.55) і (2.56). Шляхом послідовного застосування можна знайти положення зображення, яке дає система, що складається з будь-якого числа заломлюючих поверхонь.

Іноді умовно розглядають формально математично відбивання як заломлення, при якому показнику заломлення n' приписують від'ємне значення,

$n' = -n$. Якщо у формулі (2.55) покласти $\frac{n'}{n} = -1$, її можна застосовувати і

на випадок відбивання, тоді одержимо формулу **сферичного дзеркала**

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}. \quad (2.61)$$

Фокусну відстань сферичного дзеркала визначимо за формулою (2.57),

знайдемо, що $f = \frac{R}{2}$. Отже, формулі дзеркала можна надати вигляду

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}. \quad (2.62)$$

У випадку дзеркала зображення буде дійсним, якщо воно лежить по той самий бік з предметом, і уявним, якщо воно розміщене за дзеркалом. Фокус вгнутого дзеркала дійсний, опуклого – уявний.

Вираз (2.59) для однієї сферичної поверхні можна поширити і на будь-яке число заломлюючих поверхонь. Для центрованої оптичної системи це означає, що відношення фокусних відстаней дорівнює відношенню відповідних показників заломлення крайніх середовищ, яке взяте з оберненим знаком.

Приклад 2.11. Сферична поверхня радіуса $R = 50$ мм розділяє два середовища з показниками заломлення $n = 1$ і $n' = 1,81$. Визначити передню і задню фокусні відстані заломлюючої поверхні, розмір зображення, а також оптичну силу поверхні, якщо предмет висотою $y = 20$ мм відстоїть від вершини заломлюючої поверхні на відстань $s = -200$ мм.

Розв'язання. Підставивши n і n' у (2.57) і (2.58), знаходимо

$$f = -\frac{n}{n' - n} R = -64,44 \text{ мм.} \quad f' = \frac{n'}{n' - n} R = 111,44 \text{ мм.}$$

За формулою (2.55)

$$s' = n' / \left(-\frac{n' - n}{R} + \frac{n}{s} \right) = 160,86 \text{ мм.}$$

Лінійне збільшення з (2.28)

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{fs'}{fs} = \frac{ns'}{n's} = -0,44.$$

Величина зображення

$$y' = \beta y = -8,87 \text{ мм.}$$

Оптична сила

$$\Phi = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f} = 0,016.$$

§ 2.10. ТЕОРЕМА ЛАГРАНЖА — ГЕЛЬМГОЛЬЦА. ЗВ'ЯЗОК МІЖ ФОКУСНИМИ ВІДСТАНЯМИ І ПОКАЗНИКАМИ ЗАЛОМЛЕННЯ

2.10.1. Теорема Лагранжа — Гельмгольца.

Нехай малий відрізок PQ розташований у просторі предметів перпендикулярно до оптичної осі (рис. 2.38). Розглянемо, які умови потрібно виконати, аби заломлююча поверхня давала *ідеальне зображення* точки і відрізка прямої.

За допомогою сферичної заломлюючої поверхні побудуємо зображення відрізка PQ' .

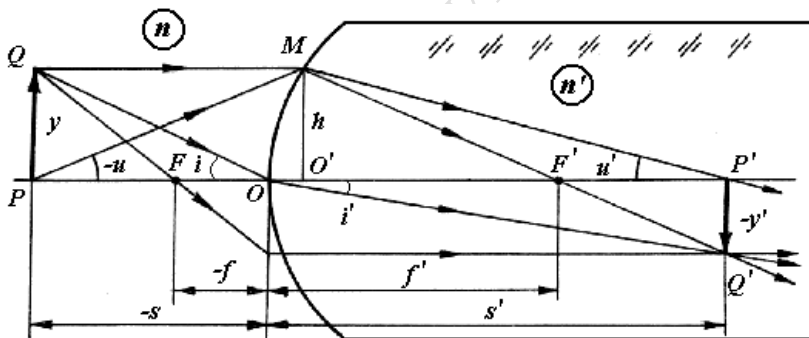


Рис. 2.38.

З трикутників POQ і $P'OQ'$ матимемо

$$\frac{y}{(-s)} = \operatorname{tgi}; \quad \frac{(-y')}{s'} = \operatorname{tgi}'.$$

При малих розмірах PQ і $P'Q'$ всі кути теж малі, і можна вважати, що синуси кутів дорівнюють тангенсам кутів і самим кутам. Тоді

$$\frac{\operatorname{tgi}}{\operatorname{tgi}'} = \frac{\sin i}{\sin i}'.$$

Підставивши сюди закон заломлення світла на межі двох середовищ

$$\frac{\sin i}{\sin i}' = \frac{n'}{n},$$

одержимо

$$\frac{n'(-y')}{s'} = \frac{ny}{-s},$$

або, використовуючи лінійне збільшення β ,

$$\frac{y'}{y} = \beta = \frac{ns'}{n's}. \quad (2.63)$$

Для заломлюючої системи n і n' — завжди додатні. З формули (2.63) випливає, що знак збільшення β визначається знаком відношення $\frac{s'}{s}$. У разі дійсного зображення $s < 0$, $s' > 0$, отже $\beta < 0$ і зображення перевернуте. Як-

що зображення уявне, то s і s' мають однакові знаки і $\beta > 0$, зображення пряме.

Для параксіальних променів відрізком OO' нехтуємо і вважаємо, що $PO' \approx -s$, $OP' \approx s'$.

З рис. 2.38 видно, що

$$\operatorname{tg}(-u) = \frac{h}{-s}; \quad \operatorname{tgu}' = \frac{h}{s'}.$$

Якщо вважати кути рівними їх тангенсам, маємо

$$\frac{u}{u'} = \frac{s'}{s}.$$

Підставивши це значення $\frac{s'}{s}$ у (2.63), одержимо ще один вираз для лінійного збільшення, яке дає заломлююча поверхня

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{n}{n'} \frac{u}{u'}. \quad (2.64)$$

Перепишемо (2.64) у вигляді

$$ynu = y'n'u'. \quad (2.65)$$

Співвідношення (2.65) носить назву **теорема Лагранжа — Гельмгольца** або інваріанта Лагранжа — Гельмгольца. Інваріантом називають величину, яка має однакове значення в різних частинах оптичної системи, від латинського слова *invariantis* — той, що не змінюється.

У більш загальному вигляді

$$yntgu = y'n'tgu'. \quad (2.66)$$

Добуток розмірів предмета y в перпендикулярному до оптичної осі напрямі на показник заломлення n середовища і на тангенс кута u між променем з точки предмета до сферичної поверхні і оптичною віссю дорівнює добуткові відповідних величин зображення.

Рівняння Лагранжа-Гельмгольца (2.65) є вірним у параксіальній області. Якщо ж апертура пучка велика, тобто спряжені точки головної оптичної осі зображуються широким пучком променів, то умови параксіальності порушуються. Отримання чітких зображень, коли всі точки малого відрізка, розташованого на оптичній осі системи і перпендикулярного цій осі, зображуються без аберацій (сферичної аберації, коми, див. §2.13), можливе, якщо виконується **умова синусів Аббе**:

$$yn \sin u = y' n' \sin u', \quad (2.67)$$

або

$$\frac{n \sin u}{n' \sin u'} = \beta. \quad (2.67, a)$$

Можна показати, що теорема Лагранжа — Гельмгольца залишається справедливою також для будь-якої центрованої оптичної системи, яка складається з довільного числа k заломлюючих поверхонь. При цьому інваріант Лагранжа — Гельмгольца (повний інваріант) можна написати у вигляді:

$$y_1 n_1 u_1 = y'_k n'_k u'_k,$$

де y_1 — розміри об'єкта, що розміщений перед системою, а y'_k — розміри зображення, що виникають після проходження світла через всю систему.

Рівняння Лагранжа — Гельмгольца $ynu = \text{const}$ накладає обмеження на умови перетворення світлових пучків за допомогою оптичних систем, пов'язуючи *апертуру* (кут між крайніми променями світлового пучка) і *розмір предмета з апертурою і розміром зображення*. Будова перетвореного оптичною системою пучка може бути тільки такою, яку дозволяє умова Лагранжа — Гельмгольца. Оскільки для всіх значень кутів в межах апертури параксіальних променів відношення s/s' залишається постійним, з (2.63) випливає, що лінійне збільшення залишається сталим для всіх значень кутів u і u' параксіальних променів. Це означає, що зображення предмета, одержане параксіальними променями, передається без змін, якою б частиною параксіального пучка не було б воно утворене.

Для параксіальних променів умова синусів (2.67) переходить до теореми Лагранжа — Гельмгольца (2.65).

2.10.2. Зв'язок між фокусними відстанями і показниками заломлення.

Уявимо собі оптичну систему, яка складається з декількох сферичних поверхонь. Нехай поверхні O і O' є першою і останньою поверхнями (рис. 2.39).

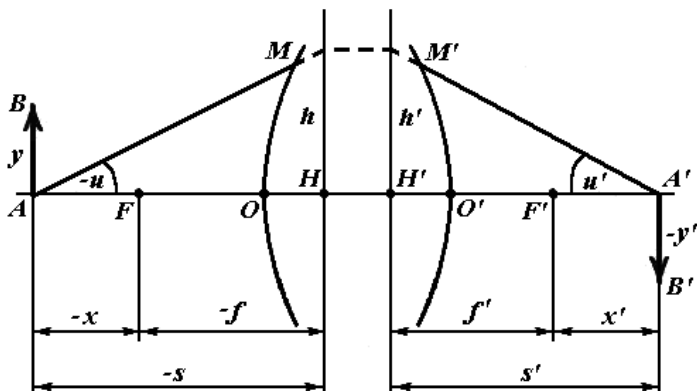


Рис. 2.39.

З точки A предмета проводимо параксіальний промінь AM , який утворює з оптичною віссю нескінченно малий кут u . Спряжений з ним промінь $M'A'$ утворює з оптичною віссю також нескінченно малий кут u' . З рис. 2.39 отримаємо

$$h = (-s)(-u) = s'u'.$$

Оскільки $s = x + f$ і $s' = x' + f'$, то

$$(x + f)u = (x' + f')u'. \quad (2.68)$$

Згідно з формулою (2.22)

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}.$$

Визначимо звідси x і x'

$$x = -\frac{y}{y'}f; \quad x' = -\frac{y'}{y}f'$$

і підставимо у (2.68). Матимемо

$$f\left(\frac{y' - y}{y'}\right)u = f'\left(\frac{y - y'}{y}\right)u';$$

$$\frac{fu}{y'} = -\frac{f'u'}{y},$$

або

$$yfu = -y'f'u'. \quad (2.69)$$

Порівнявши (2.69) з інваріантом Лагранжа — Гельмгольца (2.65), остаточно дістанемо важливий висновок

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}. \quad (2.70)$$

Відношення фокусних відстаней довільної оптичної системи дорівнює відношенню показників заломлення крайніх середовищ (першого і останнього), яке узятє з оберненим знаком. Якщо крайні середовища однакові, $n' = n$, то $f' = -f$, що частіше і буває на практиці.

Приклад 2.12. Використовуючи дані прикладу 2.11, визначити інваріант Лагранжа—Гельмгольца, якщо відстань точки заломлення крайнього променя пучка від головної оптичної осі $h = 10$ мм.

Розв'язання.

$$u = \frac{h}{s} = -0,05; \quad u' = \frac{h}{s'} = 0,0627$$

Інваріант дорівнює

$$y u n' u' = -1.$$

§ 2.11. ЛІНЗА

Лінза є одним з основних елементів оптичних систем. Вона являє собою прозоре (за звичаєм, скляне) тіло, обмежене двома сферичними поверхнями (рис. 2.40). Лінза називається **тонкою**, якщо товщина її d (відстань між вершинами заломлюючих поверхонь) є малою порівняно з радіусами кривизни поверхонь і з діаметром лінзи (апертурою).

Якщо відстанню d між вершинами заломлюючих поверхонь знехтувати не можна, лінза називається **товстою** (рис. 2.40).

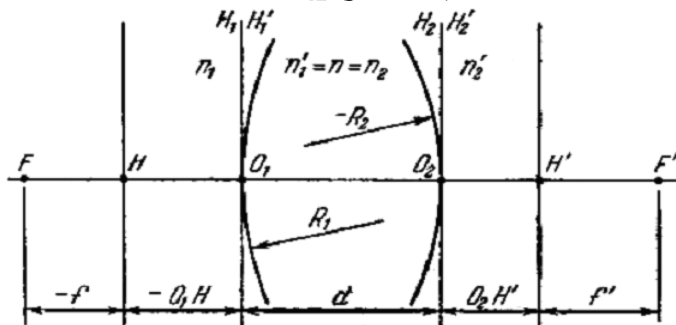


Рис. 2.40.

2.11.1. Товста лінза. Позначимо радіуси кривизни сферичних поверхонь як R_1 і R_2 , показник заломлення лінзи як n , відстань між сферичними поверхнями як d . Для спрощення будемо вважати, що лінза знаходиться у повітрі, для якого показник заломлення вважаємо рівним одиниці, тобто $n_1 = n'_2 = 1$.

Товсту лінзу можна розглядати як складну оптичну систему (див. § 2.8), що складається з двох сферичних заломлюючих поверхонь. Товщина d лінзи співпадає з відстанню від задньої головної площини H_1' першої поверхні до передньої головної площини H_2 другої поверхні. Знайдемо оптичні сили заломлюючих поверхонь за формулою нульового інваріанта Аббе (2.55):

$$\Phi_1 = \frac{n'_1 - n_1}{R_1} = \frac{n - 1}{R_1},$$

$$\Phi_2 = \frac{n'_2 - n_2}{R_2} = \frac{1 - n}{R_2}.$$

Для оптичної сили товстої лінзи за формулою оптичної сили сумарної системи (2.46) маємо

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - \frac{d}{n} \Phi_1 \Phi_2 = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{d(n - 1)^2}{nR_1R_2}.$$

Оптичну силу Φ товстої лінзи можна визначити через фокусні відстані

$$\Phi = -\frac{n_1}{f} = \frac{n'_2}{f'},$$

а у повітрі

$$\Phi = -\frac{1}{f} = \frac{1}{f'}.$$

Підставивши сюди значення Φ , дістанемо

$$f' = -f = \left(\frac{n}{n - 1} \right) \frac{R_1 R_2}{(n - 1)d - n(R_1 - R_2)}. \quad (2.71)$$

Отже, в однорідному середовищі передня і задня фокусні відстані товстої лінзи є рівними за величиною і відрізняються знаком.

Визначимо **положення головних площин** H і H' лінзи відносно відповідних вершин O_1 і O_2 поверхонь лінзи. Головні площини першої і другої заломлюючих поверхонь H_1, H'_1 та H_2, H'_2 співпадають з площинами, що є дотичними до заломлюючих поверхонь у вершинах O_1 і O_2 (див. приклад 2.10). Тому відстань $O_1H = X_H$ від вершини першої поверхні O_1 до передньої

головної площини лінзи являє собою відстань H_1H на рис. 2.36, яку можна обчислити за формулою (2.50) (нагадаємо, що ми прийняли $n_1 = n_2 = 1$):

$$X_H = O_1H = H_1H = \frac{n_1}{n} \frac{\Phi_2}{\Phi} d = \frac{1}{n} \frac{\Phi_2}{\Phi} d. \quad (2.72)$$

Аналогічно знайдемо положення задньої головної площини відносно вершини другої поверхні O_2

$$X_{H'} = O_2H' = H_2'H' = -\frac{n'_2}{n} \frac{\Phi_1}{\Phi} d = -\frac{1}{n} \frac{\Phi_1}{\Phi} d. \quad (2.73)$$

Підставивши значення Φ_1 , Φ_2 і Φ , одержимо

$$\left. \begin{aligned} X_H = O_1H &= \frac{R_1 d}{n(R_1 - R_2) - (n-1)d} \\ X_{H'} = O_2H' &= \frac{R_2 d}{n(R_1 - R_2) - (n-1)d} \end{aligned} \right\}. \quad (2.74)$$

Приклад 2.13. Знайти положення головних площин і фокусів товстої двоопуклої скляної лінзи, розміщеної у повітрі, якщо радіуси кривизни її поверхонь $R_1 = 15$ см і $R_2 = -10$ см, товщина лінзи $d = 3$ см, показник заломлення скла $n = 1,5$.

Розв'язання. Положення головних площин лінзи знаходимо за формулами (2.74):

$$X_H = \frac{R_1 d}{n(R_1 - R_2) - (n-1)d} = \frac{15 \cdot 3}{1,5(15 - (-10)) - (0,5)3} = 1,25 \text{ см,}$$

$$X_{H'} = \frac{R_2 d}{n(R_1 - R_2) - (n-1)d} = \frac{(-10)3}{36} = -0,83 \text{ см.}$$

Таким чином, перша головна площина лінзи H розміщена праворуч від вершини O_1 на відстані 1,25 см. Друга головна площина H' розміщена ліворуч від вершини O_2 на відстані 0,83 см. У даному прикладі обидві головні площини розміщені всередині лінзи (рис. 2.41).

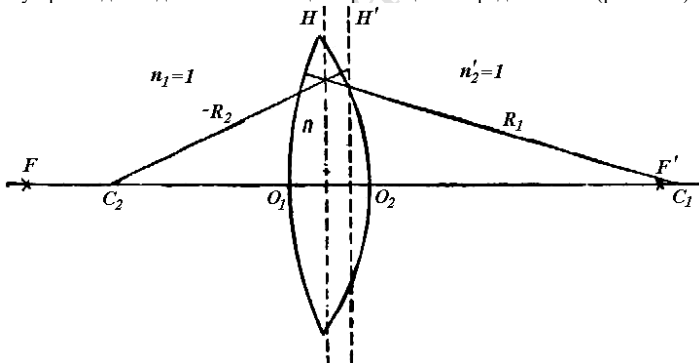


Рис. 2.41.

Фокусні відстані дістанемо за формулою (2.68).

$$f' = -f = \frac{n}{n-1} \frac{R_1 R_2}{(n-1)d - n(R_1 - R_2)} = \frac{1,5}{1,5-1} \frac{15(-10)}{(1,5-1)3 - 1,5(15 - (-10))} = 12,5 \text{ см.}$$

Оскільки фокусні відстані відраховуються від відповідних головних площин, то передній і задній фокуси лінзи розташовані не на однакових відстанях від вершин O_1 і O_2 . Передній фокус відстоїть від вершини O_1 на відстань $-12,5 \text{ см} + 1,25 \text{ см} = -11,25 \text{ см}$, тобто ліворуч від O_1 . Задній фокус відстоїть від вершини O_2 на відстань $12,5 \text{ см} - 0,83 \text{ см} = 11,67 \text{ см}$ праворуч від O_2 .

Розрахунки дають формули для фокальних відрізків (відстаней від вершин поверхонь до фокусів):

задній фокальний відрізок

$$s'_{F'} = f' \left(1 - \frac{(n-1)d}{nR_1} \right), \quad (2.75)$$

передній фокальний відрізок

$$s_F = -f' \left(1 + \frac{(n-1)d}{nR_2} \right). \quad (2.75, a)$$

З формули центрованої оптичної системи (2.25) можна одержати для товстої лінзи формулу, що визначає положення спряжених точок (**формулу товстої лінзи** у формі Гаусса)

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}. \quad (2.76)$$

Ця формула має такий самий вигляд і для тонкої лінзи (див. далі (2.82)), але у товстої лінзи відстані s і s' відраховуються від головних точок, у той час як у тонкої лінзи — від оптичного центра лінзи.

Приклад 2.14. Знайти фокусні відстані, фокальні відрізки і положення головних площин товстої скляної лінзи у повітрі, якщо радіуси кривизни поверхонь $R_1 = 20 \text{ мм}$, $R_2 = -30 \text{ мм}$, товщина лінзи $d = 5 \text{ мм}$, показник заломлення скла $n = 1,5163$.

Розв'язання. За формулою (2.71) визначимо задню фокусну відстань f' :

$$\begin{aligned} f' &= \frac{nR_1 R_2}{(n-1)(n(R_2 - R_1) + (n-1)d)} = \frac{1,5163 \cdot 20 \cdot (-30)}{(1,5163-1)(1,5163(-30-20) + (1,5163-1)5)} = \\ &= \frac{-909,78}{-37,81} \approx 24,1 \text{ мм.} \end{aligned}$$

Задній фокальний відрізок – відстань від вершини останньої (другої) поверхні до заднього фокуса – знайдемо за формулою (2.75):

$$s'_{F'} = 24,1 \left(1 - \frac{(1,5163-1)5}{1,5163 \cdot 20} \right) = 22,10 \text{ мм.}$$

Передній фокальний відрізок визначимо за формулою (2.75, а) :

$$s_F = -24,1 \left(1 + \frac{(1,5163 - 1) \cdot 5}{1,5163(-30)} \right) = -22,73 \text{ мм.}$$

Положення головних площин можна знайти за формулами (2.74) або як різницю фокальних відрізків і відповідних фокальних відстаней:

$$X_{H'} = s_{F'} - f' = 24,1 - 22,1 = 2 \text{ мм,}$$

$$X_H = s_F - f = 24,1 - 22,73 = 1,37 \text{ мм.}$$

2.11.2. Тонка лінза. У випадку тонкої лінзи відстанню d між вершинами заломлюючих поверхонь O_1 і O_2 (рис.2.40) можна знехтувати у порівнянні з радіусами кривизни її поверхонь R_1 і R_2 та вважати, що ці вершини зливаються в одну точку, яку називають **оптичним центром тонкої лінзи**.

Якщо у формулі (2.74) покласти $d = 0$, одержимо, що відрізки O_1H і O_2H' на рис. 2.40 теж дорівнюють нулеві. Це означає, що обидві головні площини тонкої лінзи проходять через її оптичний центр.

При $d = 0$ формули (2.75) і (2.75,а) для фокальних відрізків набувають вигляду

$$s_{F'} = f', s_F = -f'.$$

Якщо для середовищ з обох боків лінзи показники заломлення однакові, то вузли співпадають з головними точками, тобто розміщуються також у оптичному центрі лінзи. Звідси випливає, що будь-який промінь, який проходить через оптичний центр лінзи, не змінює свого напрямку (рис. 2.42).

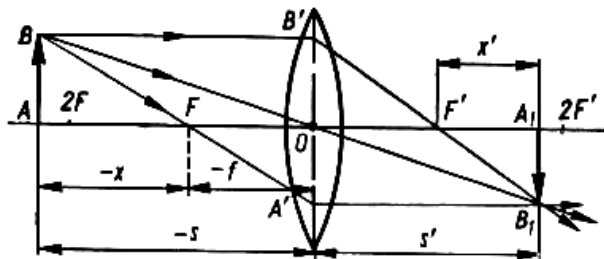


Рис. 2.42.

Оптична сила системи, яка складається з двох заломлюючих сферичних поверхонь у випадку тонкої лінзи ($d = 0$) набуває вигляду (див. формулу 2.46):

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2. \quad (2.77)$$

Таким чином, оптична сила тонкої лінзи дорівнює алгебраїчній сумі оптичних сил заломлюючих поверхонь.

За виразом (2.71) одержимо **фокусні відстані тонкої лінзи** (у повітрі), f' – задня, f – передня:

$$\frac{1}{\Phi} = f' = -f = \frac{R_1 R_2}{(n-1)(R_2 - R_1)}, \quad (2.78)$$

а якщо оточуюче середовище має показник заломлення n_o ,

$$\frac{1}{\Phi} = f' = -f = \frac{n_o R_1 R_2}{(n - n_o)(R_2 - R_1)}. \quad (2.79)$$

Величину

$$\Phi = \frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (2.80)$$

називають **оптичною силою лінзи**.

Фокусні відстані лінзи рівні за величиною і протилежні за знаком, тобто фокуси лежать по різні боки від лінзи. Підставляючи у формулу Гаусса (2.25) значення (2.79) для f' і f , одержимо **загальну формулу тонкої лінзи**

$$\Phi = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \left(\frac{n}{n_o} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (2.81)$$

Тут s і s' — відповідно відстані від середини лінзи до площини предмета і зображення, R_1 і R_2 — радіуси кривизни поверхонь лінзи, n — показник заломлення її матеріалу, n_o — показник заломлення оточуючого середовища, Φ - оптична сила лінзи.

З урахуванням (2.79) **формулу лінзи** можна записати у простішому вигляді

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}. \quad (2.82)$$

Можна навести також формулу лінзи в *формі Ньютона*, якщо x і x' — відстані предмета і зображення від відповідних фокусів (рис. 2.42)

$$xx' = ff' = -(f')^2.$$

Формула (2.81) придатна як для опуклих, так і для вгнутих лінз. Треба мати на увазі знаки s' , s , R_1 і R_2 , вважаючи їх додатними, якщо вони відкладені праворуч від лінзи, і від'ємними, якщо вони відкладені ліворуч від лінзи. Так на рис. 2.40 $R_1 > 0$, $R_2 < 0$, бо вони відраховуються від вершин лінзи O_1 і O_2 до центра відповідної поверхні. У залежності від знака і величини

R_1 і R_2 , також від знака $\left(\frac{n}{n_o} - 1\right)$, величина фокусної відстані f може бути

додатною або від'ємною, тобто фокус може бути уявним або дійсним. Те ж стосується і f' . Якщо передній (перший) фокус уявний, то і задній (другий) буде уявним, і навпаки.

Якщо фокуси дійсні, тобто паралельні промені після заломлення в лінзі збираються в одну точку, то лінза називається **збиральною**. При уявних фокусах паралельні промені після заломлення розсіюються лінзою, а збираються на осі тільки їхні продовження. Такі лінзи називаються **розсіювальними**.

Лінзи можна поділити на два види в залежності від знака задньої фокусної відстані f' : додатні, або збиральні, якщо $f' > 0$, від'ємні, або розсіювальні, якщо $f' < 0$.

Лінзи, які стовщуються до середини, відносяться до **збиральних**, лінзи, які стоншуються до середини – до **розсіювальних** (рис. 2.43).

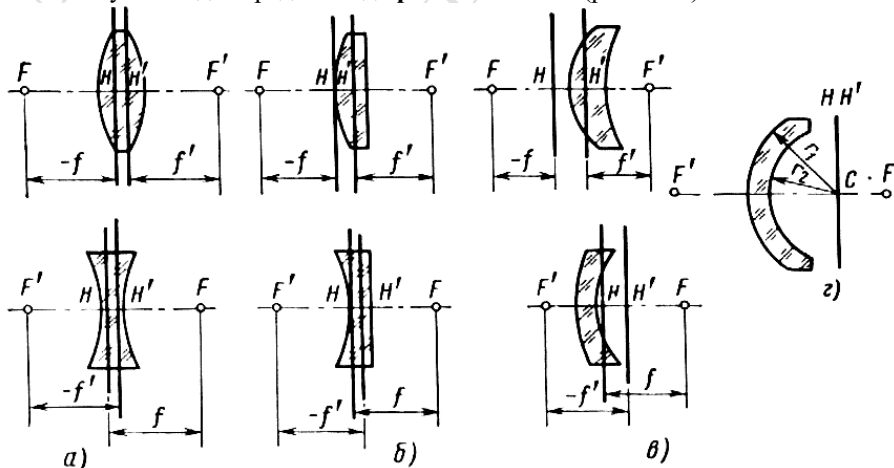


Рис. 2.43.

Як додатні, так і від'ємні лінзи можна поділити на такі групи (рис. 2.43).

1. Лінзи з різними за знаками радіусами кривизни (двоопуклі, двогнуті), рис. 2.43, а.
2. Лінзи, які мають одну з заломлюючих поверхонь плоску (плоскоопуклі, плоскогнуті), рис. 2.43, б.
3. Лінзи з радіусами кривизни одного знака, вони називаються менісками, рис. 2.43, в.

4. Концентричні лінзи, у яких центри кривизни поверхонь співпадають, рис. 2.43, г.

На рис. 2.43 вказані положення головних площин та передніх і задніх фокусів.

Приклад 2.15. Визначити задню фокусну відстань f' у повітрі для таких скляних лінз (показник заломлення скла $n = 1,5$):

- а) двоопуклої лінзи, радіуси кривизни поверхонь якої $R_1 = 15$ см, $R_2 = -20$ см;
- б) плоско-опуклої лінзи: $R_1 = \infty$, $R_2 = -20$ см;
- в) вгнуто-опуклої лінзи: $R_1 = 25$ см, $R_2 = -15$ см (додатний меніск);
- г) двовгнутої лінзи: $R_1 = -15$ см, $R_2 = 20$ см;
- д) плоско-вгнутої лінзи: $R_1 = \infty$, $R_2 = 20$ см;
- е) опукло-вгнутої лінзи: $R_1 = 20$ см, $R_2 = 15$ см (від'ємний меніск).

Які з цих лінз є збиральними, а які — розсіювальними?

Розв'язання. Визначимо задню фокусну відстань f' лінзи у кожному з випадків за формулою (2.78).

$$\text{а) } f' = \frac{R_1 R_2}{(n-1)(R_2 - R_1)} = \frac{-300}{0,5(-20 - 15)} = 17,14 \text{ см,}$$

$$\text{б) } f' = 40 \text{ см;}$$

$$\text{в) } f' = 18,75 \text{ см;}$$

$$\text{г) } f' = -17,14 \text{ см;}$$

$$\text{д) } f' = -40 \text{ см;}$$

е) $f' = -120$ см; у випадках а), б), в) — фокус дійсний, лінза збиральна (додатна); у випадках г), д), е) — фокус уявний, лінза розсіювальна (від'ємна).

Площина, проведена через головний фокус перпендикулярно до головної оптичної осі, називається **фокальною площиною** лінзи. Всі фокуси лінзи (головні і побічні) лежать у фокальній площині.

Паралельний пучок променів після проходження крізь лінзу збирається в одній з точок фокальної площини (рис. 2.44).

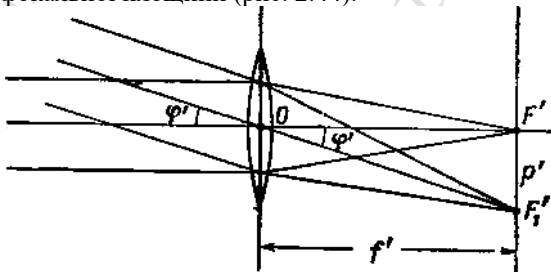


Рис. 2.44.

Щоб визначити положення цієї точки, треба продовжити промінь, який іде крізь центр лінзи, до перетинання його з фокальною площиною. Прямі, що проходять крізь оптичний центр лінзи і не співпадають з її головною оптичною віссю, називаються **побічними оптичними осями**.

Оскільки геометричну точку визначає перетин мінімум двох ліній, для побудови зображення точки потрібно знати хід двох променів. Практично користуються двома з трьох променів: 1) промінь, паралельний головній оптичній осі, після заломлення в лінзі проходить через фокус; 2) промінь, який проходить через головний фокус, після заломлення в лінзі йде паралельно головній оптичній осі; 3) промінь, який проходить через оптичний центр, не заломлюється в лінзі.

Типові випадки побудови зображення у тонкій лінзі, що знаходиться у повітрі, показані на рис. 2.45. Тут наведена побудова зображення для різних положень предмета перед додатною лінзою, які задані відстанями: 1) $s > 2f$; зображення обернене та дійсне; 2) $s = 2f$; зображення обернене та дійсне; 3) $f < s < 2f$; зображення обернене та дійсне; 4) $s = f$; зображення немає; 5) $s < f$; зображення уявне та пряме. На останньому з рис.2.45 показаний один випадок побудови зображення від'ємною лінзою (зображення уявне та пряме).

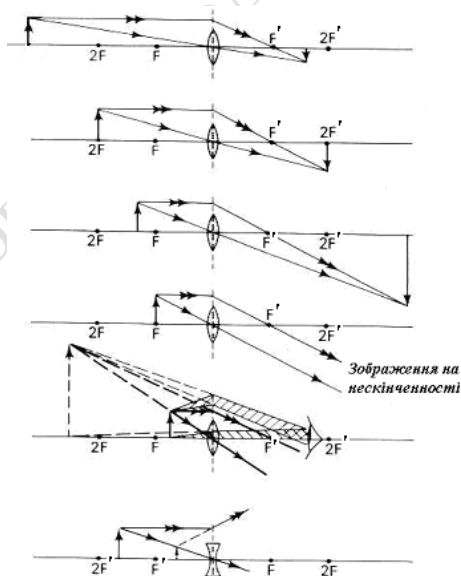


Рис. 2.45.

Звернемо увагу на те, що передній фокус від'ємної лінзи F знаходиться справа за лінзою, а задній фокус F' – зліва перед лінзою.

Якщо предмет більший за розміри лінзи, можна теж користуватися характерними променями, які падають на продовження лінзи (рис. 2.45). Реальні

промені, які беруть участь у зображенні точки, обмежені оправою лінзи і хід їх невідомий, але вони зберуться в тій же точці за рахунок стигматичності зображення у тонкій лінзі.

Усі побудови можна зробити, не розглядаючи ходу променів у самій лінзі. Лінзу зображують за допомогою головної площини, яка проходить через оптичний центр перпендикулярно до головної оптичної осі. Промінь, який входить у лінзу та виходить з неї, проходить через одну й ту саму точку головної площини. Обрис лінзи зберігають тільки для наочної різниці між збиральною та розсіювальною лінзами.

Визначимо **поперечне збільшення лінзи**, як і у § 2.7, за допомогою співвідношення $\beta = \frac{y'}{y}$. За формулами (2.30) і (2.37) з урахуванням того, що з обох боків лінзи середовище однакове, тобто $\frac{n}{n'} = 1$, одержимо для тонкої лінзи

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}. \quad (2.83)$$

У випадку дійсного зображення s' і s мають різні знаки, тобто $\beta < 0$ і зображення перевернуте. У випадку уявних зображень $\beta > 0$, тобто зображення пряме.

2.11.3. Дві тонкі лінзи на скінченній відстані одна від одної. Нехай дві **тонкі лінзи** з фокусними відстанями f_1' і f_2' розміщені у повітрі на відстані d (рис. 2.46).

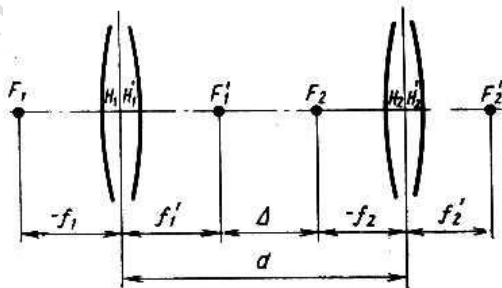


Рис. 2.46.

На рисунку тонкі лінзи наведені головними площинами, причому для кожної лінзи передня і задня головні площини злилися в одну.

Еквівалентна фокусна відстань такої системи з двох тонких лінз за формулами § 2.8:

$$f'_{\text{екв}} = \frac{f'_1 f'_2}{f'_1 + f'_2 - d}. \quad (2.84)$$

Оптична сила системи

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - d\Phi_1\Phi_2. \quad (2.85)$$

Якщо лінзи стикаються, то $d = 0$ і

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2.$$

За формулами (2.50) §2.8 знаходимо положення головних площин системи (нагадаємо, що лінзи знаходяться у повітрі)

$$X_H = d \frac{\Phi_2}{\Phi}, \quad (2.86)$$

$$X_{H'} = -d \frac{\Phi_1}{\Phi}. \quad (2.87)$$

Відстань X_H відраховується від першої лінзи, $X_{H'}$ — від другої.

Приклад 2.16. Телеоб'єктив складається з двох тонких лінз — передньої збірної і задньої розсіювальної з оптичними силами відповідно $\Phi_1 = +10$ дптр і $\Phi_2 = -10$ дптр. Визначити фокусну відстань і положення головних площин цієї системи, якщо відстань між лінзами $d = 4$ см.

Розв'язання. За формулою (2.85) оптична сила телеоб'єктива, як складної системи,

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - d\Phi_1\Phi_2 = 10 - 10 - 0,04 \cdot 10 \cdot (-10) = +4 \text{ дптр.}$$

Звідси фокусні відстані телеоб'єктива

$$f' = -f = \frac{1}{\Phi} = \frac{1}{4} \text{ м} = 0,25 \text{ см.}$$

Положення головних площин: координата X_H передньої головної площини телеоб'єктива відраховується від передньої головної площини передньої лінзи, або, оскільки лінза є тонкою, від її оптичного центра

$$X_H = d \frac{\Phi_2}{\Phi} = 4 \frac{(-10)}{4} = -10 \text{ см;}$$

координата $X_{H'}$ задньої головної площини телеоб'єктива відраховується від оптичного центра задньої лінзи

$$X_{H'} = -d \frac{\Phi_1}{\Phi} = -4 \frac{10}{4} = -10 \text{ см.}$$

Отже, обидві головні площини розташовані перед збірною лінзою: передня — на відстані 10 см від збірної лінзи, задня — на відстані 10 см від розсіювальної лінзи.

Приклад 2.17. Знайти положення головних площин і головних фокусів окуляра Гюйгенса.

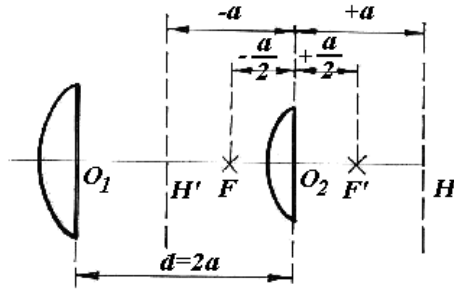


Рис. 2.47.

Розв'язання. Окуляр Гюйгенса складається з двох додатних плоскоопуклих тонких лінз, обернених опуклими боками до падаючих променів.

Перша лінза, яка зветься колективом, має фокусну відстань приблизно у 1,5 — 3 рази більшу, ніж друга лінза, яка зветься очною лінзою. Відстань між лінзами більша, ніж фокусна відстань очної лінзи, але менша, ніж фокусна відстань колективу.

Нехай фокусні відстані становлять $f_1' = 3a$, $f_2' = a$, а відстань між лінзами $d = 2a$.

Для оптичної сили кожної з обох лінз маємо

$$\Phi_1 = \frac{1}{f_1'} = \frac{1}{3a}; \Phi_2 = \frac{1}{f_2'} = \frac{1}{a}.$$

Оптична сила всієї системи

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - d\Phi_1\Phi_2 = \frac{1}{3a} + \frac{1}{a} - \frac{2a}{3a^2} = \frac{2}{3a};$$

Звідси одержуємо фокусні відстані системи

$$f' = -f = \frac{1}{\Phi} = \frac{3}{2}a.$$

Нагадаємо, що вони відрховуються від головних площин H і H' .

Положення головних площин знаходимо за формулами (2.86) і (2.87)

$$X_H = O_1H = d \frac{\Phi_2}{\Phi} = 3a, \quad X_{H'} = O_2H' = -d \frac{\Phi_1}{\Phi} = -a.$$

Таким чином, перша головна площина H лежить на відстані $+3a$, тобто направо від тонкої лінзи O_1 , отже поза системою, друга H' — на відстані $-a$, тобто ліворуч від лінзи O_2 , отже посередині між лінзами (рис. 2.47).

Головні фокуси розташовані симетрично відносно другої лінзи на відстанях $+\frac{a}{2}$ і $-\frac{a}{2}$ від неї, тобто передній фокус окуляра Гюйгенса лежить між лінзами.

Окуляр Гюйгенса, в якому добре виправлені аберації, застосовується у багатьох оптичних приладах. З метою вимірювання у передній фокус очної лінзи поміщують скляну пластинку зі шкалою. У точних приладах замість окуляра Гюйгенса використовують окуляр Рамсдена (див. §2.15).

§ 2.12. ДІАФРАГМИ

2.12.1. Чому необхідно обмежувати світлові пучки в оптичних системах.

Будь-яка оптична система утворює зображення на площині, перпендикулярній до оптичної осі (екрані, фотоплівці, сітківці ока), але ж об'єкти здебільшого тривимірні, а не плоскі. Окремі точки такого об'єкта знаходяться на різних відстанях від оптичної системи і їм відповідають різні спряжені площини в просторі зображень. Так, на рис. 2.48 точка A дає різке зображення A' в площині P' , спряженій з P .

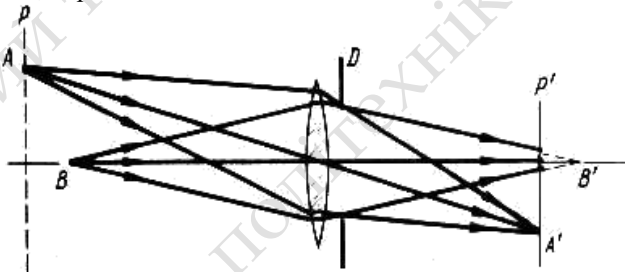


Рис. 2.48.

Але лінза дає різке зображення точки B у B' , а в площині P' точка B проєктується світлим кружком. Задовільне зображення буде одержано у тому випадку, коли розміри кружка не перевищуватимуть деякого значення. Як видно з рис. 2.48, розмір кружка залежить від положення точки, а також від кутової ширини пучка променів, які формують зображення. Ця ширина визначається діафрагмою D . Очевидно, що зменшуючи кутову ширину світлового пучка за допомогою діафрагми D , ми покращимо зображення (зростає так звана глибина різкості).

Діафрагмами називаються непрозорі перешкоди з круглими отворами, які обмежують переріз світлових пучків в оптичних системах. Роль діафрагм часто виконують оправы лінз.

Розмір і положення діафрагм визначають освітленість та якість, глибину різкості й роздільну здатність оптичних приладів, поле зору. Істотне значення в оптичних системах мають дві діафрагми – апертурна та польова.

2.12.2. Апертурна діафрагма. Вхідні та вихідні зіниці системи.

Розглянемо спочатку обмеження пучків від осьових точок предмета. Діафрагма, яка найбільш сильно обмежує пучок променів, що виходять з *осьової точки* предмета називається **апертурною** або діючою. Її роль може виконувати оправа якої-небудь лінзи або спеціальна діафрагма. Апертурна діафрагма нерідко розташовується між лінзами складної оптичної системи.

Нехай BB — діюча апертурна діафрагма (рис. 2.49).

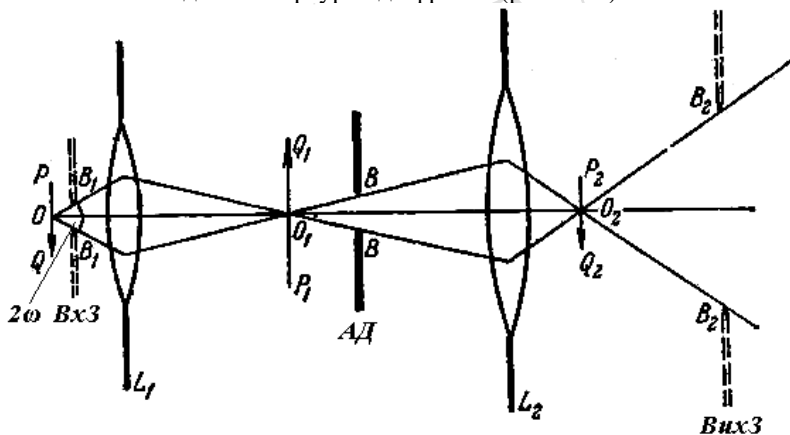


Рис. 2.49.

Зображення B_1B_1 апертурної діафрагми BB у частині оптичної системи L_1 , що передує їй, тобто знаходиться перед нею відносно предмета, називається **вхідною зіницею** системи.

Інакше, вхідна зіниця – це зображення апертурної діафрагми в просторі предметів.

Зображення B_2B_2 апертурної діафрагми BB у задній частині L_2 системи, або створене частинами оптичної системи, що розміщені за нею (за ходом променя) називається **вихідною зіницею**.

Всі промені, що пройшли крізь BB пройдуть і крізь B_1B_1 і B_2B_2 і навпаки. Промінь, який пройшов через край B_1 , обов'язково пройде і через край B , бо ці точки спряжені. Очевидно, вхідна та вихідна зіниці є спряженими за відношенням до всієї системи.

Апертурний кут 2ω — є тілесний кут, у межах якого знаходяться промені, що виходять з точки O і проходять через систему. Він дорівнює тілесному куту, під яким видно вхідну зіницю B_1B_1 з точки O перетину осі з площиною предмета. У розглянутому випадку цей кут менший, ніж кут, під яким видно оправу лінзи L_1 з точки O . Тому діафрагму BB називають діючою. Якби діаметр діафрагми BB був більшим за діаметр лінзи L_1 , діючою діафрагмою була б оправка лінзи L_1 .

Вхідна зіниця обмежує кут розхилу пучків променів, що йдуть від осьової точки O об'єкта PQ (рис. 2.49), вихідна зіниця відіграє ту ж роль для променів, що йдуть від точки O_2 зображення. Зі збільшенням апертурної діафрагми зростає освітленість зображення.

Зменшення діючого отвору (діафрагмування) поліпшує якість зображення, тому що з пучка променів усуваються крайні промені, на ході яких найбільш відбиваються аберації. Діафрагмування збільшує також глибину різкості, яка є обернено пропорційною радіусові вхідної зіниці.

З іншого боку, зменшення діючого отвору знижує роздільну здатність оптичної системи з-за дифракції світла на краях діафрагми.

У зв'язку з цим апертура повинна мати оптимальне значення. Отже, апертурна діафрагма визначає ширину активного пучка світла, тобто впливає на різкість і освітленість зображення.

У зорових трубах апертурною діафрагмою звичайно служить край об'єктива. Оскільки ніяких лінз перед ним немає, то він буде одночасно і вхідною зіницею, а вихідною зіницею буде його зображення, що дається окуляром.

2.12.3. Польова діафрагма (діафрагма поля зору). Вхідні та вихідні вікна системи.

Розглянемо тепер проходження крізь систему променів від точок об'єкта, розміщених збоку на деякій відстані від головної оптичної осі системи (рис. 2.50)

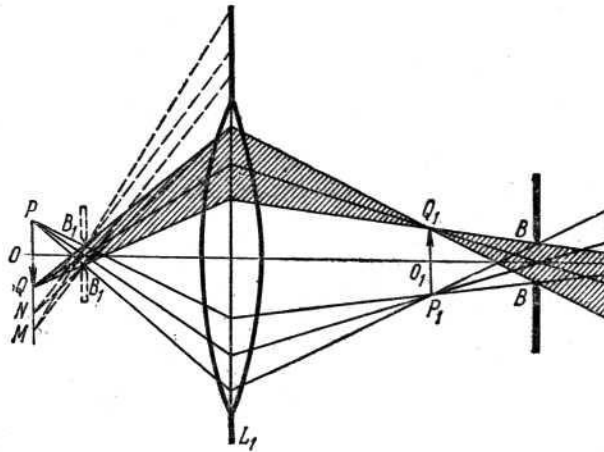


Рис. 2.50.

На рис. 2.50 зображено предмет PQ , передню лінзу системи L_1 , вхідну зіницю B_1B_1 , апертурну діафрагму BB . Не від усякої точки предмета промені, які пройшли через вхідну зіницю B_1B_1 , пройдуть через оптичну систему і будуть зображені нею. Так, пучок променів від точки M предмета, яка лежить поза оптичною віссю, цілком мінає передню лінзу системи, і точка M не буде нею зображена. Пучок променів від точки N частково пройде крізь

систему і дасть зображення, але освітленість його буде зменшеною (віньєтування). **Віньєтування** (обрамлення) спричиняє значний *спад освітленості зображення від центра до країв*. Нарешті, від точки Q крізь систему пройде пучок такої ж ширини, як і від осьової точки O .

У розглянутому прикладі поле зору системи було обмежене оправою передньої лінзи L_1 . В інших випадках обмеження поля зору утворюється спеціальною діафрагмою поля зору.

Діафрагми, які розташовані в площині предмета і обмежують розмір предмета так, що точки його можуть бути зображені оптичною системою без помітних ослаблень освітленості, називаються польовими діафрагмами. **Польова діафрагма, або діафрагма поля зору**, визначає, яка частина простору може бути зображена оптичною системою. Можна пояснити роль діафрагми поля зору такою аналогією: під час спостереження незброєним оком через вікно поле зору обмежено рамою вікна.

Щоб визначити польову діафрагму, треба побудувати зображення всіх діафрагм тією частиною оптичної системи, що лежить перед ними з боку предмета (рис. 2.51).

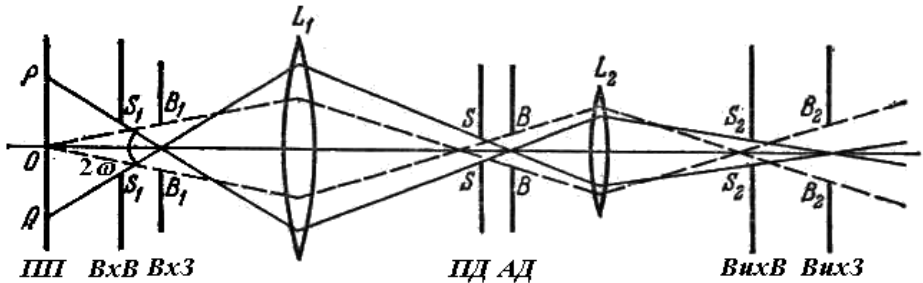


Рис. 2.51.

Діафрагма, зображення якої S_1S_1 видно з центра вхідної зіниці B_1B_1 під найменшим кутом, називається **польовою діафрагмою** SS (рис. 2.51). Польова діафрагма SS більш за все обмежує промені, які йдуть від віддалених від осі точок об'єкту PQ .

Зображення польової діафрагми SS в просторі предметів називається **вхідним вікном** S_1S_1 . Зображення польової діафрагми за допомогою частини оптичної системи, яка лежить з боку поля зображення, називається **вихідним вікном** S_2S_2 . Вихідне вікно є зображенням оптичною системою вхідного вікна.

Кут 2ω , під яким з центра вхідної зіниці видно вхідне вікно, називається **кутом поля зору**.

На рис. 2.51 зображені апертурна BB і польова SS діафрагми та їх зображення у попередніх та подальших частинах оптичної системи: B_1B_1 і B_2B_2 – відповідно вхідна та вихідна зіниці, S_1S_1 і S_2S_2 – вхідне та вихідне вікна. Позначення на рис. 2.51: $ПП$ – площина предмета, BxB – вхідне вікно, BxZ – вхідна зіниця, $ПД$ – польова діафрагма, $АД$ – апертурна діафрагма, $ВихВ$ – вихідне вікно, $ВихЗ$ – вихідна зіниця.

У загальному випадку площина об'єкта PQ і вхідне вікно S_1S_1 не співпадають і має місце віньетування. Якщо ж площина S_1S_1 суміщена з площиною об'єкта, границя поля зору є різкою. Це означає, що польова діафрагма SS повинна лежати в площині, спряженій з об'єктом відносно лінзи L_1 .

Так, для зорових труб, призначених для розглядання далеких об'єктів, польова діафрагма SS повинна лежати у головній фокальній площині об'єктива L_1 .

Але кращим засобом усунення віньетування вважається розміщення у фокальній площині об'єктива зорової труби додаткової лінзи. Її називають **колективом** або польовою лінзою. Колективна лінза розміщується у площині дійсного зображення об'єкта (або поблизу неї). Тому вона не змінює величини і положення зображення. Оправа колективу і є діафрагмою поля зору. Колектив одночасно усуває віньетування і збільшує поле зору. Колективна лінза є складовою частиною обертаючих систем (див. § 2.16).

§ 2.13. АБЕРАЦІЇ (ПОХИБКИ) ОПТИЧНИХ СИСТЕМ

Під час побудови зображень в ідеальній оптичній системі вважалось, що світло надходить до системи у вигляді параксимальних пучків, які утворюють невеликі кути з головною віссю системи. Цих умов не дотримуються в реальній оптичній системі. Насправді, світло надходить до системи у вигляді досить широких пучків променів, які до того ж можуть виходити з точок предмета, значно віддалених від оптичної осі.

Похибки (спотворення) зображень в реальних оптичних системах, що спричинені використанням широких пучків променів, а також застосуванням монохроматичного світла, називаються **абераціями**.

2.13.1. Сферична аберація. Припустимо, що на оптичній осі системи (лінзи) розташована світна точка S , яка надсилає широкий пучок променів до оптичної системи (рис. 2.52).

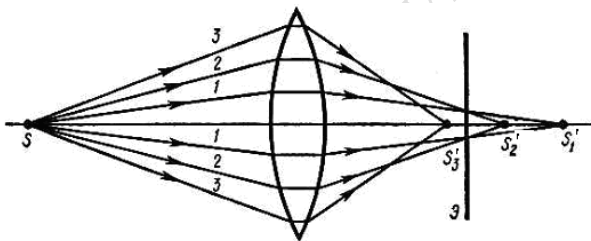


Рис. 2.52.

Тоді промені, що утворюють різні кути з оптичною віссю, перетинають оптичну вісь не в одній точці, а в різних точках (наприклад, у точках S'_1 , S'_2 , S'_3 на рис. 2.52). Промені, що є більш віддаленими від центра лінзи (периферичні промені 2 і 3), сильніше заломлюються і перетинають головну оптичну вісь на порівняно близьких відстанях від центра лінзи (точки S'_2 і S'_3). На екрані, перпендикулярному до осі, зображення точки одержується у вигляді кружечка. Розмір кружечка залежить від положення екрану.

Аберация широкого пучка променів, що виходить з точки, розташованої на оптичній осі системи, називається **сферичною**. Для кількісної характеристики сферичної аберации вводиться поняття поздовжньої аберации, яка дорівнює лінійній відстані $S'_3S'_1$ точки перетину крайніх (промені 3 на рис. 2.52) та центральних (промені 1) променів пучка з головною оптичною віссю.

Сферична аберация залежить від матеріалу лінзи, від кривизни поверхонь. Поздовжня сферична аберация вважається додатною, якщо точка S'_2 лежить правіше за точку S'_1 , та від'ємною при оберненому розміщенні цих точок. Збиральна лінза має від'ємну поздовжню сферичну аберацию (рис. 2.39). Природно, що розсіювальна лінза, навпаки, має додатну сферичну аберацию.

Комбінуючи збиральні та розсіювальні лінзи, можна виправити сферичну аберацию. Як правило, обидві прості лінзи склеюються (рис. 2.53).

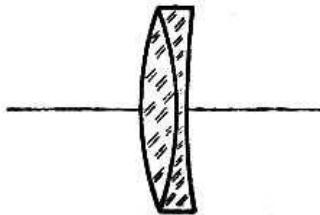


Рис. 2.53.

2.13.2. Кома. Причина цієї похибки, як і сферичної аберации, полягає в кривизні поверхні оптичних систем та у використанні широких пучків про-

менів. **Кома** – аберация, яка виникає у разі косоного проходження світлових променів крізь оптичну систему (рис. 2.54).

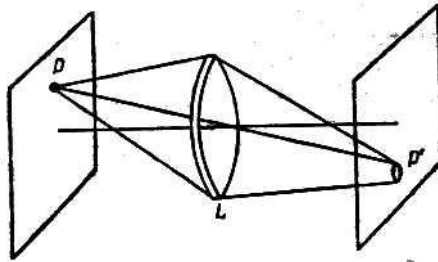


Рис. 2.54.

Кома відповідає сферичній аберация для точок предмета, розміщених на деякій відстані від оптичної осі системи. Верхні та нижні частини пучка (рис. 2.54) заломлюються неоднаково, симетрія у відношенні заломлення для них відсутня. Зображення точки має вигляд витягнутої і нерівномірно освітленої плями, що нагадує комету з хвостом. Тому подібна аберация в позаосьових пучках була названа комою.

Кома разом із сферичною аберация є одними з найбільш суттєвих і шкідливих абераций. У більшості випадків саме їх треба усунути. Зменшуючи діафрагму, можна практично повністю усунути ці обидві аберация. На жаль, це супроводжується зменшенням яскравості зображення.

Якщо у системі виправлена сферична аберация, то можна усунути й кому. Для цього слід домогтися, аби для точок предмета і відповідних їм точок зображення дотримувалась умова, яка називається умовою синусів Аббе (2.67):

$$n y \sin u = n' y' \sin u' .$$

Тут y та y' — елементи предмета та зображення, що є перпендикулярними до оптичної осі, u та u' — апертурні кути спряжених променів, n та n' — показники заломлення середовищ предметів та зображень. У випадку параксіальних променів кути u та u' є малими, синуси приблизно дорівнюють самим кутам (у радіанах) і умова синусів Аббе переходить в інваріант Лагранжа—Гельмгольца (2.65).

Оптичні системи, в яких виконується умова синусів та усунуто сферичну аберация, називаються *апланатами*.

2.13.3. Астигматизм. Астигматизм – це аберация, у разі якої пучки променів, що виходять з однієї точки об'єкта, не перетинаються в одній точці, а розміщуються на двох взаємно перпендикулярних відрізках на деякій відс-

тані один від одного. Астигматизм зумовлений тонкими позаосьовими похилими пучками променів.

Введемо такі означення. Площини, які проходять через головний промінь і оптичну вісь системи, назвемо **меридіональними площинами** (LMM на рис. 2.55 є меридіональний переріз).

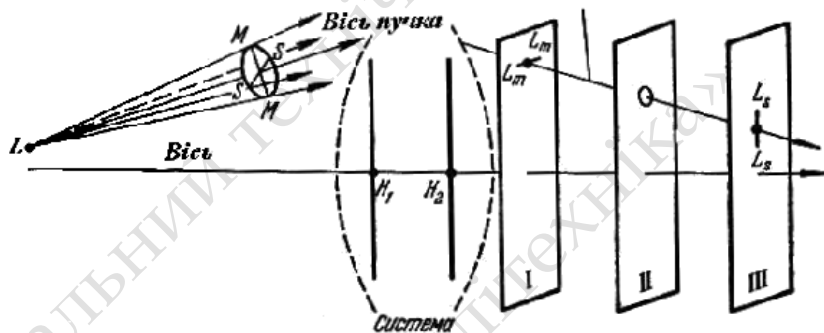


Рис. 2.55.

Площина, яка проходить через головний промінь і є перпендикулярною до меридіональної площини називається **сагітальною** (LSS на рис. 2.55 – сагітальний переріз).

Нехай, центральний промінь елементарного пучка (вісь пучка) знаходиться у меридіональній площині. Виділимо дві плоскі стрічки променів MM і SS , які лежать у взаємно перпендикулярних площинах. Зображенням точки L є дві фокальні лінії. Одна з них, сагітальна фокальна лінія L_sL_s , утворюється внаслідок заломлення сагітальних променів і орієнтована у меридіональній площині.

Інша, меридіональна фокальна лінія L_mL_m , утворюється у разі заломлення меридіональних променів, вона орієнтована у сагітальній площині.

Фокальні площини, у яких знаходяться ці два зображення, розміщені на різних відстанях від лінзи або системи лінз (I і III на рис. 2.55). Таким чином, зображення точки L взагалі має вигляд еліпса розсіяння, який вироджується у відрізки прямих (I і III), або коло (II) в залежності від положення екрану. Похилі пучки променів від точок предмета, віддалених від оптичної осі системи, не дають стигматичних зображень.

Причина цієї похибки – відмінність кривизни лінзи у двох взаємно перпендикулярних напрямках.

Використання скісних світлових пучків призводить також до викривлення площини зображення.

Астигматизм системи виправляється шляхом такого підбору частин оптичної системи, тобто радіусів поверхонь, показників заломлення та відста-

ней між поверхнями, щоб вони взаємно компенсували астигматизм, обумовлений кожною з них.

Системи з виправленим астигматизмом та плоским зображенням називаються *анастигматами*.

2.13.4. Дисторсія. Ще один вид спотворень, обумовлений великими кутами, утвореними променями з оптичною віссю, називаються **дисторсією (скривленням)**. Таке скривлення обумовлене тим, що лінійне поперечне збільшення β системи при великих кутах залежить від кута між осями пучка та системи і змінюється від центра до периферії.

Зображення виявляється не подібним геометрично до предмета. Типові види дисторсії (*б* – зображення прямокутної сітки подушкоподібне і *в* – бочкоподібне) наведені на рис. 2.56. Дисторсія зменшується добором різних лінз.

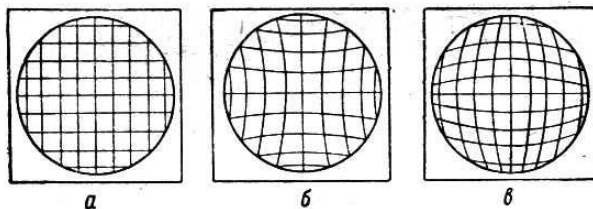


Рис. 2.56.

2.13.5. Хроматична аберація. У разі проходження крізь оптичну систему білого світла всі явища ускладнюються дисперсією, тобто залежністю показника заломлення оптичних середовищ від довжини хвилі.

У результаті розкладання світла на спектральні складові виникає хроматична аберація – зображення стає забарвленим і нерізким.

Як зазначалося вище, фокусна відстань лінзи залежить від показника заломлення, а, отже, від довжини хвилі. Кожному значенню довжини хвилі відповідають різні фокусні відстані лінзи (оптичної системи). На рис. 2.57 показано хроматичну аберацію.

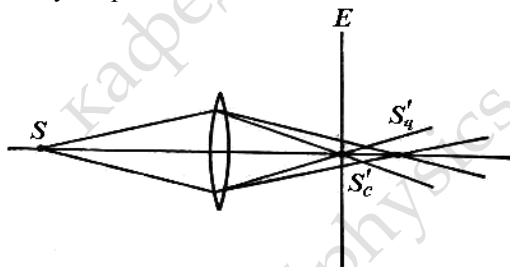


Рис. 2.57.

Як видно з рис. 2.57 зображення точки S у синіх променях S'_c не співпадає з зображенням $S'_ч$ у червоних променях, бо сині промені заломлюються на лінзі більше. Зображення в усіх інших кольорах розташовується між ними. Зображення точки на екрані E буде нерізким та обрамленим кольоровими смугами.

Різні сорти скла мають різні показники заломлення. Звичайно із збільшенням густини зростає дисперсія стекол. Важкі сорти стекол (флінти) характеризуються більшою дисперсією, легкі (крони) – малою. Цим користуються для усунення хроматичної аберації. До двоопуклої лінзи зі скла з малою дисперсією (з крона) приклеюється розсіювальна лінза (рис. 2.58) з великою дисперсією (з флінта).

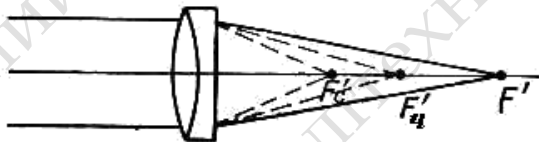


Рис. 2.58.

Розсіювальна лінза подовжує фокусні відстані збиральної лінзи. При цьому фокусна відстань синіх променів, які заломлюються сильніше, збільшується на більшу величину, ніж фокусна відстань червоних променів, що заломлюються слабше.

Шляхом обчислення домагаються, аби фокус червоних променів $F'_ч$ та фокус синіх променів F'_c збігалися у точці F' . З'єднавшись, зображення різних кольорів дадуть практично білу точку, тобто хроматичну аберацию буде усунено. Такі лінзи називаються *ахроматами*.

Повне виправлення всіх недоліків є дуже складним. Тому на практиці виправляють системи на ті аберації, які для даних цілей неприпустимі, а інші залишають.

Так, для об'єктивів телескопічних систем джерелом світла є віддалена точка, близька до оптичної осі. Тому важливим є збереження умови синусів, усунення сферичної і хроматичної аберацій. У зоровій трубці, наприклад, ахроматизація візуальних спостережень виконується так, що співпадають фокуси червоного ($\lambda = 656,3$ нм) і синього ($\lambda = 486,1$ нм) променів. У так званих об'єктивах – апохроматах з'єднуються фокуси трьох сортів променів.

Короткі висновки

● *Промінь* — це геометрична лінія, яка в ізотропному середовищі є перпендикулярною до хвильових поверхонь, і вздовж якої поширюється світлова енергія.

● *Параксіальною* називається область навколо осі симетрії оптичної системи, в якій точка зображується точкою, пряма — прямою, площина — площиною. Пучки променів є параксіальними, якщо вони проходять близько до оптичної осі або під малими кутами до неї.

● *Закони відбивання* світла: падаючий промінь, перпендикуляр до поверхні відбивання у точці падіння променя і відбитий промінь лежать в одній площині; кут i падіння чисельно дорівнює куту i' відбивання: $i = i'$.

● *Закони заломлення*: а) падаючий і заломлений промені та перпендикуляр до поверхні поділу середовищ у точці падіння лежать в одній площині; б) відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення дорівнює відносному показнику заломлення другого середовища відносно першого:

$$\frac{\sin i}{\sin i'} = n_{21},$$

де $n_{21} = n_2/n_1$, n_1 і n_2 — абсолютні показники заломлення відповідно першого і другого середовищ.

● *Граничний кут повного відбиття*

$$\sin i_{\text{гр}} = \frac{n_2}{n_1} (n_2 < n_1).$$

● *Формула сферичного дзеркала*:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f},$$

де s і s' — відстані від вершини дзеркала відповідно до предмета і зображення; f — фокусна відстань, R — радіус кривизни дзеркала.

Величини, які належать до простору предметів, позначаються без штрихів, до простору зображень — зі штрихами.

Значення відрізків у формулах — алгебраїчні. Відрізки вважаються додатними, якщо їх напрям збігається з напрямом поширення світла, тобто якщо вони відкладені від початку відліку (вершини заломлюючої поверхні, а для тонкої лінзи — її центра) праворуч, і від'ємними, якщо ліворуч.

● Якщо два ізотропних середовища з показниками заломлення n і n' розділені *сферичною поверхнею*, то у випадку параксіальних (присосьових) променів

$$\frac{n}{s} - \frac{n'}{s'} = \frac{n-n'}{R},$$

де s — відстань від світної точки на оптичній осі до даної сферичної поверхні, s' — відстань від сферичної поверхні до точки-зображення; R — радіус кривизни поверхні.

Оптична сила сферичної заломлюючої поверхні

$$\Phi = \frac{n' - n}{R},$$

де n, n' — показники заломлення середовищ, які розділені сферичною поверхнею.

● У *центрованій оптичній системі* центри кривизни всіх сферичних заломлюючих поверхонь розташовані на головній оптичній осі.

Центрована оптична система характеризується двома фокальними площинами, в яких збираються промені, що падають на систему паралельним пучком; двома фокальними точками — точками перетину фокальних площин з оптичною віссю системи (переднім і заднім фокусами); двома головними площинами, взаємне зображення яких оптична система дає в натуральну величину, тобто у відношенні 1:1, передньою і задньою головними точками — точками перетину головних площин з оптичною віссю; двома вузловими площинами і двома вузловими точками, що мають таку особливість: спряжені промені, що проходять через вузли є паралельними один одному.

За допомогою цих шести *кардинальних точок* може бути побудовано зображення довільної точки в параксіальній області. Дійсні зображення створюються пучками променів, що збігаються, в точці їх перетинання. Якщо промені розбігаються, їх продовжують у протилежний бік до перетинання в одній точці, яка зветься уявним зображенням точки об'єкту.

● У плоских дзеркалах оптичне зображення завжди уявне, у вгнутих дзеркалах і збиральних лінзах може бути як дійсним, так і уявним в залежності від положення об'єкта відносно фокуса. Опуклі дзеркала і розсіюючі лінзи дають тільки уявне зображення.

● *Формула Гаусса* для оптичної системи у відрізках встановлює зв'язок між положеннями предмета і зображення відносно головних площин

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1,$$

де s — відстань від предмета до першої головної площини, s' — від другої головної площини до зображення, f і f' — передня і задня фокусні відстані.

Зв'язок між положеннями предмета і зображення відносно фокальних площин визначається *формулою Ньютона*

$$xx' = ff',$$

де x — відстань від предмета до переднього фокуса, x' — від заднього фокуса до зображення.

• *Оптична сила системи* дорівнює відношенню показника заломлення середовища до відповідної фокусної відстані:

$$\Phi = -\frac{n}{f} = \frac{n'}{f'}.$$

• *Лінійне збільшення*

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}.$$

• Якщо оптична система складається з двох оптичних підсистем з фокусними відстанями f_1 і f_1' та f_2 і f_2' , то фокусні відстані складеної системи

$$f = \frac{f_1 f_2}{\Delta} \quad \text{і} \quad f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta},$$

де Δ — найменша відстань між f_1 і f_2 (оптичний інтервал).

• *Положення головних площин складеної системи*

$$H_1 H = \frac{n_1}{n} \frac{\Phi_2}{\Phi} d; \quad H_2' H' = -\frac{n_2'}{n} \frac{\Phi_1}{\Phi} d,$$

де $H_1 H$ — відстань між лівою головною площиною першої системи і такою самою площиною складеної системи, $H_2' H'$ — відстань між правими головними площинами другої системи і сумарної, n_1, n, n_2 — показники заломлення середовищ лівіше від першої, між першою та другою, правіше від другої системи, Φ_1, Φ_2, Φ — відповідні оптичні сили систем, d — відстань від задньої головної площини першої системи до передньої другої системи.

Оптична сила складеної системи (у повітрі):

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - d \Phi_1 \Phi_2.$$

• Оптична сила *тонкої лінзи* в середовищі з показником заломлення n_0 :

$$\Phi = -\frac{n_0}{f} = \frac{n_0}{f'} = (n - n_0) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right),$$

де n — показник заломлення матеріалу лінзи; R_1, R_2 — радіуси кривизни поверхонь лінзи; f, f' — відповідно передня і задня фокусні відстані.

• *Формула тонкої лінзи*

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}.$$

• Фокусна відстань *лінзи товщиною d* (у повітрі):

$$f' = -f = \frac{n}{(n-1)} \frac{R_1 R_2}{((n-1)d - n(R_1 - R_2))}$$

- Положення *головних точок лінзи* (у повітрі):

$$X_{H'} = \frac{R_2 d}{n(R_1 - R_2) - (n-1)d};$$

$$X_H = \frac{R_1 d}{n(R_1 - R_2) - (n-1)d}.$$

- Кути u і u' променя з оптичною віссю пов'язані з поперечними розмірами y і y' предмета і його зображення: $ynu = y'n'u'$, де n і n' — показники заломлення середовища по обидва боки від системи.

- Поперечне *збільшення* $\beta = y/y'$, кутове $\gamma = u'/u$, поздовжнє $\alpha = \tau'_x/\tau_x$, де τ_x , τ'_x — спряжені відрізки, напрямлені вздовж осі x . Зв'язок між збільшеннями:

$$\gamma\beta = n/n'; \alpha = (1/\gamma^2)(n/n'); \alpha\gamma = \beta.$$

- На практиці використовуються не тільки монохроматичні параксіальні пучки світла, а й широкі нахилені до осі немонохроматичні пучки. Це призводить до появи різних видів *аберацій*: сферичної аберації, астигматизма й кривизни поля зображення, коми, дисторсії, хроматичної аберації. Для зменшення аберацій використовують добір різних лінз та діафрагми.

- Для отримання зображення в оптичних системах необхідно використовувати пучки світла обмеженої ширини. Це пов'язано з тим, що параксіальне наближення обмежує ширину припустимих пучків. *Діафрагмування* або обмеження поперечного перерізу світлових пучків здійснюється оправами лінз або особливими діафрагмами.

- Та з оправ або діафрагм, яка більше за всіх звужує пучок, називається *апертурною (діючою) діафрагмою*. Зменшення діючого отвору оптичної системи поліпшує якість зображення, тому що при цьому з пучка променів усуваються крайні промені, що призводять до аберацій. Апертурні діафрагми змінюють освітленість зображення, не змінюючи їх розмірів.

- Зображення апертурної діафрагми у тій частині оптичної системи, яка їй передує, називається *вхідною зніцею* системи. Діафрагма, зображення якої видно з центра вхідної зніці системи під найменшим кутом, називається *польовою діафрагмою* (діафрагмою поля зору). Вона визначає частину простору, яка може бути зображена оптичною системою, більш за все обмежує промені, що йдуть від точок об'єкту, віддалених від оптичної осі, змінює розміри зображення, не змінюючи його освітленості.

Контрольні запитання

- За яких умов можна користуватися поняттям світлового променя?
- За яких умов хвильова оптика переходить у геометричну?
- У чому полягає принцип Ферма?
- З якою метою використовують у геодезичних приладах оптичний клин?
- Яким є поперечне і поперечне зміщення променя під час проходження ним через плоскопаралельну пластинку?
- Наведіть формули центрованої оптичної системи.
- Наведіть умови повного відбивання.
- На яких законах геометричної оптики ґрунтується дія світловодів?
- Що таке спряжені точки? Параксіальні промені?
- Які властивості мають фокальні точки оптичної системи, головні площини, вузлові точки?
- Якими характерними променями користуються для побудови зображень в оптичних системах?
- Як побудувати за допомогою ідеальної оптичної системи зображення світної точки, що знаходиться на головній оптичній осі?
- Чому дорівнює інваріант Лагранжа — Гельмгольца? Які висновки випливають з теореми Лагранжа — Гельмгольца?
- Що називається оптичною силою оптичної системи?
- Яке співвідношення існує між фокусними відстанями оптичної системи та показниками заломлення середовища по обидва її боки?
- Наведіть формулу тонкої лінзи.
- Де збирається паралельний пучок світла після проходження крізь збиральну лінзу?
- Наведіть формулу оптичної сили тонкої лінзи з радіусами кривизни поверхонь R_1 і R_2 .
- Яке зображення дає збиральна лінза, якщо предмет знаходиться за подвійною фокусною відстанню? Між фокусом і лінзою?
- Чому дорівнює оптична сила складеної системи?
- Який зміст мають вхідна та вихідна зніці оптичної системи?
- Як усунути ефект віньєтування?
- На які характеристики оптичної системи впливають аберації?
- Які аберації усунені в об'єктивах-анастигматах? об'єктивах-анахроматах?
- Чим відрізняються об'єктиви телескопів і мікроскопів?

- Що називається апертурною діафрагмою? діафрагмою поля зору? Вхідними та вихідними вікнами оптичної системи?
- Яке фізичне явище обумовлює хроматичну аберацию? Як її зменшити?
- Які аберации необхідно усунути в першу чергу в телескопах (зорових трубах)?

Розділ 3

ОПТИЧНІ СИСТЕМИ МАРКШЕЙДЕРСЬКО-ГЕОДЕЗИЧНИХ ІНСТРУМЕНТІВ

Навчальна ціль. Описання реальних оптичних систем, що застосовуються в гірничо-геодезичній практиці, насамперед телескопічних систем (зорових труб).

Після засвоєння матеріалу 3-го розділу студент повинен вміти аналізувати дію оптичної системи сумісно з оком, принцип дії та хід променів у лупі, зорових трубах Галілея та Кеплера, мікроскопі, довести формули видимого збільшення цих приладів, дати характеристики об'єктивів і окулярів телескопічних систем, призначення колективу в телескопічній системі, мати уявлення про системи, що обертають зображення, зорові труби з внутрішнім фокусуванням.

§ 3.1. ОКО ЛЮДИНИ ЯК ОПТИЧНА СИСТЕМА

Більшість вимірювань відбувається за участю зору, майже всі оптичні прилади працюють сумісно з оком.

Око людини має приблизно кулеподібну форму, діаметр його 25 мм. Зовні око оточено трьома оболонками (рис. 3.1).

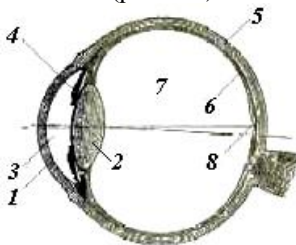


Рис. 3.1.

Зовнішня білкова оболонка – склера 5 – захищає око від механічних пошкоджень. Склера непрозора, за винятком її передньої частини, що називається роговою оболонкою, або роговицею 1. Промені світла проникають крізь неї в передню камеру 3 ока, заповненою камерною вологою. Під склерою розташована тонка судинна оболонка 6, що складається з системи кровоносних судин.

У передній частині ока судинна оболонка переходить у райдужну оболонку 4, забарвлену у різних людей у різний колір. Райдужна оболонка має всередині отвір – зіницю, яка виконує для ока роль апертурної діафрагми. За

райдужною оболонкою знаходиться задня камера ока, у передній частині якої розташований кришталік 2 – прозоре пружне тіло, що має форму двоопуклої лінзи.

Кривизна поверхонь кришталіка може змінюватись в результаті зусилля м'язів. Порожнина ока між кришталіком та задньою стінкою заповнена драглистою прозорою речовиною, так званим скловидним тілом 7. Дно ока, за винятком передньої частини, вистилає сітчана оболонка, або сітківка 8. Сітківка складається в основному з розгалужень волокон зорового нерва та їх закінчень та утворює світлочутливу поверхню. Світлосприймаючі елементи сітківки мають вигляд паличок або колбочок. Палички (їх в оці близько 130 млн) мають більшу світлочутливість, але не реагують на колір. Колбочки (близько 7 млн) забезпечують сприйняття кольору.

Зміна діаметра зіниці відбувається рефлекторно, без участі свідомості залежно від кількості світла, що потрапляє до ока. При яскравій освітленості діаметр зіниці дорівнює 2 мм, при слабкій освітленості сягає 8 мм.

За своєю будовою око як оптична система схоже на фотоапарат. Роль об'єктива виконує сукупність кришталіка, заломлюючого середовища передньої камери та скловидного тіла. Зображення виходить на світлочутливій поверхні сітківки.

Наведення на віддалені предмети, що знаходяться на різній відстані (фокусування), носить назву **акомодації**. Вона досягається шляхом зміни кривизни поверхонь кришталіка за рахунок м'язових зусиль. Границі відстаней, на які можлива акомодація, називаються дальньою та ближньою точками.

Під дальньою точкою акомодації розуміють відстань, для якої м'язи кришталіка повністю розслаблені. Для нормального ока дальня точка, що фіксується без зусиль, лежить у нескінченності. Акомодація на нескінченність є найбільш сприятливою для роботи ока. Тому всі візуальні прилади будують саме так, щоб око працювало у подібному режимі. Положення ближньої точки — найменшої відстані, при якій око ще здібне ясно побачити предмет — залежить від віку (від 10 см для двадцятирічних, до 30 см у літньому віці). При цьому зусилля м'язів кришталіка максимальні.

При акомодації на відстані від ближньої до дальньої точки очні м'язи знаходяться у напруженому стані і стомлюються. Однак існує відстань, за якої око менше стомлюється. Вона дорівнює в середньому 25 см і називається **відстанню найкращого бачення**.

З пучків світла, що розбігаються або є паралельними, око створює реальне зображення на сітківці. При цьому воно бачить його на зворотному продовженні променів, що входять у око. У місці їх зворотного перетину розташоване уявне зображення для ока.

Хоч око і не являє собою тонку лінзу, в ньому можна знайти точку O , через яку промені проходять практично без заломлення (рис. 3.2). Це оптичний центр ока, що знаходиться всередині зіниці. Відстань h від оптичного центра

до сітчаной оболонки, що зветься глибиною ока, складає для нормального ока 15 мм.

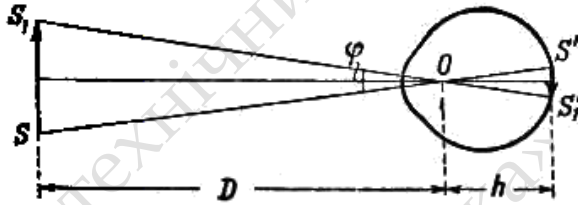


Рис. 3.2.

Зображення предмета на сітчаній оболонці завжди дійсне, зменшене і обернене (рис. 3.2). Кут φ , під яким видно предмет SS_1 з оптичного центра ока O , називається **кутом зору**. При збільшенні кута зору збільшується зображення предмета, що розглядається, на сітківці, збільшення $\Gamma = \frac{p'}{p} = \frac{\varphi'}{\varphi}$

(рис. 3.3).

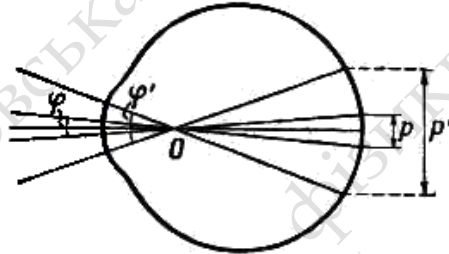


Рис. 3.3.

Під **роздільною здатністю ока** розуміють його властивість бачити окремо дві близько розташовані точки або лінії. Той найменший кут, під яким око ще бачить дві точки окремо, називають граничним кутом розділення ока. Якщо око розглядати як ідеальну оптичну систему, то його роздільна здатність при діаметрі зіниці $D = 2$ мм (нормальна освітленість) згідно з формулою $\delta\psi = 1,22\lambda/D$ для жовто-зеленої області спектра ($\lambda = 0,55$ мкм) дорівнює одній кутовій хвилині ($1'$).

Щоб бачити дві світних точки окремо одна від одної необхідно, щоб промені, які йдуть через оптичний центр ока (рис. 3.3) до двох сусідніх збуджених елементів сітківки, утворювали кут, всередині якого міг би умісти-

тися хоча б один незбуджений елемент. Досліди показали, що цей кут теж дорівнює одній кутовій хвилині ($1'$). У разі поганих освітленостей роздільна здатність може бути набагато гіршою від однієї кутової хвилини і доходить до 1° .

За допомогою оптичних приладів можна збільшувати кут зору. Оптичні системи створюють на сітківці ока більш великі зображення порівняно з зображенням, створеним під час розгляду того ж предмета неозброєним оком, і отже, збільшують здатність розпізнавання деталей.

Відношення довжини зображення на сітківці ока у випадку озброєного та неозброєного ока називається видимим збільшенням Γ оптичного приладу.

§ 3.2. ОПТИЧНІ ПРИЛАДИ. ЛУПА

За допомогою оптичних приладів досягається значне збільшення кута зору. За своїм призначенням оптичні прилади, які озброюють око, можна поділити на дві групи.

1. Прилади, які служать для розглядання дуже дрібних предметів (лупа, мікроскоп). Ці прилади наче “збільшують” предмети, що розглядаються.

2. Прилади, які служать для розглядання віддалених об’єктів (зорові труби, бінокль, телескоп і т.п.). Ці прилади наче “наближують” предмети, що розглядаються.

Щоб розрізняти подробиці під час розглядання предмета, для збільшення кута зору його наближують до ока. При цьому отримується більш крупне зображення на сітківці ока, зображення перекриває більшу кількість світлочутливих елементів сітківки.

Однак у разі малої відстані від предмета до ока (менш, ніж 15 см) оптична система ока не може сумістити зображення з сітківкою, незважаючи на максимальні зусилля акомодатії. Зображення отримується за сітківкою.

Якщо ж між предметом і оком помістити збиральну лінзу так, щоб предмет опинився у її фокальній площині, то після проходження крізь лінзу промені від кожної точки предмета будуть утворювати паралельні пучки. Вони дадуть зображення саме на сітківці, тому що око акомодоване на нескінченність. Така лінза, що прикладається до ока, називається лупою.

Лу́па – це оптичний прилад для розглядання дрібних об’єктів, які погано розрізняються оком.

Найпростіша лупа являє собою короткофокусну лінзу. Предмет, що спостерігається, розміщують між самою лупою та її фокусом (поблизу фокуса), або в самому її передньому фокусі. Зображення предмета у першому випадку отримується на відстані найкращого бачення, а у другому випадку – у нескінченності. В обох випадках око розглядає зображення без акомодатії.

Лупа дає уявне, пряме і збільшене зображення, розташоване з того ж боку, що й предмет (рис. 3.4).

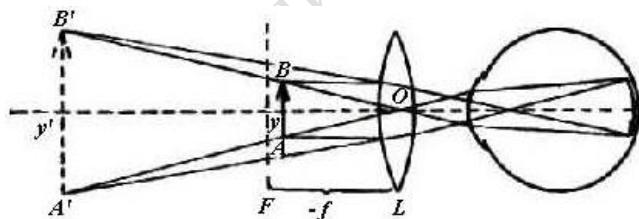


Рис. 3.4.

Промені від зображення попадають до ока під кутом w' (рис. 3.5), більшим, ніж кут, під яким той же предмет, що розташований на відстані найкращого бачення ($D = 250$ мм), є видимим незброєним оком (кут w , рис. 3.6).

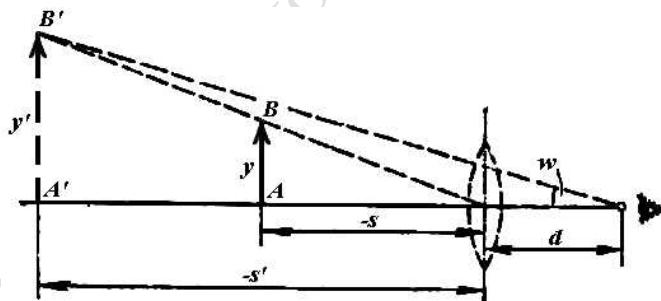


Рис. 3.5.

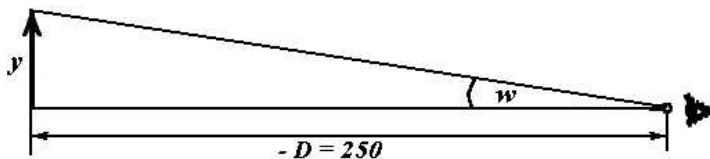


Рис. 3.6.

Цим і пояснюється збільшувальна дія лупи

Видимим збільшенням Γ лупи називається відношення тангенса кута w' , під яким видно (малий) предмет крізь лупу, до тангенса кута w , під яким він

був би видимим незброєним оком, якщо був би розміщений на відстані найкращого бачення

$$\Gamma = \frac{tgw'}{tgw}. \quad (3.1)$$

Знайдемо видиме збільшення лупи. З рис. 3.5 видно, що

$$tgw' = \frac{y'}{-s' + d},$$

де d — відстань від лупи до ока.

Застосуємо формули тонкої лінзи (§ 2.11). За формулою (2.82)

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

одержимо

$$s = \frac{f's'}{f' - s'};$$

підставимо s до формули (2.83):

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{f' - s'}{f'},$$

тоді

$$tgw' = \frac{y(f' - s')}{f'(d - s')}$$

З рис. 3.6 маємо

$$tgw = -\frac{y}{D},$$

де w — кут зору предмета, який розміщено на відстані D від незброєного ока.

Збільшення

$$\Gamma = \frac{tgw'}{tgw} = -\frac{D(f' - s')}{f'(d - s')}. \quad (3.2)$$

Якщо уявне зображення AB' знаходиться у нескінченності, тобто розглядається оком без акомодатії, то $s' = -\infty$ і

$$\Gamma = -\frac{D}{f'} = \frac{250}{f'}, \quad (3.3)$$

тут фокусна відстань лупи вимірюється у мм.

Якщо зображення AB' знаходиться на відстані найкращого бачення, то при $-D = d - s'$ отримаємо

$$\Gamma = \frac{f' - s'}{f'} = -\frac{D}{f'} + 1 = 1 - \frac{d}{f'}. \quad (3.4)$$

З останньої формули видно, що збільшення лупи Γ дещо залежить від положення ока d . Коли око поміщують поблизу фокуса лупи ($d = f'$), що здебільшого має місце, то збільшення виражається тією ж формулою (3.3).

У залежності від конструкції лупи збільшення може мати значення від 2 до 40 – 50. Найпростіші лупи являють собою збиральні плоско-опуклі лінзи, їх збільшення мале ($\sim 2 - 3$), поле зору у просторі зображень не перебільшує $15 - 20^\circ$. У разі середнього збільшення (4 – 10) застосовуються дво- і трьохлінзові системи. У разі великого збільшення конструкції луп наближаються до конструкції складних окулярів (див. § 2.15), кут зору у них сягає $80 - 100^\circ$.

§ 3.3. ТЕЛЕСКОПІЧНА СИСТЕМА ТА ЇЇ ОСНОВНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ

3.3.1. Принципова схема телескопічної системи.

Оптичні системи, призначені для спостереження далеких предметів, мають назву телескопічних систем, або зорових труб. Ці системи працюють сумісно з оптичною системою ока. До них відносяться системи геодезичних приладів (нівелір, теодоліт та ін.), астрономічні труби, біноклі, перископи, стереотруби, далекоміри і т.п.

Оскільки предмет, який розглядають, дуже віддалений, можна вважати, що промені від нього *входять* до телескопічної системи *паралельними пучками*. Око в спокійному стані сприймає паралельні промені. Для того, щоб око спостерігача бачило зображення різким без акомодатії, необхідно, аби з телескопічної системи *виходили також паралельні пучки* променів.

Розглянемо принцип дії телескопічної системи. Нехай від двох точок віддаленого предмету до неї входять два пучка паралельних променів і кут між ними дорівнює w (рис. 3.7).

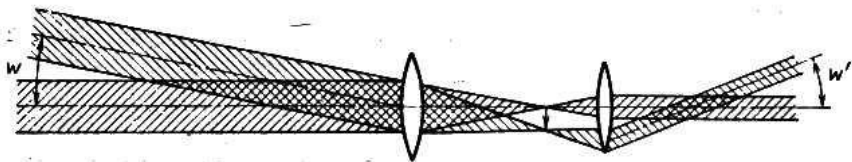


Рис. 3.7.

На виході телескопічної системи промені залишаються паралельними, але кут між пучками змінюється і є w' (рис. 3.7). Якщо $w' > w$, око спостерігача бачить зображення предмету *під більшим кутом зору*, тобто *предмет здається наближеним* до спостерігача.

Телескопічна система складається з двох компонентів: **об'єктива** – компонента, спрямованого до об'єкта, і **окуляра** – компонента, спрямованого до ока спостерігача. Для того, щоб паралельні промені в просторі предметів були паралельними і в просторі зображень, необхідно *сумістити задній фокус об'єктива з переднім фокусом окуляра* (рис. 3.7). При цьому оптичний інтервал Δ складеної з двох компонентів системи (див. § 2.8) дорівнюватиме нулю.

За формулами додавання двох центрованих оптичних систем задня еквівалентна фокусна відстань

$$f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta},$$

як і передня еквівалентна фокусна відстань

$$f = \frac{f_1 f_2}{\Delta}$$

для $\Delta = 0$ дорівнюють нескінченності. Отже головні фокуси і головні площини телескопічної системи лежать у нескінченності, а її оптична сила Φ дорівнює нулеві. Тому телескопічну систему називають також **афокальною**.

На рис 3.8 зображено найпростішу **зорову трубу**.

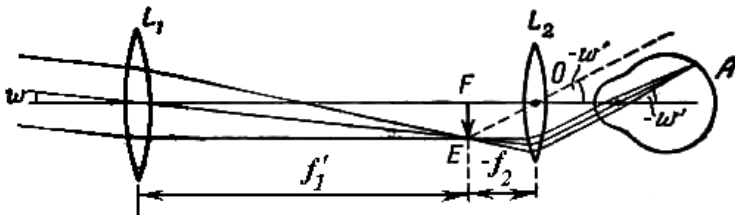


Рис. 3.8.

Вона складається з об'єктива L_1 і окуляра L_2 . Пучок паралельних променів прямує від верхньої крайньої точки нескінченно віддаленого предмета. Нижня точка предмета лежить на головній оптичній осі. Кут між пучком і головною оптичною віссю дорівнює w . Очевидно, що око без телескопічної системи побачило б цей нескінченно віддалений предмет під тим же кутом w .

Об'єктив L_1 – збиральна система – дає дійсне, зменшене і обернене зображення предмета, яке знаходиться у фокальній площині об'єктива EF . Передня фокальна площина окуляра L_2 , який у даному випадку теж є збиральною системою, суміщена з задньою фокальною площиною об'єктива. Тому пучок, який виходить з зорової труби, є паралельним побічній оптичній осі окуляра (вказана штриховою лінією). До ока надходить пучок паралельних променів під кутом зору w' .

Фокальну площину окуляра потрібно щоразу суміщати з зображенням предмета, що створюється об'єктивом. Тому оправу зорової труби влаштовують таким чином, щоб існувала можливість легко пересувати окуляр.

Спостерігач спрямовує зорову трубу на предмет, акомодує око на виразне бачення сітки або шкали, що розміщені у фокальній площині окуляра, а потім пересуває окуляр доти, доки у полі зору не побачить чіткого зображення предмета.

3.3.2. Основні оптичні характеристики телескопічних систем.

Оскільки відстань до об'єктів, що розглядаються у зорові труби (телескопічні системи), дуже велика, об'єкти характеризують не лінійними, а кутовими розмірами. Відповідно, характеристиками телескопічної системи служать кутове збільшення γ , кут поля зору $2w$, світлосила, роздільна здатність, діаметр вихідної зіниці $D_{з.вих.}$, віддалення вихідної зіниці від останньої поверхні окуляра $s_{p'}$.

Кутовим збільшенням γ телескопічної системи називається відношення тангенса кута w' , під яким око спостерігача бачить зображення, утворене системою, до тангенса кута w , під яким видно віддалений предмет неозброєним оком.

Оскільки кут w' визначає видиму величину зображення, то кутове збільшення називають **видимим збільшенням** або просто збільшенням телескопічної системи

$$\Gamma_{\gamma} = \frac{tgw'}{tgw}.$$

Формули для збільшення можна отримати також з геометричних співвідношень рис. 3.8 та з урахуванням того, що $-f_{ок} = f'_{ок}$,

$$\Gamma_{\gamma} = \frac{tgw'}{tgw} = -\frac{f'_{об}}{f'_{ок}}. \quad (3.5)$$

Таким чином, видиме збільшення дорівнює відношенню задньої головної фокусної відстані об'єктива до передньої головної фокусної відстані окуляра і воно за числовим значенням тим більше, чим більша фокусна відстань об'єктива і чим менша фокусна відстань окуляра. Видиме збільшення лежить у межах 10 — 30.

Здається, що обираючи підхожі фокусні відстані, можна зробити збільшення скільки завгодно великим. Але дійсно воно обмежується роздільною здатністю. **Роздільна здатність** характеризує здатність оптичного приладу давати роздільне зображення двох близьких одна до одної точок об'єкта. Користуючись теорією дифракції (§1.2), можна обчислити кутову відстань між найближчими точками, які ще розділяються:

$$\phi_{\min} = \frac{1,22\lambda}{D}.$$

Тут D — діаметр оправы зорової труби (діаметр вхідної зіниці), λ — довжина світлової хвилі. Якщо покласти $\lambda = 0,555$ мкм, D вимірювати у мм, а радіани перекласти на секунди, границю розділення зорової труби можна визначити у кутових секундах за формулою

$$\phi = \frac{140''}{D}.$$

Ця формула визначає роздільну здатність об'єктива для простору предметів. Але роздільна здатність зорової труби повинна відповідати також роздільній здатності ока, яка оцінюється величиною $\phi' = 60''$. Ця величина є роздільною здатністю телескопічної системи у просторі зображень. Роздільні здатності у просторі предметів ϕ і просторі зображень ϕ' пов'язані залежністю

$$\frac{\phi'}{\phi} = \Gamma.$$

Отже роздільна здатність у просторі предметів становить $\phi = \frac{60''}{\Gamma}$. Дорівнюючи ці роздільні здатності об'єктива і ока, одержимо

$$\frac{60}{\Gamma} = \frac{140}{D_{з.вх}}.$$

Звідки

$$\Gamma = \Gamma_k = \frac{D_{3.вх} 60}{140} = 0,43 D_{3.вх}. \quad (3.6)$$

Збільшення Γ_k , що визначається формулою (3.6), називається корисним збільшенням. **Корисне** (іноді – **нормальне**) збільшення практично дорівнює половині $D_{3.вх}$. (нагадаємо, що D надається у мм).

Видиме збільшення телескопічної системи можна виразити також як відношення ширин пучків світла до і після проходження крізь систему, або як відношення діаметрів вхідної $D_{3.вх}$. і вихідної $D_{3.вих}$ зіниць

$$\Gamma_\gamma = \frac{D_{3.вх.}}{D_{3.вих.}}. \quad (3.7)$$

Апертурною діафрагмою і зіницею входу труби звичайно є оправа об'єктива, а вихідною зіницею є зображення апертурної діафрагми, яке дає окуляр.

Для **лінійного збільшення** β телескопічної системи з формули (2.51) отримуємо

$$\beta = \frac{f_{ок}}{f'_{об}},$$

а якщо система знаходиться у повітрі, $f_{ок} = -f'_{об}$ і

$$\beta = -\frac{f'_{ок}}{f'_{об}}. \quad (3.8)$$

З формули (3.8) випливає, що лінійне збільшення телескопічної системи визначається тільки відношенням головних фокальних відстаней об'єктива і окуляра, воно постійне і не залежить від положення об'єкта. Де б не знаходилися об'єкт і його зображення, лінійне збільшення системи буде однако-вим.

Кутове і лінійне збільшення пов'язані між собою

$$\gamma = \frac{1}{\beta} = -\frac{f'_{об}}{f'_{ок}},$$

а поздовжнє збільшення

$$\alpha = \beta^2 = \left(\frac{f'_{ок}}{f'_{об}}\right)^2.$$

Кутове поле $2w$ характеризує кутову величину тієї частини простору предметів, яка зображується різко. Воно обмежене діафрагмою, встановленою у передній фокальній площині окуляра, де розташоване проміжне зображення, що дає об'єктив. Кутове поле обчислюють за формулою

$$tgw = \frac{tgw'}{\Gamma_\gamma}. \quad (3.9)$$

Тобто кутове поле телескопічної системи $2w$ визначається через кутове поле окуляра $2w'$, який є більш складним елементом системи, і видиме збільшення Γ_γ . Кутове поле окуляра лежить у межах $50^\circ - 70^\circ$, а видиме збільшення у межах $10 - 30$. Тому кутове поле телескопічної системи не перевищує 10° .

Освітленість зображення. Світлосила.

Чим більшою є освітленість зображення, що дає оптична система, тим більшою є її якість.

Знайдемо освітленість зображення, отриманого за допомогою об'єктива, що складається для спрощення з однієї лінзи (рис. 3.8, а).

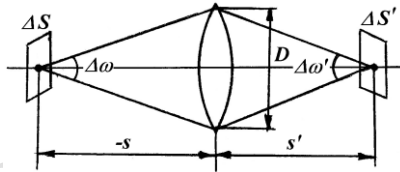


Рис.3.8, а.

Тут $\Delta S, \Delta S'$ — елементи площі предмета і зображення, відповідно, $\Delta\omega, \Delta\omega'$ — апертурні кути простору предметів і простору зображень, D — діаметр оправы лінзи (або діаметр діючої діафрагми об'єктива). Якщо B — яскравість елемента ΔS , то світловий потік від цього елемента, що падає на лінзу,

$$\Delta\Phi = B\Delta\omega\Delta S \cos \varphi.$$

Площини $\Delta S, \Delta S'$ вважаємо перпендикулярними до оптичної осі, тому $\varphi = 0, \cos \varphi = 1$. Частина світлового потоку втрачається при проходженні крізь лінзу за рахунок відбивання, поглинання і розсіювання світла, тому величина світлового потоку, що проходить крізь лінзу

$$\Delta\Phi' = k\Delta\Phi = kB\Delta\omega\Delta S,$$

де k — коефіцієнт ослаблення потоку, $k < 1$.

Освітленість зображення дорівнює відношенню світлового потоку до площі, на яку він падає,

$$E = \frac{\Delta\Phi'}{\Delta S'} = kB\Delta\omega \frac{\Delta S}{\Delta S'}.$$

Відношення площин предмета і зображення виразимо як квадрат величини лінійного збільшення: $\Delta S'/\Delta S = \beta^2$, а апертурні кути $\Delta\omega = \pi D^2/(4s^2)$ і $\Delta\omega' = \pi D^2/(4s'^2)$. Враховуючи, що $\beta = s'/s$, після підстановки маємо

$$E = kB \frac{\pi D^2}{4s^2} \beta^2 = kB \frac{\pi D^2}{4s'^2}.$$

Для об'єктива телескопічної системи $s' = f'$, тому

$$E = kB \frac{\pi}{4} \left(\frac{D}{f'} \right)^2 \quad (3.10)$$

Світлосила – величина, яка дозволяє порівнювати освітленості у площинах зображень різних оптичних систем. Освітленість E зображення, як випливає з формули (3.10), тим більша, чим більші яскравість B предмета та діаметр D лінзи і чим менша її фокусна відстань f' .

Відношення D/f' називається **відносним отвором** об'єктива. На оправках об'єктивів оптичних приладів, в тому числі фотоапаратів, наносяться величини, обернені до D/f' .

Світлосилою системи називають квадрат відносного отвору системи, тобто $(D/f')^2$. Таким чином, освітленість зображення, яку дає об'єктив, при заданій яскравості B об'єкта пропорційна світлосилі об'єктива.

§ 3.4. ОБ'ЄКТИВИ ТЕЛЕСКОПІЧНИХ СИСТЕМ

Об'єктив телескопічної системи служить для отримання проміжного зображення. Об'єктив дає дійсне, зменшене, обернене зображення, яке потім розглядається за допомогою окуляра, що діє як лупа.

Основні характеристики об'єктивів: фокусна відстань $f'_{об}$, відносний отвір $\frac{D_{з.вх.}}{f'_{об}}$ ($D_{з.вх.}$ — діаметр вхідної зіниці, у простих телескопічних системах — діаметр оправки об'єктива), кутове поле 2ω у просторі предметів, роздільна здатність ϕ .

Як відомо, лінійне збільшення (у даному випадку зменшення у порівнянні з предметом) $\beta = \frac{x'}{f'}$ (див.(2.22)), де x' — відстань від заднього фокуса до зображення, f' — задня фокусна відстань.

Тому для того, щоб ступінь зменшення лінійних розмірів зображення була меншою, об'єктив повинен мати більшу фокусну відстань. У більшості випадків об'єктиви телескопічних систем мають порівняно *великі фокусні відстані* порядку 250 — 500 мм. Фокусна відстань довгофокусних об'єктивів сягає декількох метрів. У той же час окуляри для отримання значного збільшення роблять короткофокусними (20 — 30 мм) (див. формулу (3.5)).

Відносний отвір об'єктивів становить 1:5 — 1:10.

Об'єктиви зорових труб і геодезичних приладів мають входні зіниці діаметром декілька см. Чим більша фокусна відстань об'єктива, а, отже, і збільшення телескопічної системи, тим меншим є його кутове поле. У геодезичних трубах у разі збільшення 25 — 30 X кутове поле складає 1 — 2°, в інших системах — рідко перевищує 10 — 15°. Мала величина поля зору більшості зорових труб дозволяє використовувати об'єктиви простих конструкцій.

Найбільше поширення дістали об'єктиви, які складаються з двох або трьох лінз (рис. 3.9). Вони виправлені у відношенні сферичної аберації, коми і хроматизму.

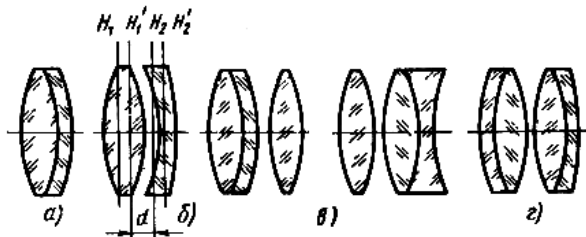


Рис. 3.9.

Лінзи можуть бути склеєними. Так, у дволінзовому склеєному об'єктиві “крон попереду” одна з лінз додатна і виготовлена зі скла марки крон, друга — від’ємна — зі скла марки флінт (рис. 3.9, а). Кутове поле її не перебільшує 8 — 10°, відносний отвір 1:5. Чим вище якість зображення, тим менше відносний отвір і кутове поле дволінзового об'єктива. Наприклад, у деяких дволінзових об'єктивах відносний отвір 1:10, кутове поле 1 — 2°, при цьому якість зображення особливо добра.

На рис. 3.9, б зображений дволінзовий несклеєний об'єктив з повітряним проміжком між лінзами. Змінюючи повітряний проміжок, можна отримати точно задану фокусну відстань і більший відносний отвір.

При великому відносному отворі від 1:1,5 до 1:2 застосовують трьохлінзові об'єктиви (рис. 3.9в), кутове поле яких теж невелике (10 — 12°).

Конструктивно об'єктиви поділяються на 3 класи: найбільш поширені лінзові, дзеркальні (катоптричні) і дзеркально-лінзові (катадіоптричні).

Відомо, що оптичні властивості дзеркал не змінюються під час зміни довжини хвилі падаючого світла, тобто дзеркала є ахроматичними. Тому дзеркально-лінзові системи використовують у системах з великою фокусною відстанню – у телескопах.

Як приклад наведемо дзеркально-менісковий об'єктив найновіших візорних труб (рис. 3.10). Промені заломлюються у менісковій лінзі 1, відбиваються від дзеркального покриття лінзи 2, потім від центральної частини лінзи 1 і попадають до лінзи 3.

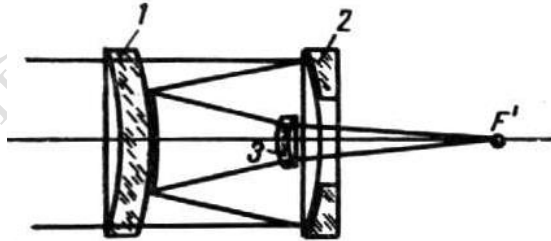


Рис. 3.10.

§ 3.5. ОКУЛЯРИ ТЕЛЕСКОПІЧНИХ СИСТЕМ. ПРИЗНАЧЕННЯ КОЛЕКТИВУ В ТЕЛЕСКОПІЧНІЙ СИСТЕМІ

Більш складним елементом оптичної системи зорової труби є **окуляр** — обернена до ока спостерігача частина оптичної системи. Окуляр служить для візуального розглядання *дійсного зображення*, сформованого об'єктивом, або об'єктивом у сполученні з обертаючою системою.

Окуляр за своєю дією схожий на лупу; але на відміну від лупи він має значно меншу апертуру пучка променів, що попадають до нього. Сучасні окуляри містять від 2 до 6 і більше лінз і мають, за звичаєм, велике поле зору.

Будь-який окуляр зорової труби складається з двох елементів – предметної лінзи (вона зветься колективом) та очної лінзи.

Призначення колективу у зоровій трубі стає зрозумілим, якщо розглянути хід головного променя похилого пучка (рис. 3.13). Можна бачити, що зростання кутового поля ω призведе до збільшення діаметра окуляра. Але ж окуляр є короткофокусною системою, де не можна отримати великих діаметрів.

Тому, щоб уникнути віньетування, першу лінзу окуляра (колектив) встановлюють у фокальній площині об'єктива або поблизу неї. Колектив наближує пучок променів до оптичної осі і спрямовує його на очну лінзу (або пе-

ршу обертаючу лінзу) (рис. 3.17). Застосування лінзи-колективу дозволяє збільшувати поле зору. Тому її ще називають лінзою поля зору.

Призначення очної лінзи – відсунути вихідну зіницю системи, якою є зображення об'єктива крізь окуляр, на відстань 10 — 15 мм від самої лінзи. Віддалення або винос вихідної зіниці необхідно здійснювати тому, що оптимальними умовами роботи з зоровою трубою являється суміщення зіниці ока з вихідною зіницею оптичної системи труби. Віддалення вихідної зіниці від останньої поверхні окуляра s'_F приблизно співпадає з заднім фокальним відрізком s'_F окуляра (рис. 3.11).

Діаметр вихідної зіниці, який за формулою (3.7) дорівнює $D_{з.вих.} = \frac{D_{з.вх.}}{\Gamma}$,

не повинен перебільшувати діаметр зіниці ока, $\frac{D_{з.вх.}}{\Gamma} < d_{зін.ока}$. У протилежному випадку частина світлового потоку, що виходить з труби, не буде брати участі у побудові зображення в оці. Для правильної роботи об'єктива необхідно так підібрати окуляр, а отже і збільшення труби, щоб вихідна зіниця мала потрібні розміри. Збільшення труби повинно задовольняти умові $\Gamma > \frac{D_{з.вх.}}{d_{зін.ока}}$.

Розміри зіниці ока у разі денних спостережень становлять приблизно 2 — 3 мм. Якщо вибрати окуляр таким, аби діаметр пучка променів, що виходять з нього, дорівнював би діаметру зіниці ока, то збільшення труби (його називають нормальним):

$$\Gamma_{норм} = \frac{D_{з.вх.}}{d_{зін.ок.}} \quad (3.11)$$

Якщо обрати значення діаметра зіниці ока 2 мм, дійдемо висновку, що нормальне збільшення практично дорівнює половині $D_{з.вх.}$, вираженій у мм. З формули (3.11) також випливає, що у разі фіксованого розміру вихідної зіниці $d_{зін.ок.}$ максимальне збільшення зорової труби можна отримати шляхом збільшення $D_{з.вх.}$, яка у простих системах дорівнює діаметру оправы об'єктива.

Тому за звичаєм намагаються збільшити діаметр об'єктива.

Аби забезпечити високу якість зображення, необхідно усунути астигматизм похилих пучків, кривизну поля і хроматизм. Для цього окуляри здебільшого виробляють у вигляді складних систем, що складаються з декількох лінз.

Окуляри розраховують для нормального ока. У випадках короткозорого або далекозорого ока окуляр переміщують відповідно до об'єктива (засовують), або від об'єктива (висовують). У разі зміщення окуляра до об'єктива пучки променів, що виходять, розбігатимуться, у разі зміщення окуляра від об'єктива – збігатимуться. У цьому полягає компенсація короткозорості і далекозорості ока спостерігача. Механізм пересування окуляра розрахований на діапазон від -5 до $+5$ діоптрій.

Деякі типи окулярів показані на рис. 3.11, через p' позначений центр вихідної зіниці.

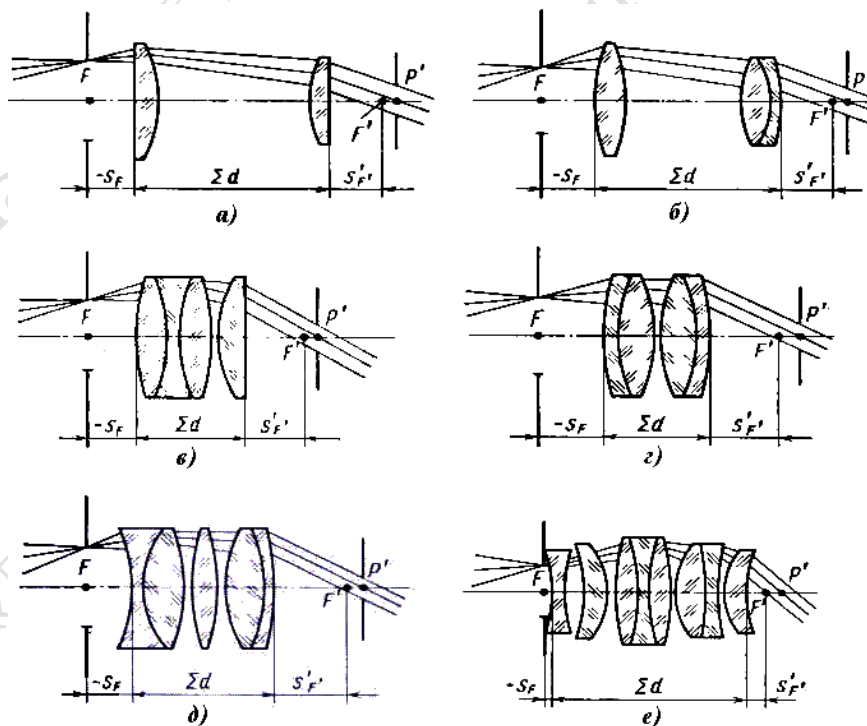


Рис. 3.11.

. а) Окуляр Рамсдена – це дві плоскоопуклі лінзи, обернені опуклими поверхнями всередину. При цьому головні фокуси лежать перед першою і після другої лінзи, що дозволяє застосовувати в трубі сітку. Кутове поле $2\omega'$ (кут між крайніми променями, що виходять з окуляра) є не більшим за $25 - 30^\circ$. Через мале віддалення вихідної зіниці ($s'_{F'} \approx 0,3f'_{ок}$) окуляр застосу-

ється лише у простіших приладах, в основному, у геодезичних зорових трубах.

б) Окуляр Кельнера, який є вдосконаленим окуляром Рамсдена, також складається з двох компонентів: колективу і очної лінзи. Очну лінзу ускладнено, її склєсно з двох лінз – додатної і від’ємної. Колектив – двоопукла лінза. Кутове поле сягає $40 - 50^\circ$, задній фокальний відрізок $s'_{F'} \approx 0,4f'_{ок}$. Використовується головним чином у геодезичних інструментах, у польових біноклях.

в) Ортоскопічний окуляр, в якому значною мірою виправлена дисторсія (звідси і назва), відрізняється значним віддаленням вихідної зіниці ($s'_{F'} \approx 0,75f'_{ок}$), кутове поле $2w' \approx 40^\circ$. Позитивні якості цього окуляра дуже важливі у разі спостережень прямих ліній на краю поля зору.

г) Симетричний окуляр складається з двох склєених лінз. Кутове поле $2w' \approx 40 - 45^\circ$, відрізняється високою якістю зображення і великим віддаленням вихідної зіниці $s'_{F'} \approx 0,75f'_{ок}$. Це забезпечило йому значне поширення, він зручний у зорових трубах і прицілах.

д) Окуляр Ерфле, складається з трьох компонентів, за рахунок чого кутове поле становить 70° . Вихідна зіниця відстоїть на $22 - 25$ мм від поверхні останньої лінзи

е) Ширококутний окуляр з кутовим полем 86° .

§ 3.6. ЗОРОВІ ТРУБИ КЕПЛера І ГАЛІЛЕЯ

3.6.1. Зорова труба Кеплера. Існують два варіанти телескопічних систем: зорова труба Кеплера (рис. 3.12. а) і зорова труба Галілея (рис. 3.12, б).

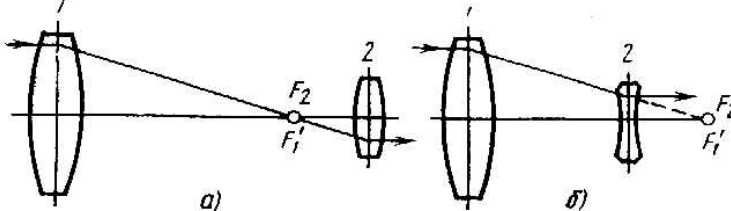


Рис. 3.12.

В обох варіантах задній фокус F'_1 об’єктива суміщається з переднім фокусом F_2 окуляра, відстань між головними площинами об’єктива і окуляра визначається як довжина труби L

$$L = f'_1 + f'_2. \quad (3.12)$$

Труба Кеплера має додатний об'єктив і додатний окуляр. Оскільки фокусні відстані об'єктива $f'_{об}$ і окуляра $f'_{ок}$ — величини додатні, згідно з формулою (3.5) збільшення труби Кеплера від'ємне ($\Gamma_\gamma < 0$), тобто вона дає перевернуте зображення. На рис. 3.13 показаний хід променів у трубці Кеплера з окуляром Кельнера.

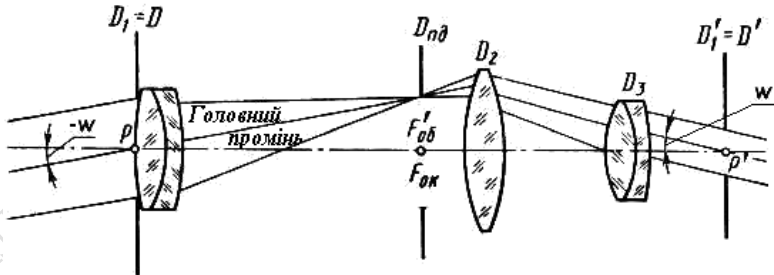


Рис. 3.13.

У площині дійсного зображення, що надає об'єктив, встановлюється польова діафрагма $D_{пд}$, у межах якої об'єктив буде зображення віддалених предметів. У такій самій площині розміщують пластинку з перехрестям або шкалою, яку називають *сіткою*. Повертаючи зорову трубу, її можна навести на будь-яку точку простору. Сітка дозволяє вимірювати кутову відстань між предметами.

Матеріальними діафрагмами в трубці є: оправка об'єктива D_1 , польова діафрагма $D_{пд}$, оправка першої лінзи окуляра D_2 і оправка другої лінзи окуляра D_3 . Оправка об'єктива є вхідною зіницею і одночасно апертурною діафрагмою, а її зображення D'_1 , надане окуляром — вихідною зіницею D' , з якою суміщується зіниця ока спостерігача.

Переваги труби Кеплера – простота конструкції, відсутність виньєтування при порівняно великих збільшеннях і кутовому полі, наявність площини дійсного зображення, де можна розмістити сітку. Окуляри сучасних кеплерівських зорових труб мають велике поле зору, яке сягає $90 - 100^\circ$. Кутове збільшення зорових труб для наземних спостережень не більше за декілька десятків.

За допомогою зорових труб Кеплера можна вимірювати малі лінійні та кутові зміщення, візувати на віддалені об'єкти, визначати відстані і т.п.

Суттєвий недолік системи Кеплера – *обернене зображення*. Тому трубу Кеплера застосовують у випадках, коли предмет може бути сам переверну-

тий – наприклад, геодезична рейка, цифри на якій нанесені у перевернутому вигляді.

3.6.2. Зорова труба Галілея. Система Галілея дає *пряме зображення*. Вона має додатний об'єктив і, на відміну від труби Кеплера, від'ємний окуляр (розсіювальну лінзу). Як окуляр найчастіше використовують просту двовгнуту лінзу. Окуляр і об'єктив розташовують так, аби задній фокус об'єктива збігався з переднім фокусом окуляра (рис. 3.14, 3.15). Довжина зорової труби Галілея на дві фокусних відстані окуляра менша аналогічної труби Кеплера (див. рис.3.12).

Фокусна відстань об'єктива $f'_{об}$ додатна, фокусна відстань окуляра $f'_{ок}$ – від'ємна. Тому за формулою (3.5) видиме збільшення $\Gamma_{\gamma} > 0$, і система дає пряме зображення.

Розглянемо два випадки.

1. Нехай об'єкт невеликих розмірів AB розташований порівняно *близько* (рис. 3.14, а).

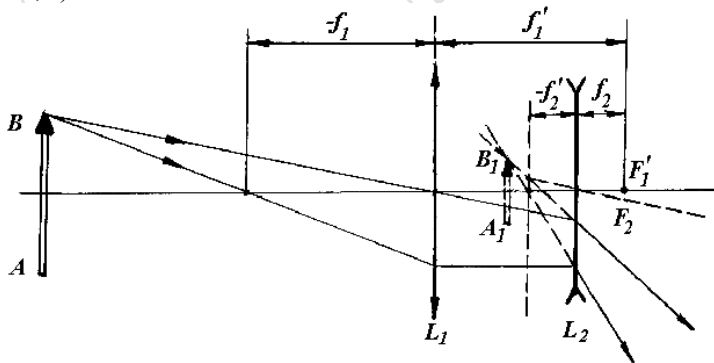


Рис. 3.14, а.

Користуючись правилами побудови оптичних зображень, віднайдемо зображення A_1B_1 . Порівнюючи розміри зображення і предмета, можна дійти висновку, що труба Галілея не збільшує, а, навпаки, зменшує. Однак, це невірно. Хоча відрізок A_1B_1 є коротшим за відрізок AB , все ж він є суттєво ближчим до ока спостерігача. Як видно з рис. 3.14, б, спостерігач бачить зображення під кутом w' , що помітно більший за кут w .

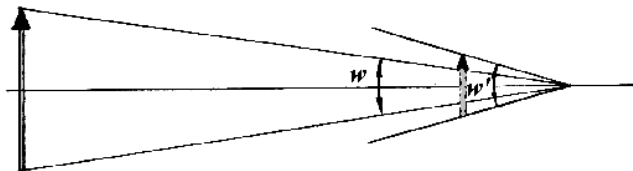


Рис. 3.14, б.

2. Нехай тепер об'єкт, що розглядається, знаходиться настільки *далеко* від спостерігача, що промені, які прямують від тієї чи іншої точки і попадають в об'єктив, можуть розглядатися, як паралельні. З рис. 3.15 видно, що після заломлення в окулярі ці промені знов будуть взаємно паралельними.

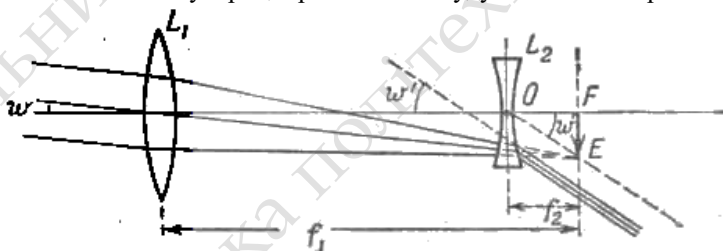


Рис. 3.15.

Оскільки в зоровій трубі Галілея не створюється дійсного проміжного зображення, з яким можуть бути суміщені шкала, сітка ниток і т.п., за допомогою такої труби не можна виконувати вимірювання і візування. Ще одним недоліком труби Галілея є він'єтування, що залежить від збільшення труби. Подібні зорові труби мають малий кут зору і застосовуються тільки для спостережень (головним чином, у театральних біноклях, візирах фотоапаратів та ін.).

Приклад 3.1. Наведемо розрахунок зорової труби Кеплера. Труба має такі характеристики: збільшення $\Gamma_\gamma = -6$; кутове поле $2w = 6^\circ$; діаметр вихідної зіниці $D' = 4$ мм; довжина труби $L = 140$ мм; віддалення вихідної зіниці $s'_p = 16$ мм.

Розв'язання.

1. Виберемо *тип окуляра*, для чого визначимо його кутове поле $2w'$. Воно пов'язане з кутовим полем телескопічної системи формулою

$$\operatorname{tg} w' = \Gamma_\gamma \operatorname{tg} w = (-6)(-0,053) = 0,32,$$

тут враховано, що w і w' мають різні знаки. Звідси

$$w' = 18^\circ, 2w' = 36^\circ.$$

Такий кут поля мають окуляри Кельнера і симетричні окуляри. В окулярі Кельнера віддалення вихідної зіниці $s'_{F'} \approx 0,4f'_{\text{ок}}$, у симетричному — $s'_{F'} \approx 0,75f'_{\text{ок}}$. Вибираємо той з окулярів, який забезпечує потрібне віддалення вихідної зіниці при меншій фокусній відстані. Ним є симетричний окуляр, покладемо $s'_{F'} = s'_{P'} = 16$ мм, тоді фокусна відстань окуляра

$$f'_{\text{ок}} = \frac{s'_{F'}}{0,75} = \frac{16}{0,75} = 21,3 \text{ мм.}$$

Підходить симетричний окуляр з фокусною відстанню 20 мм і $s'_{F'} = 14,9$ мм.

2. За формулою (3.5) знаходимо *фокусну відстань* об'єктива:

$$f'_{\text{об}} = -\Gamma_\gamma f'_{\text{ок}} = 6 \cdot 20 = 120 \text{ мм.}$$

У трубі Кеплера вхідною зіницею є оправа об'єктива. Користуючись формулою (3.7), за якою збільшення Γ_γ дорівнює відношенню діаметрів вхідної D і вихідної D' зіниць, знайдемо діаметр об'єктива

$$D = |\Gamma_\gamma| D' = 6 \cdot 4 = 24 \text{ мм.}$$

Відносний отвір об'єктива $\frac{D}{f'_{\text{об}}} = \frac{24}{120} = 1:5$. Встановимо *тип об'єктива*. Відносний отвір

1:5 і кутове поле $2w=6^\circ$ забезпечує дволінзовий склесений об'єктив.

Довжина труби приблизно становить

$$L = f'_{\text{об}} + f'_{\text{ок}} = 120 + 20 = 140 \text{ мм.}$$

З рис. 3.13 випливає, що діаметр польової діафрагми

$$D_{\text{пд}} = 2f'_{\text{об}} \tan w = 2 \cdot 120 \cdot 0,053 = 12,7 \text{ мм.}$$

Розрахунок інших параметрів труби виходить за межі посібника.

§ 3.7. ОБЕРТАЮЧІ СИСТЕМИ – ЛІНЗОВІ І ПРИЗМОВІ

У більшості випадків у разі наземних спостережень зручно, щоб зорова труба надавала пряме зображення. Тому для спостереження предметів у прямому вигляді до зорової труби вводять спеціальні **обертаючі системи** (лінзові чи призмові), які розміщують між об'єктивом і окуляром. Це однак збільшує довжину труби.

Обертаюча лінза розташовується на відстані $2f$ (де f — фокусна відстань обертаючої лінзи) від перевернутого зображення, сформованого об'єктивом (рис.3.16).

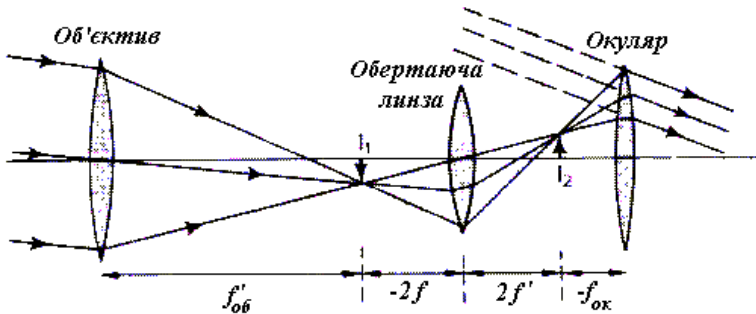


Рис. 3.16.

Обернене зображення того ж самого розміру формується на відстані $2f$ позаду обертаючої лінзи і діє як предмет для очної лінзи звичайним шляхом. Довжина труби зростає при цьому на $4f$.

Більш поширені зорові труби, у яких обертаюча система складається з двох лінз (2 та 3 на рис. 3.17). Додаткова плоско-опукла лінза 1 називається колективом. Він пригинає промені до оптичної осі і дає змогу зменшити поперечні розміри труби.

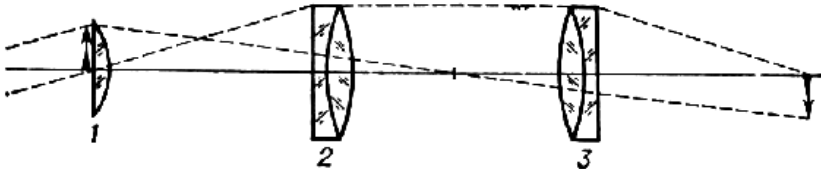


Рис. 3.17.

Пряме зображення в телескопічній системі можна отримати також за допомогою призмових обертаючих систем. Зорові труби з такими системами, на відміну від лінзових, є більш компактними, більш зручними в експлуатації за рахунок залому оптичної осі (див. рис. 3.22, 3.23).

Найбільш поширені прямокутні призми з ребрами, що є взаємно перпендикулярними (так звані системи Порро 1 роду, рис. 3.18).

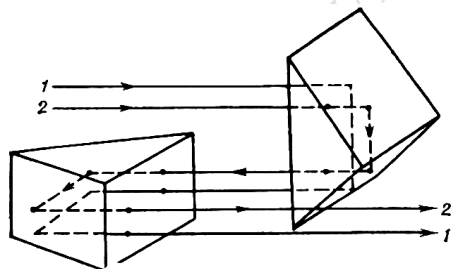


Рис. 3.18.

Промені 1 і 2 зазнають двічі повне внутрішнє відбивання і виходять паралельно первісному напрямку. Зображення таким чином повністю перевертається.

§ 3.8. ЗОРОВА ТРУБА З ВНУТРІШНІМ ФОКУСУВАННЯМ. ВІЗИРНА ТРУБА

Якщо предмет, який розглядають, знаходиться на відстані, яку не можна вважати “нескінченністю”, зображення від об’єктива виявляється трохи далі задньої фокусної площини. У цих випадках окуляр відсовують від об’єктива (фокусують) на таку відстань, щоб зображення, яке дає об’єктив, попадало до передньої фокальної площини окуляра (рис. 3.19).

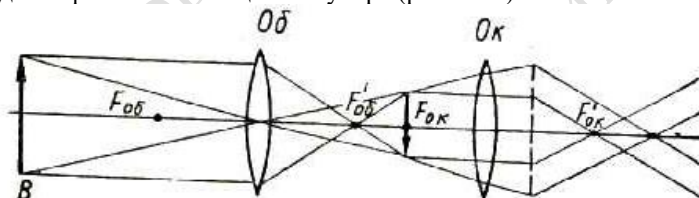


Рис. 3.19.

Для близько розташованих предметів ця відстань може бути значною, що викликає незручність. У сучасних геодезичних приладах (теодоліти, нівеліри) застосовується *внутрішнє фокусування*. Особливість його полягає у тому, що окуляр і об’єктив нерухомі, а фокусування здійснюється переміщенням додатної чи від’ємної лінзи, яка знаходиться всередині труби (рис. 3.20). На рис. 3.20 AM – апертурний промінь, який заломлюється об’єктивом 1 і спрямовується у точку $F'_{об}$ об’єктива. Але від’ємна фокусуюча лінза 2 відхиляє його у точку F'_3 з якою суміщений передній фокус $F_{ок}$ окуляра 3. У цьо-

му випадку апертурний промінь вийде паралельно оптичній осі у напрямку $M'A'$.

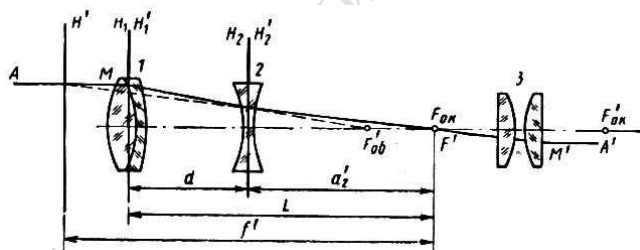


Рис. 3.20.

Об'єктив з фокуруючою лінзою розглядають як один складний об'єктив, що називається *телеоб'єктивом*. Точка F' є його заднім фокусом, площина H' – задньою головною площиною.

Особливість телеоб'єктива полягає в тому, що його довжина менша за фокусну відстань, $L < f'$. Це дозволяє при малих габаритах отримати велику еквівалентну фокусну відстань, отже, і велике видиме збільшення.

Візирною трубою називається зорова труба з сіткою, що призначена для візування на предмети.

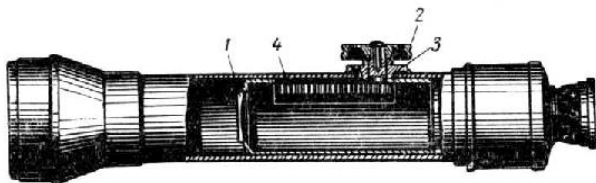


Рис. 3.21.

На рис. 3.21 показана візирна труба з внутрішнім фокусуванням. Тут 1 – від'ємна лінза, 2 – кремальєра, 3 – трибка, 4 – гребінка фокуруючого патруб-ка.

Сітку розміщують перед окуляром поблизу лінзи-колективу у фокальній площині окуляра, у якій об'єктив дає зображення об'єкта, що спостерігається.

Сітка являє собою плоскопаралельну пластинку зі скла, на якій нанесені штрихи. Суміщення сітки з фокальною площиною окуляра досягається фокусуванням окуляра. А суміщення сітки з площиною зображень предмета – фокусуванням труби за допомогою кремальєри.

Зорові труби геодезичних приладів бувають прямі та ломані. У ломаній трубі між об'єктивом і окуляром поміщена прямокутна призма, наявність призми змінює лінію візування (рис. 3.22).

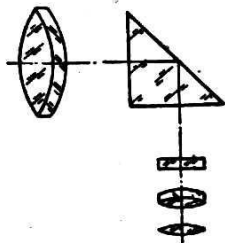


Рис. 3.22

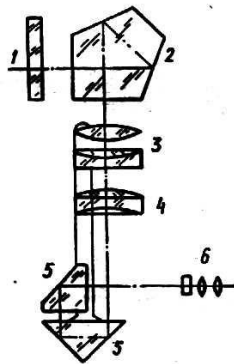


Рис. 3.23

Більш складну конфігурацію оптичної осі одного з нівелірів показано на рис. 3.23. Тут: 1 – захисне скло, 2 – пентапризма, 3 – об'єктив, 4 – фокуруюча лінза, 5 – призми, 6 – сітка ниток і окуляр.

§ 3.9. КОЛІМАТОР

Коліматором називають оптичну систему, яка дає на виході пучок паралельних променів, тобто імітує нескінченно віддалений предмет.

Оптична система коліматора (рис. 3.24) складається з довгофокусного об'єктива 3, у фокальній площині якого розміщений тест-об'єкт 2 та освітлювач 1. Тест-об'єктами називаються вимірювальні елементи – різні сітки і міри, точкові або діафрагми зі щілинами.

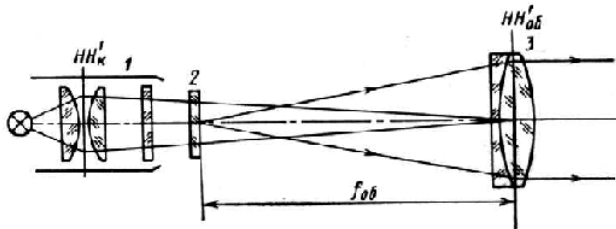


Рис. 3.24.

Освітлювальна система коліматора (рис. 3.24) складається з джерела випромінювання, конденсора і матового скла. Конденсор проектує зображення джерела безпосередньо на площину точкової діафрагми.

Коліматор часто суміщають із зоровою трубою. Подібний коліматор-зорова труба представлений на рис. 3.25.

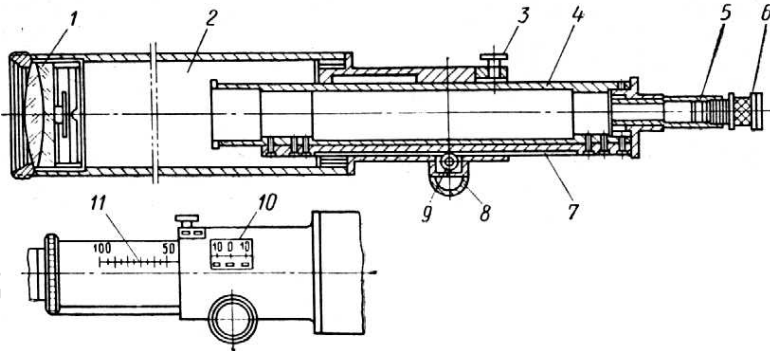


Рис. 3.25.

Об'єктив *1* в оправі укріплений на одному кінці труби. На другому кінці міститься труба *4*, яку за допомогою кремальєрного пристрою *7,8,9* переміщують всередині труби *2* і фіксують гвинтом *3*. Сітка *5* і окуляр *6* за звичаєм змінні, на рухомій трубі нанесено міліметрову шкалу *11*, на нерухомій – но́ніус *10*. Шкала дозволяє визначити величину відхилення променів від паралельності у пучку, що підлягає контролю. Якщо цей пучок паралельний, то зображення, яке він несе, співпадає з площиною сітки (у положенні “нескінченність”). Якщо пучок не є точно паралельним, то для суміщення площини зображення з площиною сітки рухому трубу відповідно пересувають. Пересування відраховують за шкалою.

Коліматор застосовують для вивірення різноманітних оптичних систем та вимірювальних приладів, він є обов'язковим компонентом контрольних приладів. За допомогою коліматора можна вузький пучок лазера діаметром у декілька міліметрів розширити до потрібного діаметра.

§ 3.10. МІКРОСКОП

Мікроскоп призначений для отримання значно збільшених зображень об'єктів, для розглядання дрібних предметів, які не розрізняються лупою. Він складається з двох головних оптичних систем – об'єктива L_1 і окуляра L_2 , розташованих на значній, порівняно з їх фокусними відстанями, відстані і

скріплених світлонепроникною трубкою, яка має назву тубуса. Хід променів наведено на рис. 3.26.

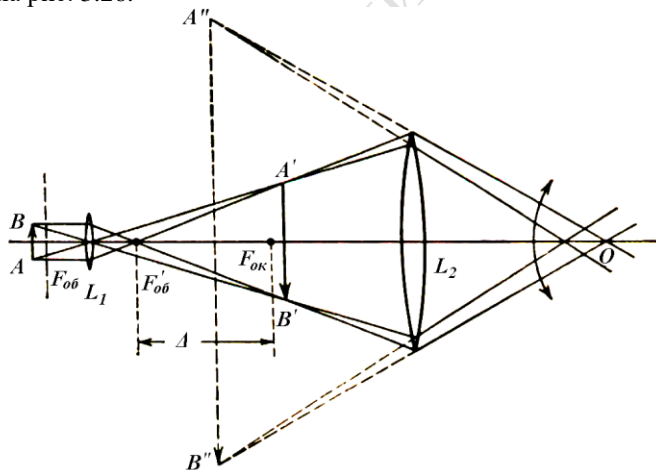


Рис. 3.26.

Малий об'єкт розміщується поблизу переднього фокуса $F_{об}$ об'єктива L_1 . Його дійсне збільшене обернене зображення $A'B'$ знаходиться поблизу переднього фокуса окуляра – між окуляром і його переднім фокусом.

Це проміжне зображення розглядається оком O через окуляр L_2 , як крізь лупу. Око бачить вдруге збільшене уявне зображення $A''B''$.

Подібно до лупи, мікроскоп дає можливість розглядати зображення під більшим кутом, ніж це можливо для неозброєного ока. Найбільш сприятливі умови здійснюються, коли площина проміжного зображення суміщається з передньою фокальною площиною окуляра, тобто зображення $A'B'$ лежить у нескінченності, і око знаходиться у ненапруженому стані.

Дія мікроскопа еквівалентна дії лупи з фокусною відстанню f , що дорівнює фокусній відстані усього мікроскопа. Тоді, користуючись формулою для збільшення лупи, знайдемо

$$\Gamma = \frac{D}{f},$$

де $D = 250$ мм – відстань найкращого бачення.

Якщо відомі фокусні відстані об'єктива $f_{об}$, окуляра $f_{ок}$, а також оптичний інтервал Δ цієї складної системи (відстань від заднього фокуса об'єктива до переднього фокуса окуляра), то можна знайти за формулою для фокусної відстані складеної системи (2.43) фокусну відстань мікроскопа f

$$f = \frac{f_{об} f_{ок}}{\Delta}.$$

Тоді збільшення мікроскопа

$$\Gamma = \frac{D}{f} = \frac{\Delta}{f_{об}} \frac{D}{f_{ок}}. \quad (3.13)$$

Величина $\frac{D}{f_{ок}}$ являє собою збільшення окуляра, який діє як лупа. Далі, розглядаючи об'єктив як лінзу, що дає зображення $A'B'$ (рис. 3.26), знайдемо збільшення об'єктива $\beta = \frac{s'}{s}$ (див. формулу (2.83)). Вважаючи, що $A'B'$ лежить у передній фокальній площині окуляра та нехтуючи відстанню $f'_{об}$ у порівнянні з Δ , з рис. 3.26 одержимо

$$\beta = \frac{\Delta}{f_{об}}.$$

Отже, збільшення мікроскопа (3.13) дорівнює добуткові збільшень об'єктива і окуляра і залежить не тільки від фокусних відстаней об'єктива і окуляра, але й від довжини тубуса Δ .

Об'єктив звичайно складається з короткофокусної (від десятих частин до десятків міліметрів) оптичної системи (до 10—12 лінз). Окуляр – довгофокусна ($f_{ок} = 10—80$ мм) оптична система. Збільшення, яке дає мікроскоп, може бути зроблено дуже значним. Так, наприклад, при $f_{об} = 2$ мм, $f_{ок} = 25$ мм, $\Delta = 160$ мм, збільшення $\Gamma = 800$.

Фокусна відстань окуляра при заданій фокусній відстані об'єктива вибирається так, аби діаметр пучка променів, що виходить з окуляра, дорівнював би діаметру зіниці ока. Ця умова накладає обмеження на допустиме збільшення мікроскопа ($\Gamma \leq 250—1000$).

Мінімальний розмір l_{min} деталей предмета, що розрізняються в мікроскопі, обумовлений хвильовою природою світла: завдяки явищу дифракції зображення світної точки має вигляд дифракційного кружечка (див. § 1.2). Розмір l_{min} залежить від добутку $n \sin u$, який отримав назву *числової апертури* об'єктива

$$l_{min} \approx \frac{\lambda}{n \sin u}. \quad (3.17)$$

Тут $2u$ — кут розхилу конуса променів, що йдуть від предмета, n — показник заломлення середовища, яке знаходиться між предметом і об'єктивом, λ — довжина світлової хвилі. У кращих об'єктивах при $n = 1$, $2u = \pi$ (тео-

ретична границя), розмір $l_{\min} \approx \lambda$. Отже, за допомогою мікроскопа не можна розрізнити малі предмети, якщо вони розташовані один від одного на відстані меншій, ніж довжина світлової хвилі, тобто $l_{\min} \approx 0,5 \text{ мкм}$. Тому у разі збільшень вище $1000 \times$ ніяких нових деталей предмета не може бути виявлено.

Наявність дійсного проміжного зображення надає можливість вимірювання розмірів, для чого у фокальну площину вміщують шкалу, нанесену на прозору пластинку.

У геодезії мікроскопи використовують головним чином як пристрої для відліку за шкалами. Збільшення таких мікроскопів не перевищує 50 разів, їх конструкція є простою.

Короткі висновки

- Оптична сила кришталіка *ока* може змінюватись (акомодація). Гострота зору становить приблизно одну кутову хвилину. Уявне зображення здатне відігравати роль об'єкта по відношенню до ока, яке перетворює його на дійсне.

- *Луна* являє собою короткофокусну збиральну лінзу, яка дає уявне зображення або на відстані найкращого зору ока ($D \sim 25 \text{ см}$), або на нескінченності. Кутове збільшення лупи обернено пропорційне фокусній відстані

$$\Gamma = \frac{D}{f'}$$

де D — відстань найкращого бачення, $D = 25 \text{ см}$.

- *Зорова труба* використовується для одержання великих збільшень віддалених предметів. Дійсне зображення предмета у довгофокусному об'єктиві розглядається крізь окуляр як крізь лупу.

У телескопічних системах (зорових трубах) завдяки тому, що задній фокус об'єктива збігається з переднім фокусом окуляра, паралельні пучки променів, що входять до них, виходять з них також у вигляді паралельних пучків. Збільшення кута зору телескопічних систем

$$\Gamma = -\frac{f'_{\text{об}}}{f'_{\text{ок}}}$$

де $f'_{\text{об}}$ і $f'_{\text{ок}}$ — задні фокусні відстані об'єктива і окуляра.

Для спостереження зображення око має бути акомодоване на нескінченність. Для найбільш повного використання світлового потоку необхідно, аби вихідна зіниця телескопа дорівнювала б зіниці ока (при денних спостереженнях $2 - 3 \text{ мм}$). Отримання максимального збільшення при фіксованому розмірі вихідної зіниці досягається збільшенням діаметра об'єктива. Отже

завдання діаметра об'єктива практично визначає збільшення зорової труби. Для усунення астигматизму похилих пучків, кривизни поля і хроматизм окуляри зорових труб виконують у вигляді складних систем з декількох лінз.

● *Зорова труба Кеплера*, яка складається з об'єктива і додатного окуляра, дає перевернуте зображення предмета. Для спостереження прямих зображень із візирною сіткою користуються обертальними системами, які повертають зображення на 180° . Окуляри кеплерових зорових труб мають велике поле зору (досягає $90 - 100^\circ$).

● *Зорова труба Галілея*, яка складається з додатного об'єктива та окуляра у вигляді двоггнутої лінзи, має малу загальну довжину і дає пряме зображення. Але труба не може бути оснащена візирною сіткою внаслідок того, що проміжне зображення є уявним.

● *Мікроскоп* використовується для отримання великих збільшень зображень близько розташованих предметів. Об'єктив мікроскопа дає збільшене дійсне зображення предмета, яке розглядається в окуляр як в лупу. Збільшення мікроскопа дорівнює добутковій збільшення об'єктива на збільшення окуляра. Кутове збільшення мікроскопа

$$\Gamma = - \frac{\Delta \cdot D}{f'_{об} f'_{ок}},$$

де Δ — відстань від заднього фокуса об'єктива до переднього фокуса окуляра. Мінус у формулах збільшення означає, що зображення є перевернутим.

Контрольні запитання

- Плоске дзеркало дає уявне зображення. Чому ми його бачимо?
- Яке зображення — уявне чи дійсне — утворюється на сітківці ока при користуванні лупою?
- Яка роздільна здатність ока?
- Чим пояснюється збільшувальна дія лупи?
- Чому зорові труби наближують віддалені предмети?
- Яких розмірів повинна бути вихідна зіниця зорової труби?
- Яку мету досягають збільшенням діаметра об'єктива зорової труби?
- З яких елементів складається окуляр телескопічної системи? Яке їх призначення?
- Яку роль у зорових трубах відіграє польова лінза (колектив)?
- Яким є хід променів у зоровій трубі Галілея? Зоровій трубі Кеплера?

- ❑ Чи можна зоровою трубою Галілея виконувати вимірювання за допомогою шкал?
- ❑ Визначити кутове збільшення зорової труби Г, якщо фокусні відстані об'єктива і окуляра дорівнюють 0,5 і 0,02 м відповідно?
- ❑ Що таке обертаючі системи? Яких типів вони бувають?
- ❑ Яким чином досягається фокусування зорової труби на кінцеву відстань?
- ❑ Де використовуються мікроскопи в геодезичних приладах?

Розділ 4

ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ ОПТИКИ

Навчальна ціль. Опанування фізичних явищ та законів, що полягають в основі використання нової інструментальної оптики, насамперед напівпровідникової та лазерної.

Після засвоєння навчального матеріалу 4-го розділу студент повинен **дати визначення** енергетичної структури атомів; спонтанного та вимушеного квантових переходів між енергетичними рівнями та народження фотонів; **пояснити** процес генерації випромінювання активним середовищем, що знаходиться в оптичному резонаторі; **мати уявлення** про методи створення інверсії; **вміти навести** основні характеристики лазерного випромінювання; **дати означення** енергетичної структури напівпровідників, **пояснити** принцип дії напівпровідникових лазерів, **вказати відміну** їх від інших типів лазерів, **знати** приймачі випромінювання.

§ 4.1. КВАНТОВІ ВЛАСТИВОСТІ АТОМІВ

Згідно з квантовими уявленнями світло являє собою потік квантів світла — фотонів. Виникає питання – як утворюються світлові кванти?

Сонячне світло та полум'я сірника, світло газонаповненої лампи, свічення екрана телевізора та розжареного металу, не дивлячись на відміни, що здаються, мають спільну природу. Виникнення світла у всіх цих джерелах обумовлено змінами, що відбуваються в атомах.

Атоми та молекули, що називаються мікрочастинками, підкоряються квантовим законам. Шляхом узагальнення і аналізу експериментальних даних були визначені такі їх властивості.

1. Існують стаціонарні стани атомів, у яких вони не випромінюють і не поглинають світло. Одна з найважливіших властивостей квантової системи, що складається із зв'язаних мікрочастинок (наприклад, атома, що складається з ядра та електронів, зв'язаних між собою електричними силами), полягає в тому, що внутрішня енергія E системи квантується, тобто може набувати лише певних дискретних (переривчастих) значень E_0, E_1, E_2, \dots ($E_0 < E_1 < E_2 < \dots$).

Кожному з цих дозволених значень енергії E_i ($i = 1, 2, 3, \dots$) відповідає один або декілька стійких станів руху частинок в системі.

Можливі значення енергії атома здобули назву енергетичних рівнів. Їх можна зобразити за аналогією з потенціальною енергією тіла, піднятого на різні висоти (рівні) у вигляді схеми (рис. 4.1). Тут кожному значенню енергії відповідає горизонтальна пряма, проведена на висоті E_0, E_1, E_2, \dots

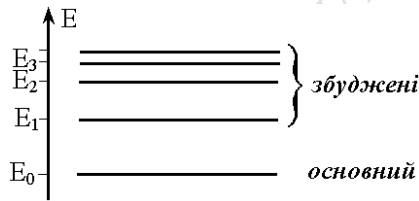


Рис. 4.1.

Нижній рівень характеризує основний стан атома, він відповідає найменшій можливій енергії. У такому стійкому стані знаходяться за нормальних умов усі атоми. Інші рівні енергії мають назву збуджених, тому що для переходу на них з основного рівня необхідно збудити систему – надати їй енергію.

Спосіб збудження атома може бути найрізноманітнішим: опромінення швидкими електронами, теплове збудження, дія світлових квантів або електричний розряд. (Про це докладніше див. нижче – типи випромінювачів).

2. Атом стрибкоподібно може переходити з одного стійкого стану в інший, такий перехід називається квантовим, він супроводжується зміною енергії. На схемі рівнів квантові переходи будемо позначати стрілками. На рис. 4.2 показані 12 можливих переходів між чотирма енергетичними рівнями. Внаслідок закону збереження енергії під час переходу з більш високого рівня енергії E_k на більш низький E_l система віддає “порцію” енергії, що дорівнює $E_k - E_l$, а при зворотному переході – поглинає її (рис. 4.2).

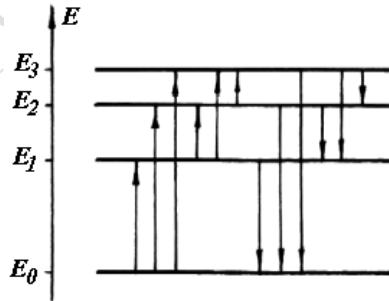


Рис. 4.2.

Квантові переходи можуть супроводжуватись випромінюванням і бути без випромінювання.

Перехід атома з більш високого рівня E_k енергії на більш низький E_l може супроводжуватись випусканням кванта випромінювання частоти ω_{ik} , що визначається співвідношенням

$$E_k - E_i = \hbar\omega_{ik}, \quad (4.1)$$

де $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – стала Планка.

Перехід з нижнього рівня E_k на верхній E_i може відбуватися у разі поглинання кванта тієї ж частоти.

У випадку безвипромінювальних переходів атом одержує або віддає енергію під час взаємодії з іншими мікрочастинками. Наприклад, у газовому розряді атоми газу можуть збуджуватись або втрачати енергію під час зіткнення один з одним або з електронами.

§ 4.2. ПОГЛИНАННЯ, СПОНТАННЕ ТА ВИМУШЕНЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ СВІТЛА

Для спрощення розглянемо лише два енергетичних стани атома, що характеризуються енергіями E_1 та E_2 , ($E_1 < E_2$). Згідно з А. Ейнштейном можливі три типи оптичних процесів: спонтанне випромінювання, поглинання та вимушене (індуковане) випромінювання.

Поглинання світла. Нехай атом знаходиться на нижньому рівні 1 та нехай поблизу атома пролітає фотон з енергією $\varepsilon_{12} = E_2 - E_1$, тобто з частотою $\omega_{12} = \varepsilon_{12}/\hbar$ (вона зветься резонансною). Атом може поглинути фотон і здійснити квантовий перехід з рівня E_1 на рівень E_2 . Такий процес схематично представлений на рис. 4.3. Горизонтальні лінії являють собою енергетичні рівні, хвиляста стрілка позначає фотон, вертикальна стрілка зображує квантовий перехід атома з одного рівня на інший.

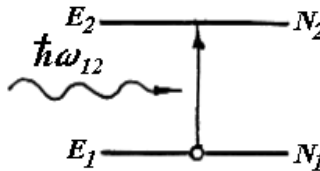


Рис. 4. 3.

Такий вимушений перехід означає поглинання світла речовиною, іноді його називають вимушеним поглинанням.

Нехай кількість атомів у кожному стані, або на кожному рівні енергії, дорівнює відповідно N_1 та N_2 . N_1 та N_2 називають заселеннями рівнів. Кількість фотонів, що поглинаються за одиницю часу $Z_{12}^{\text{пр}}$, пропорційна заселенню N_1 нижчого рівня E_1 , а також густині енергії $\rho(\omega)$ падаючого випромінювання у одиничному спектральному інтервалі:

$$Z_{12}^{\text{пог}} = B_{12}\rho(\omega)N_1. \quad (4.2)$$

Тут B_{12} – коефіцієнт, що характеризує ймовірність поглинання – коефіцієнт Ейнштейна для (індукованого) поглинання.

2. **Спонтанне випромінювання.** Якщо атом був збуджений, він може перейти на рівень E_1 самочинно (спонтанно). Такий перехід відбувається за рахунок внутрішніх властивостей атома, коли зовнішнє випромінювання відсутнє. При цьому може випускатися фотон (рис. 4. 4)

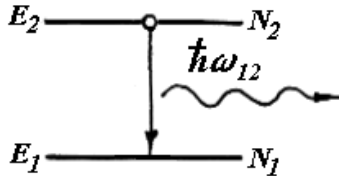


Рис. 4.4.

Спонтанне випромінювання має чисто квантову природу. Згідно з квантовою механікою атом не може знаходитись у збудженому стані нескінченно довго. Але в який саме момент часу відбудеться перехід $E_2 \rightarrow E_1$, передбачити неможливо. Момент переходу є випадковим, випадковим є також напрямок польоту та поляризація фотона, що народився при цьому. Середня тривалість перебування атома у збудженому стані $\tau \approx 10^{-8}$ с. Імовірність спонтанного випромінювання A_{21} пов'язана з середнім часом τ життя атома у збудженому стані формулою

$$A_{21} = \frac{1}{\tau}. \quad (4.3)$$

Кванти світла, що народилися внаслідок спонтанних переходів, мають однакову енергію, але ніяк не пов'язані між собою. Фази електромагнітних хвиль, що їм відповідають, теж не пов'язані між собою. Тобто спонтанне випромінювання не є когерентним.

3. **Вимушене (індуковане) випромінювання.** Якщо атом знаходиться на верхньому енергетичному рівні, то фотон, що пролітає з енергією $\varepsilon_{12} = E_2 - E_1$, може викликати (ініціювати) перехід $E_2 \rightarrow E_1$, тобто повернення атома на нижчий рівень. Перехід $E_2 \rightarrow E_1$ супроводжується випусканням такого само фотона (рис. 4.5)

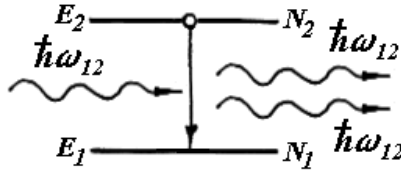


Рис. 4. 5.

Такий перехід, що відбувається як результат дії зовнішнього випромінювання, називається вимушеним. Новий фотон, як і первинний, має частоту ω_{12} . Більш того, він має такий самий напрямок імпульсу і таку саму поляризацію, тобто він є тотожним фотону, що стимулював цей процес. Отже, вимушене випромінювання є когерентним з тим, що його вимушує.

За аналогією з поглинанням, кількість фотонів $Z_{21}^{\text{вим}}$, що випромінюються за одиницю часу внаслідок переходу $E_2 \rightarrow E_1$ під дією зовнішнього випромінювання, визначається

$$Z_{21}^{\text{вим}} = B_{21}\rho(\omega)N_2 \quad (4.4)$$

Вона є пропорційною заселенню верхнього рівня N_2 та густині енергії падаючого випромінювання $\rho(\omega)$. Тут B_{12} – коефіцієнт, що характеризує ймовірність вимушеного випромінювання (коефіцієнт Ейнштейна). Окремо доводиться, що $B_{12} = B_{21}$. Зауважимо, що розглянуто простий випадок, коли одній енергії відповідає один фізичний стан атома.

Рівність коефіцієнтів B_{12} та B_{21} означає, що фотон, який взаємодіє з атомом, з однаковою ймовірністю може або поглинатись, або індукувати випромінювання. Якщо атом знаходиться на рівні E_1 , то фотон з енергією $\epsilon_{12} = E_2 - E_1$ викликає перехід $E_2 \rightarrow E_1$ (і при цьому знищується). Якщо ж атом знаходиться на рівні E_2 , то з тією ж ймовірністю фотон викликає перехід $E_2 \rightarrow E_1$ (і при цьому народжується ще один фотон).

Які процеси будуть переважати? Якщо більше атомів знаходиться на нижньому рівні E_1 , ніж на верхньому E_2 , переважають процеси поглинання світла.

Якщо ж, навпаки, на рівні E_1 знаходиться менше атомів, ніж на рівні E_2 , будуть переважати процеси вимушеного випромінювання світла.

§ 4.3. НЕЛАЗЕРНІ ДЖЕРЕЛА СВІТЛА

Усі джерела світла перетворюють будь-який вид енергії на енергію електромагнітного випромінювання. За способом генерування випромінювання їх поділяють на три типи – теплові, люмінесцентні та змішаного типу. Окремо знаходяться лазерні джерела.

Механізм випромінювання світла **тепловими** джерелами світла такий. Під час нагрівання тіл змінюються енергетичні стани електронів та іонів, що входять до складу тіла, внутрішня енергія перетворюється в енергію випромінювання. Тепловими джерелами світла є полум'я, електричні лампи розжарювання, випромінювачі з газовим нагріванням, моделі абсолютно чорного тіла. Вони мають суцільний спектр, положення максимуму якого залежить від температури речовини. Із зростанням температури загальна енергія теплового випромінювання зростає, а її максимум зміщується в область коротких довжин хвиль.

Іншим способом генерування світла є **люмінесценція**. Вона полягає в світінні речовини під впливом якогось джерела енергії, що діє на неї. Люмінесценція збуджується за рахунок будь-якого виду енергії, крім теплової. Під дією світла, електричного струму, хімічних реакцій теплова рівновага в речовині порушується, і атоми, молекули або іони переводяться з нижчих рівнів енергії на більш високі. Схему квантових переходів у типовому випадку люмінесценції показано на рис. 4.6.

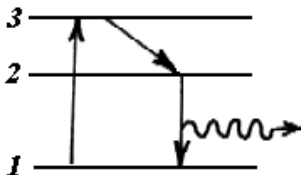


Рис. 4.6.

Тут відбуваються три послідовних квантових переходи: поглинання енергії з переходом атома з основного стану 1 у збуджений стан 3 ; перехід без випромінювання у стан 2 , нарешті, перехід з випромінюванням до основного рівноважного стану 1 . Існує також безліч інших варіантів квантових переходів, що викликають люмінесценцію.

Під дією зовнішніх джерел енергії на деяких збуджених рівнях енергії накопичується надмірна (у порівнянні з рівноважною) кількість атомів. Розподіл атомів за іншими рівнями при цьому залишається практично рівноважним.

Наступне повернення збудженого атома до нормального або менш збудженого стану супроводжується люмінесцентним випромінюванням. Тому люмінесцентне випромінювання є надмірним над тепловим.

Теплове випромінювання стає помітним у видимій ділянці спектра при температурі у тисячу градусів, в той час, як люмінесценція можлива при будь-якій температурі. Тому люмінесценцію називають холодним свіченням.

Залежно від того, за рахунок якої енергії здійснюється збудження атомів або молекул, розрізняють фотолюмінесценцію (збудження оптичним випромінюванням), катодолюмінесценцію (електронним пучком), електролюмінесценцію (електричним полем) та хемілюмінесценцію (хімічними реакціями).

Фотолюмінесценція збуджується електромагнітним випромінюванням видимого та ультрафіолетового діапазону. Так, у ртутних лампах низького тиску відбувається електричний розряд у парі ртуті, який супроводжується ультрафіолетовим випромінюванням з довжиною хвилі $\lambda = 0.25$ мкм. На внутрішню поверхню скляної колби лампи наноситься люмінофор. Поглинаючи ультрафіолетове випромінювання ртутної пари, люмінофор дає люмінесцентне свічення у видимій області, близьке за складом до денного світла (лампи денного світла). Це приклад фотолюмінесценції, а збудження атомів ртуті в електричному розряді та випромінювання ними ультрафіолетового випромінювання – приклад електролюмінесценції.

Інший приклад електролюмінесценції являють натрієві лампи, в яких пара натрію світиться під дією електричного розряду характерним жовтим світлом.

У світлодіодах – напівпровідникових кристалах з $p-n$ -переходом – під час проходження струму в прямому напрямі за певних умов збуджується випромінювання світла (явище інжекційної електролюмінесценції). В область $p-n$ -переходу інjektуються (упорскуються) надмірні носії струму – електрони та дірки. Внаслідок рекомбінації інjektованих під дією прикладеної напруги в область $p-n$ -переходу електронів і дірок випускаються кванти випромінювання. На відміну від теплових джерел світла світлодіоди мають вузький спектр випромінювання, тому сприймаються як однокольорові (червоні, зелені). Інша їх перевага — швидкодія, обумовлена малим часом життя неосновних носіїв. Найчастіше для виготовлення світлодіодів використовують GaAs, GaP, SiC з домішками цинку, кисню (червоні) або азоту (зелені).

До **змішаного** типу випромінювачів відносять такі, в яких поєднуються тепловий та люмінесцентний механізми випромінювання. Типовим прикладом є електрична дуга. Випромінювання анода є тепловим, а міжелектродне світіння – люмінесцентним.

Елементарні акти збудження атомів та випромінювання однакові при тепловому та люмінесцентному способах генерування світла. З квантової точ-

ки зору випромінювання нелазерних джерел світла складається з фотонів, які випромінюються незалежно окремими атомами, причому їх випромінювання відбувається спонтанно, у довільних напрямках, у випадкові моменти часу, а довжина хвилі, що виникає під час додавання безлічі актів випромінювання, не має точно визначеного значення.

§ 4.4. ІНВЕРТОВАНЕ АКТИВНЕ СЕРЕДОВИЩЕ. ПРИНЦИП ДІ ЛАЗЕРА

За звичайних умов, зокрема, коли речовина знаходиться в стані теплової рівноваги, заселення енергетичних рівнів, тобто кількість атомів у даному стані, зменшується зі збільшенням енергії рівнів. Розподіл атомів за різними енергетичними станами визначається законом Больцмана

$$N_i = C e^{-\frac{E_i}{kT}} \quad (4.5)$$

де N_i – кількість атомів у i -му квантовому стані, який характеризується енергією E_i , C – константа, k – стала Больцмана, T – температура. З формули видно, що високі енергетичні рівні мають менше заселення, ніж нижчі рівні, тобто $N_2 < N_1$.

Тому звичайна речовина не підсилює, а лише поглинає енергію світлової хвилі, яка проходить крізь неї. Поглинання перебільшує вимушене випромінювання, внаслідок чого хвиля, що проходить крізь речовину, послаблюється.

Щоб зробити речовину такою, що підсилює, необхідно змінити її теплову рівновагу таким чином, щоб хоча б для однієї пари рівнів верхній був заселений більше, ніж нижній.

Стан речовини, при якому хоча б для двох рівнів енергії атомів верхній рівень є заселеним більше, ніж нижній, називається *станом з інверсією заселення*, а речовина – активним середовищем.

Припустимо, що приготовлене інвертоване активне середовище. Нехай на це середовище спрямований світловий пучок з частотою ω_{12} (рис. 4.7)

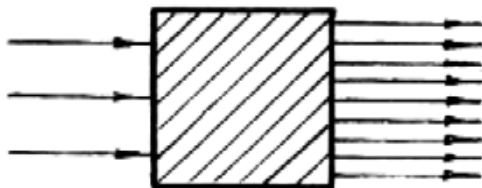


Рис. 4.7.

Проходячи крізь інвертоване активне середовище, світловий пучок може підсилюватися внаслідок переважання процесів вимушеного випромінювання над процесами поглинання. Енергія виводиться з активного середовища у вигляді додаткового світлового випромінювання. Первісне світло також присутнє у вихідному світловому потоці. Фактично отримується підсилення інтенсивності світла, що падає. У цьому полягає принцип роботи оптичного квантового генератора, або лазера.

Англійське слово “Laser” є абрєвіатурою виразу “Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation”, що означає “Підсилення світла за рахунок вимушеного випускання випромінювання”. Назва визначає суть дії лазера. Як бачимо, можливість підсилення та генерації світла на основі індукованого випромінювання зводиться до питання створення середовищ з інвертованим заселенням рівнів енергії.

§ 4.5. МЕТОДИ ОДЕРЖАННЯ ІНВЕРСНОГО ЗАСЕЛЕННЯ. ПРИНЦИПОВІ СХЕМИ РІВНІВ ЕНЕРГІЇ

Виділимо два рівні енергії, на переході між якими народжується лазерне випромінювання. Цей перехід називають *робочим*, а відповідні рівні – робочими рівнями.

Аби створити інверсію, треба, щоб верхній робочий рівень заселювався атомами більш інтенсивно, ніж нижній, або щоб нижній робочий рівень очищався (звільнявся) від атомів більш інтенсивно, ніж верхній.

Фізичні механізми заселення (або очищення) енергетичних рівнів, створення інвертованих активних середовищ, або, як кажуть, способи накачування активних середовищ, є різноманітними.

Відзначимо *оптичне накачування* – за рахунок світлової енергії спеціальних випромінювачів (газорозрядних імпульсних ламп). За результатом опромінювання потужними джерелами світла теплова рівновага в речовині порушується.

Для газоподібних активних середовищ застосовують накачування з використанням *електричного розряду*. Якщо до кінців трубки з розрідженим газом прикласти напругу достатньої величини, в ній виникає газовий розряд. При зіткненні з електронами частина атомів іонізується, що підтримує розряд. Інша частина атомів при зіткненні збуджується, тобто переходить на вищі рівні. Свічення газового розряду пояснюється спонтанними переходами зі збуджених рівнів на нижчі. За деяких умов у електричному розряді виникає інверсія заселення (див. § 4. 9. “He – Ne лазер”).

Інверсію заселення створюють також за допомогою електричного струму у напівпровідниках. Це так звана *інжекція носіїв заряду* у напівпровідниках (див. § 4. 10. “Напівпровідниковий лазер”), яка зводиться до пропускання струму через *p-n* перехід у прямому напрямі.

Так зване *теплове накачування* полягає у сильному нагріванні активного середовища з подальшим швидким охолодженням.

Для створення інверсії використовують також *хімічні реакції*.

Суть цих та інших методів накачування однакова – до активного середовища підводяться різні види енергії – електрична, світлова, хімічна, тепла і т. п. Активне середовище потім випромінює цю енергію у вигляді когерентного випромінювання.

Атоми, іони, молекули, що випромінюють, мають свої і досить складні структури енергетичних рівнів. Однак, всю різноманітність цих структур можна звести до декількох спрощених схем, які містять не більше трьох або чотирьох рівнів (рис. 4. 8)

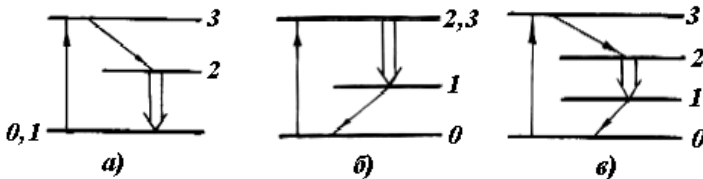


Рис. 4.8.

На рисунку використані такі позначення: 0 – основний рівень, 1 – нижній робочий рівень, 2 – верхній робочий рівень, 3 – рівень збудження. Вертикальна стрілка вгору означає збудження (накачування), вертикальна стрілка вниз – робочий перехід $2 \rightarrow 1$, косі стрілки – допоміжні переходи без випромінювання.

На рис. 4.8, а) показано *трирівневу* систему. Накачування переводить атоми на рівні збудження 3. Протягом відносно малого часу ($\sim 10^{-8}$ с) атоми переходять з рівня збудження 3 на верхній робочий рівень 2. Такий перехід зображено косою стрілкою. Надлишок енергії у такому випадку може передаватися коливанням кристалічної ґратки (у твердотільному активному середовищі). На верхньому робочому рівні 2 атоми знаходяться досить довго (приблизно 10^{-4} – 10^{-3} с). Такі рівні зуться *метастабільними*. Внаслідок довгого часу життя на метастабільному рівні на ньому скупчуються атоми. Виникає інверсія між рівнями 1 та 2. Відбувається вимушений перехід між рівнями 2 і 1, який супроводжується випромінюванням.

Нижній робочий рівень, позначений двома цифрами 0 і 1, є одночасно і основним рівнем і нижнім робочим рівнем. Це має негативні наслідки: основний рівень звичайно густо заселений, але, як нижчий робочий рівень, він потрібен мати мале заселення.

Тому більш зручною вдається схема рис. 4.8 б). Тут можна досягти того, щоб рівень 1 завжди був практично порожнім. Однак, тут співпадають рівень збудження 3 та верхній робочий рівень 2.

Аби більш ефективно поглинати енергію накачування рівень 2,3 повинен мати помітну ширину, тобто являти собою енергетичну смугу. Тоді речовина буде здатною поглинати фотони різних частот. В свою чергу, розширення енергетичного рівня та перетворення його на енергетичну смугу призводить до зменшення життя атома τ_0 на цьому робочому рівні. (Ширина рівня ΔE та час життя атома у збудженому стані τ_0 пов'язані квантовомеханічним співвідношенням невизначеностей $\Delta E \tau_0 \geq \hbar$). Але для створення інверсії і збільшення часу життя атомів на рівні 2 цей верхній робочий рівень повинен бути дуже вузьким.

Така суперечність долається *чотирирівневою* схемою рис. 4.8 в). Релаксаційні переходи з рівня 3 на рівень 2 та з рівня 1 на рівень 0 відбуваються дуже швидко. Тому рівень 1 залишається незаповненим, отже, щоб утворити інверсію населеностей, достатньо отримати лише невелику кількість атомів на рівні 2.

Зауважимо, що *дворівнева* схема є принципово непридатною для створення інверсії. Випромінювання накачування, з одного боку, переводить атоми з нижнього робочого рівня на верхній (поглинання), а з іншого боку ініціює зворотні переходи – з верхнього робочого рівня на нижній (вимушене випромінювання). Накачування, таким чином, одночасно і заселює і спустошує верхній робочий рівень. Імовірність переходу атомів на той та інший рівні однакова: $B_{mn} = B_{nm}$, тому число N_m зростає, а число N_n зменшується доти, поки заселення рівнів не вирівняється і кількість випущених фотонів дорівнюватиме кількості фотонів, що поглинаються. Інверсія стає неможливою.

§ 4.6. ВИНИКНЕННЯ ЛАЗЕРНОЇ ГЕНЕРАЦІЇ. ОПТИЧНИЙ РЕЗОНАТОР

Після того, як створене інвертоване активне середовище, досить одного фотона, що випадково народився при спонтанних переходах між робочими рівнями, щоб у активному середовищі почала відбуватись безліч вимушених переходів. У результаті з'являється лавина вторинних фотонів, зароджується лазерна генерація.

Однак фотони, що народжуються спонтанно, випромінюються у яких завгодно напрямках. У цих напрямках поширюватимуться й лавини вторинних фотонів, а випромінювання не буде мати когерентних властивостей.

Другий, крім активного середовища, принципово важливий і необхідний елемент лазера – **оптичний резонатор** – виділяє у просторі напрям лазерного випромінювання.

У найпростішому випадку оптичним резонатором служать два обернених одне до одного плоских дзеркал. Активне середовище розміщується між ними (рис. 4.9).

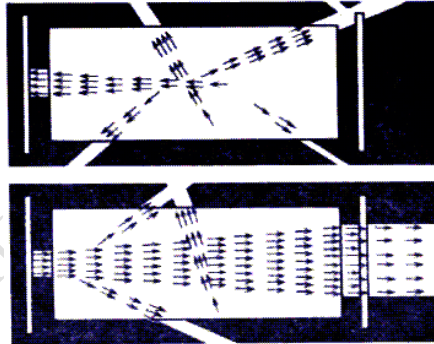


Рис. 4.9.

Якщо фотони рухаються вздовж осі резонатора, вони багаторазово відбиваються від дзеркал і щоразу проходять крізь активне середовище, викликаючи вимушене випромінювання вторинних фотонів. Ті, в свою чергу, викличуть вимушене випромінювання і т. д. Через те що фотони, що виникли під час вимушеного випромінювання, рухаються у тому ж напрямі, що й первинні, потік фотонів вздовж осі системи лавиноподібно зростатиме (рис. 4.9).

Крім того, у разі, коли світло проходить крізь активне середовище одноразово, інтенсивність його не дуже зростає. Тому виникає потреба багаторазового проходження світла крізь активне середовище.

Оптичний резонатор здійснює так званий позитивний зворотний зв'язок. Так говорять у тих випадках, коли результати будь-якого процесу впливають на здійснення того самого процесу так, що його інтенсивність зростає. Наслідком позитивного зворотного зв'язку виявилось лавиноподібне зростання кількості фотонів. Ті ж фотони, що рухаються під кутом до осі резонатора, виходять з активного середовища крізь його бокову поверхню.

Завдяки частковому пропусканню світла одним з дзеркал резонатора (на рис. 4.9 – правим дзеркалом), випромінювання виводиться назовні, утворюючи лазерний промінь.

Таким чином, за допомогою оптичного резонатора здійснюється перехід від підсилення світла до його генерації.

Оптичний резонатор визначає також спектральні характеристики випромінювання. Між двома дзеркалами поширюються дві хвилі – та, що падає, і відбита, які при накладанні утворюють стоячу електромагнітну хвилю. Стоячу хвилю можна розглядати як суперпозицію елементарних стоячих хвиль,

що мають назву мод коливань. Для забезпечення резонансу потрібно, щоб між дзеркалами укладалося ціле число півхвиль

$$q \frac{\lambda}{2} = L, \quad (4.6)$$

де L — відстань між дзеркалами, q — ціле число.

У резонаторі формується певний набір можливих типів коливань (мод). Кожна мода характеризується просторовою структурою електромагнітного поля – певним розподілом амплітуди і фази. Окремі моди позначаються так: TEM_{mnq} . Тут великі літери є абрєвіатурою англійського виразу transverse electromagnetic, який означає, що вектори електричного і магнітного полів перпендикулярні до поздовжньої осі резонатора, а індекси mnq фіксують структуру поля.

У спектрі генерації кожній з мод відповідає своя частота випромінювання. На рис. 4.10 показано структуру світлової плями на круглому дзеркалі резонатора для деяких найпростіших мод.

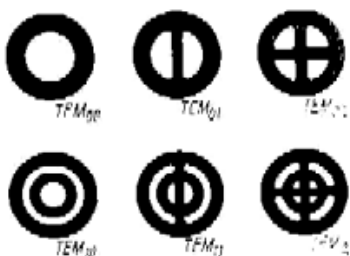


Рис. 4.10.

У реальних умовах структура світлової плями являє собою суперпозицію декількох мод (багатомодовий режим генерації). Спектр випромінювання звичайно містить декілька частот (багаточастотний режим).

§ 4.7. ТИПИ ЛАЗЕРІВ

Існує величезна різноманітність типів лазерів. Лазери працюють в дуже широкому діапазоні хвиль, у неперервному та імпульсному режимах. Активні середовища та фізичні явища, що застосовуються для їх збудження, є також різноманітними.

Можна класифікувати лазери за типом активного середовища та способом його збудження (способом накачування).

1. Твердотільні лазери. Активне середовище в них являє собою діелектричний кристал або скло з домішками спеціальних іонів, що відіграють роль активних центрів. У таких лазерах застосовується оптичне накачування.

Приклади: лазери на рубіні ($\lambda = 0,6943$ мкм), ітрій – алюмінієвому гранаті (ІАГ) з неодимом ($\lambda = 1,064$ мкм), склі з неодимом ($\lambda = 1,06$ мкм). У дужках вказані довжини хвиль, що генеруються.

2. Напівпровідникові лазери. Активним середовищем є два напівпровідники різного типу (*p-n*-перехід), або чисті бездомішкові напівпровідники. Накачування оптичне, електронним пучком або інжекцією носіїв заряду – електронів і дірок. Приклади: інжекційний лазер на арсеніді галію GaAs, сульфіді кадмію CdS. Генерують випромінювання у видимому та інфрачервоному діапазонах.

3. Газорозрядні лазери. Активним середовищем є газ під тиском 1 — 10 мм рт. ст. Збуджуються самостійним електричним розрядом. Розрізняють газорозрядні лазери за типами активних центрів – іонів, вільних атомів, вільних молекул. В іонних лазерах ($\lambda \sim 0,3 - 1$ мкм) застосовують дуговий розряд, у лазерах на атомних переходах ($\lambda \sim 0,4 - 100$ мкм) і молекулярних лазерах ($\lambda \sim 1 - 50$ мкм) – тліючий. Приклади: гелій – неоновий (He – Ne) лазер ($\lambda = 3,39; 1,15; 0,6328$ мкм – червона область видимого спектру), аргонний (Ar) лазер ($\lambda = 0,488$ мкм, голуба лінія, $\lambda = 0,515$ мкм, зелена лінія), CO₂ – лазер ($\lambda = 10,6$ мкм, ІЧ – діапазон).

4. Електроіонізаційні лазери. Газові CO₂ – лазери з підвищеним тиском в них. Накачування здійснюється швидкими електронами, для отримання яких використовують іонізуюче випромінювання у сполученні з зовнішнім електричним полем.

5. Газодинамічні лазери. Активне середовище – газові суміші з молекул CO₂, C₂N₂, CO, N₂, O₂, H₂, та ін. Інверсія створюється нагріванням газової суміші (горіння, вибух) до температур близьких до 1000 – 2000 К з наступним швидким охолодженням за рахунок адіабатного розширення газу при виході його з вузької щілини або сопла. Генерують в інфрачервоному діапазоні, потужність сягає 100 кВт у неперервному режимі.

6. Рідинні лазери. Як активне середовище використовують розчини органічних барвників або спеціальні рідини, активовані іонами рідкісноземельних елементів – тербію Tb, європію Eu, самарію Sm. Накачування оптичне, генерують у видимому та ІЧ – діапазонах ($\lambda \sim 0,3 - 1,3$ мкм).

7. Інші типи – хімічні, фотодисоційні, плазмові лазери.

§ 4.8. ВЛАСТИВОСТІ ЛАЗЕРНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

Лазерне випромінювання багато в чому відрізняється від світла, яке випромінюється звичайними джерелами.

1. *Енергетичні характеристики.* Основною характеристикою лазерного випромінювання є його потужність *P*. Наприклад, для технологічних цілей –

лазерної обробки матеріалів – використовують лазери на склі з неодимом з енергією випромінювання від 1 до 1000 Дж та тривалістю імпульсу 1 — 10 мс. Потужні CO₂ – лазери у неперервному режимі дають потужність декілька кВт. Потужність дуже поширеного He-Ne лазера становить одиниці та десятки мВт.

Густина потужності P_s випромінювання визначається відношенням потужності випромінювання, що проходить через переріз лазерного пучка, до площі перерізу. Вимірюють густину потужності P_s у Вт/см².

Якщо концентрувати випромінювання звичайних нелазерних джерел світла, у тому числі і Сонця, то досягти більшої густини потужності, ніж на самому джерелі, не можна.

Але когерентне випромінювання лазера за допомогою оптичної системи можна сфокусувати на малу площадку, порівняну з довжиною хвилі. Густина потужності лазерного випромінювання сягає при цьому величезної величини 10³ – 10⁷ Вт/см² для лазерів неперервної дії, 10⁴ – 10¹² Вт/см² для імпульсних лазерів. Для порівняння наведемо густину потужності випромінювання на поверхні Сонця – 10⁸ Вт/см². ККД лазерів дуже низький – декілька відсотків, але всі втрати компенсуються їх унікальними фізичними властивостями.

2. *Монохроматичність* лазерного випромінювання. Монохроматичне випромінювання – це випромінювання однієї частоти ν_0 (від грец. monos – один та chroma – колір).

Жодне джерело світла, включаючи лазер, не спроможне дати абсолютно монохроматичного світла – випромінювання однієї певної та точно постійної частоти.

З точки зору класичної фізики будь-яке монохроматичне випромінювання має відбуватися з незмінною амплітудою і частотою протягом нескінченно довгого часу. Однак процеси випромінювання завжди обмежені за часом, тому поняття монохроматичного випромінювання є ідеалізацією.

З квантової точки зору атоми і молекули випромінюють під час квантових переходів із збудженого стану до основного. Частота відповідних фотонів $\nu = \Delta E/h$, де ΔE – різниця енергій станів. Здавалося б, що атоми випромінюють на певних частотах.

Однак, замість однієї частоти атоми випромінюють значний спектр частот, що утворюють спектральну лінію певної ширини. Ширина спектральної лінії $\Delta\nu$ пов'язана з тим, що рівні енергії не є нескінченно вузькими, а в реальних умовах дещо розмиті внаслідок впливу різних факторів (рис. 4.11).

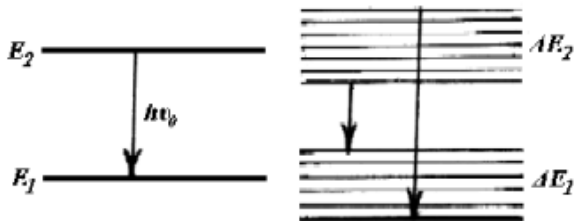


Рис. 4.11.

Один з цих факторів — природна ширина рівнів енергії — обумовлена співвідношенням невизначеностей:

$$\Delta E \tau \sim \hbar, \quad (4.7)$$

де ΔE — невизначеність енергії рівня, τ — час життя атома на цьому рівні, \hbar — стала Планка.

Лінії також розширюються за рахунок зіткнень атомів, ефекту Доплера та ін.

Розмитість рівнів призводить до того, що атом випромінює фотони не тільки з енергією $h\nu_0 = E_2 - E_1$, але й фотони з енергією, що трохи відрізняється від цієї величини. Отже, лазер випромінює інтервал частот $\Delta\nu$. За звичаєм монохроматичним вважається випромінювання з вузьким спектральним інтервалом.

Здатність лазерів випромінювати у вузькому діапазоні довжин хвиль (частот) визначається величиною $\Delta\nu/\nu_0$, де $\Delta\nu$ — ширина лінії випромінювання (діапазон частот), ν_0 — частота, яка відповідає центру лінії. Досягнуті значення $\Delta\nu \sim 10^3 - 10^4$ Гц при $\nu_0 \sim 10^{13} - 10^{15}$ Гц, що відповідає монохроматичності $10^{-9} - 10^{-12}$, недосяжної для інших (нелазерних) джерел світла.

3. *Когерентність* лазерних пучків. Характерною і унікальною особливістю лазерного випромінювання є те, що воно має високий ступінь часової і просторової когерентності (див. § 1.1).

У деяких газових лазерів з шириною спектральної лінії випромінювання $\Delta\nu \sim 10^3 - 10^6$ Гц, час когерентності $\tau_{\text{ког}} \sim 10^{-3} - 10^{-6}$ с, довжина когерентності $L_{\text{ког}} \sim 10^4 - 10^7$ см. У твердотільних лазерів, що випромінюють велику кількість поздовжніх мод, $\Delta\nu \sim 10^{12}$ Гц, а тому час когерентності $\tau_{\text{ког}} \sim 10^{-12}$ с, довжина когерентності $L_{\text{ког}} \sim 3 \cdot 10^{-2}$ см. Нелазерні джерела мають значно менший час когерентності.

Дуже значною є також просторова когерентність лазерного випромінювання. Фронт хвиль, що виходить з лазера, є просторово когерентним на площі приблизно 10^{-3} см², тобто випромінювання подібне до плоскої чи сферичної хвилі обмеженого поперечного перерізу.

4. *Просторові характеристики* лазерного пучка. Інша особливість випромінювання лазерів – його висока спрямованість. Вона зумовлена, головним чином, конструкцією оптичного резонатора.

Лазерний пучок розбігається (розширюється) у просторі. Розбіжність пучка – це плоский або тілесний кут, що характеризує відхилення променів від паралельності. Іноді направленість випромінювання характеризують кутом, у якому зосереджено певну (основну) частину енергії випромінювання. Так, наприклад, для однорідного круглого лазерного пучка діаметром D_0 кут розбіжності визначається так

$$\theta_p(0,84) = 1,22 \frac{\lambda}{D} . \quad (4.8)$$

Число у дужках визначає частину потужності, що міститься у межах кута розбіжності. Наведена так звана дифракційна розбіжність є гранично малою. У реальних умовах розбіжність може суттєво перевищувати θ_p . Причини – дифракція хвиль у резонаторі, багатомодовість випромінювання, неоднорідність активного середовища та ін.

Реальні значення розбіжності становлять 20–30' (рубін, скло з неодимом, ІАГ), 0,3–3' для гелій-неонового лазера.

Розподіл інтенсивності випромінювання у лазерному пучку (на вихідній апертурі лазера) визначається типом резонатора та модовим складом коливань в ньому. У випадку одномодової генерації цей розділ описується кривою Гаусса (гауссів пучок). Під час генерації на модах більш високого порядку розподіл має вигляд плям або кілець (рис. 4.10).

5. *Поляризація* лазерного випромінювання.

Як відомо, поляризація характеризується орієнтацією вектора напруженості E електричного поля в електромагнітній хвилі.

Народжений внаслідок спонтанного переходу квант може мати довільний напрямок поляризації. Квант, який з'являється внаслідок вимушених переходів, буде мати ту ж саму поляризацію, що й той, який цей процес викликав.

Тому для одержання лінійно поляризованого випромінювання необхідно вводити до резонатора лазера деякий елемент, який виділяє заданий напрямки поляризації.

У газових лазерах у якості такого елемента використовують пластинки, що обмежують об'єм активного середовища. Вони розташовані так, аби перпендикуляр до пластинки утворював з віссю резонатора кут Брюстера (кут α на рис. 4.12). У такому випадку відбитий і заломлений промені повністю поляризовані.

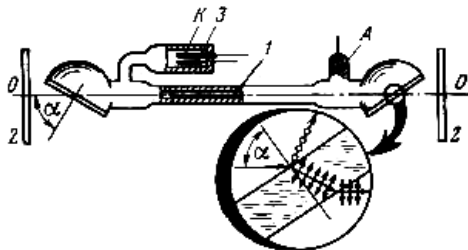


Рис. 4.12.

На рисунку показано, що у відбитому від пластинки промені коливання світлового (електричного) вектора відбуваються у напрямку, що є перпендикулярним до площини падіння, ці коливання позначені точками. У заломленому промені коливання є паралельними площині падіння, ці коливання позначені стрілками. З розрядної трубки виходить випромінювання, поляризоване в площині падіння.

6. *Яскравість* лазера. Дамо оцінку яскравості на прикладі одноміліватного гелій-неонового лазера. Розбіжність пучка становить приблизно 10^{-3} рад, відповідно тілесний кут пучка – біля 10^{-6} ср. Діаметр пучка дорівнює приблизно 1 мм. Одержуємо площу джерела $7,85 \cdot 10^{-3}$ см². Вихідну потужність лазера 1 мВт виразимо в енергетичних одиницях. За означенням 1 Вт є еквівалентним 680 лм для випромінювання з $\lambda = 555$ нм. На інших довжинах хвиль перехід з однієї системи одиниць в іншу визначається значенням ординати на кривій видності (рис.2.65) для даної довжини хвилі. У результаті для лазера, що випромінює на довжині хвилі 633 нм, світловий потік становить 0,16 лм. Поділивши цю величину на площу джерела і тілесний кут пучка (формула (1.46)), отримаємо значення яскравості $B \sim 2 \cdot 10^7 \frac{\text{лм}}{\text{м}^2 \text{ср}}$. Порів-

няємо цю величину з яскравістю Сонця, яка становить $1,5 \cdot 10^6 \frac{\text{лм}}{\text{м}^2 \text{ср}}$. Отже

яскравість He – Ne лазера у 100 разів перевищує яскравість Сонця. Однак не треба забувати, що Сонце випромінює у всій видимій ділянці спектра, у той час, як лазер — у дуже вузькому діапазоні довжин хвиль.

Величезна яскравість лазера потребує суворого дотримання правил техніки безпеки при роботі з ним.

7. *Плямиста* структура. У разі відбиття лазерного випромінювання від шорсткої поверхні стає помітною особлива структура світлового пучка – мерехтяча або плямиста картина. Вона пов'язана саме з когерентністю лазерного випромінювання.

Кожна точка шорсткої поверхні розсіює світло. Поверхню, таким чином, можна уявити як множину точкових джерел. Різниці фаз хвиль, що випромінюють ці точкові джерела, є випадковими, але постійними за часом. Коли ми дивимось на таку поверхню, кожна світна точка зображується на сітківці ока. Однак за рахунок дифракції на зіниці ока (дифракція на круглому отворі) точкові зображення розмазуються. У результаті на сітківці ми одержуємо вкрай нерегулярну плямисту інтерференційну картину.

Приклад 4.1. Імпульсний рубіновий лазер генерує на довжині хвилі $\lambda = 0,6943$ мкм, його потужність в імпульсі $P = 1$ МВт. Площа перерізу рубінового стрижня $S = 1$ см². Визначити напруженість E_m електричного поля у несфокусованому лазерному пучку та E_{m1} у сфокусованому за допомогою лінзи з фокусною відстанню $f = 5$ см.

Розв'язання. Середню за часом кількість енергії, що переноситься хвилею за одиницю часу через одиничну площадку, яка є перпендикулярною до напрямку поширення хвилі, можна знайти з виразу (1.7):

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_m^2. \text{ Тоді потужність лазера } P = \frac{1}{2} S c \epsilon_0 E_m^2. \text{ Звідси}$$

$$E_m = \sqrt{\frac{2P}{c \epsilon_0 S}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^8 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-4}}} = 2,7 \cdot 10^6 \text{ В/м.}$$

Якщо випромінювання лазера сфокусувати, то будемо вважати, що розмір фокальної плями визначається тільки дифракцією. Згідно з (1.21) діаметр фокальної плями $d_\phi = 2,44 \lambda f/D$, де D — діаметр перерізу лазерного пучка. Площа фокальної плями $S_\phi = \pi d_\phi^2/4$. Підставивши ці значення у формулу для напруженості замість S , одержимо

$$E_{m1} = \sqrt{\frac{2P}{c \epsilon_0 S_\phi}} = \sqrt{\frac{32 \cdot P S}{c \epsilon_0 \pi^2 \cdot 2,44^2 \lambda^2 f^2}} = 4,1 \cdot 10^9 \text{ В/м.}$$

§ 4.9. ГЕЛІЙ-НЕОНОВИЙ ЛАЗЕР

У найбільш поширеному гелій-неоновому (He-Ne) лазері робочою речовиною є нейтральні атоми неону. Цей простий, надійний та доступний у практичній діяльності лазер виготовляють з використанням активного елемента у вигляді газової суміші He та Ne, що міститься у скляній трубці. Тиск газової суміші приблизно 1 мм рт. ст.

Роль системи накачування виконує газовий розряд — стаціонарний тліючий розряд, що може збуджуватись у трубці постійним струмом за допомогою спеціального пристрою. Вільні електрони, що утворюються у газорозрядній плазмі, відіграють роль первинних носіїв енергії. Електрони стикаються з атомами He і Ne та збуджують їх. Такі переходи, що відповідають процесам електронного збудження, показані на рис. 4.13. штриховими стрілками.

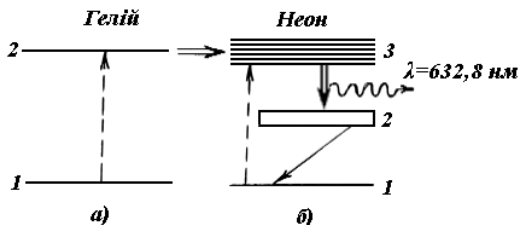


Рис. 4.13.

Під час зіткнення атомів гелію з атомами неону відбувається передача збудження останнім (означена горизонтальною стрілкою). При цьому атом гелію повертається до основного стану 1, а атом неону переходить до збудженого стану 3.

Оскільки збуджені стани атомів гелію та неону характеризуються майже однаковими значеннями енергії, ймовірність резонансної передачі енергії є дуже великою.

Між станом 3 та станом 2 з меншою енергією виникає інверсія заселення, оскільки стан 2 майже не заселений.

Нарешті, перехід атомів неону зі стану 3 до стану 2 супроводжується випромінюванням з довжиною хвилі 632,8 нм, яке й утворює лазерний промінь.

Спустошення рівня 2 відбувається під впливом зіткнень атомів Ne зі стінками газорозрядної трубки. Для ефективного спустошення рівня 2 підбирають оптимальний діаметр трубки лазера. Він дорівнює 7 мм. На рис. 4.12 показано трубку лазера, орієнтовану вздовж осі OO резонатора, A – анод, K – катод, l – робочий капіляр трубки, 2 – дзеркала оптичного резонатора.

Особливістю гелій-неонового лазера є те, що нижній робочий рівень 2 розташований достатньо високо і внаслідок цього має мале заселення. У підсумку гелій-неоновий лазер вживає дуже мало енергії – біля 50 Вт. Типовий діапазон потужностей випромінювання становить 10 мВт.

Не зважаючи на низькі енергетичні характеристики, He – Ne лазер є найбільш поширеним газовим лазером. Оскільки гази відрізняються великою оптичною однорідністю та малою густиною, випромінювання, що поширюється в них, розсіюється слабо. Тому відстань між дзеркалами оптичного резонатора можна зробити відносно великою, що дає змогу одержувати гостру спрямованість випромінювання. Так, реальна розбіжність пучка променів звичайно становить $1 - 2'$.

Це обумовлено його унікальними спектральними характеристиками. Він здійснює одночасну генерацію на одній поздовжній моді та має виключно високу монохроматичність та стабільність випромінювання (відносна ширина спектральної лінії $\Delta\nu/\nu_0 \sim 10^{-9}$).

Такі якості роблять його елементом багатьох оптичних пристроїв для вимірювання відстаней, контролю розмірів, лазерного зв'язку. Останнім часом він ефективно використовується також у медицині.

§ 4.10. НАПІВПРОВІДНИКОВІ ЛАЗЕРИ

У напівпровідниковому лазері як активне середовище використовують напівпровідникові матеріали. Нагадаємо особливості енергетичного спектра електронних станів у напівпровіднику.

У кристалі напівпровідника взаємодія між атомами призводить до того, що дозволені значення енергії електронів утворюють смуги (зони) дозволених енергій, розділених забороненими зонами. У кожній дозволеній зоні стільки рівнів енергії, скільки атомів у кристалі.

Зона, утворена рівнями енергії валентних електронів атомів, називається валентною E_V , а найближча до неї дозволена зона, більш висока і вільна від електронів, — зоною провідності E_C . Між ними лежить заборонена зона шириною ΔE (рис. 4.14).

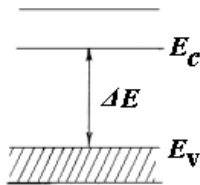


Рис. 4.14.

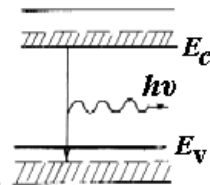


Рис. 4.15.

Оскільки електрон не може мати енергію, яка лежить у межах забороненої зони (звичайно від 10^{-3} до 3 eВ), то для переходу електрона з валентної зони у зону провідності йому необхідно надати енергію, яка перевищує ширину забороненої зони ΔE .

Під час переходу електрона до зони провідності у валентній зоні залишається порожнє місце – “дірка”, яка поводить себе як позитивно заряджена частинка.

На відміну від лазерів інших типів, у напівпровідниковому лазері використовуються квантові переходи між дозволеними енергетичними зонами. Принцип дії напівпровідникового лазера можна розглянути за допомогою рис. 4.14 та 4.15. Якщо припустити для спрощення, що напівпровідник знаходиться при температурі $T = 0$, то валентна зона буде повністю заповнена електронами, у той час, як зона провідності буде порожньою (див. рис. 4.14, на якому заштрихована область є областю заповнених станів).

Уявимо тепер, що електрони яким-небудь чином переведені з валентної зони у зону провідності. В середині цієї зони за дуже короткий час ($\approx 10^{-13}$ с) електрони перейдуть на її найнижчі рівні, а всі електрони поблизу максимального рівня валентної зони також перейдуть на найнижчі з незайнятих рівнів, так що верхівка валентної зони буде заповнена дірками (рис. 4.15). Звідси випливає, що між валентною зоною і зоною провідності виникає інверсія заселення.

Електрони з зони провідності можуть самочинно (спонтанно) “зіскакувати” донизу на незайняті рівні валентної зони. При цьому вони заповнюють порожні місця (дірки) у валентній зоні, дірка і електрон провідності зникають – рекомбінують. Втрачена електроном порція енергії може випромінюватись у вигляді фотона, зображеного на рисунку хвилястою лінією.

Крім спонтанної рекомбінації електронів і дірок у напівпровідниках може відбуватися й вимушена рекомбінація під дією світла.

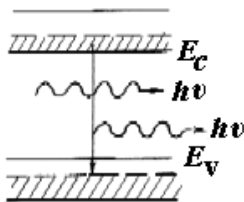


Рис. 4.16.

На рис. 4.16 зображено два фотони – той, що ініціював перехід, і той, що народився внаслідок квантового переходу. При цьому випромінюється вторинний фотон, який є тотожним до фотону, що викликав рекомбінацію. Таким чином створюються умови для лазерного ефекту підсилення і генерації світла.

Якщо між зоною провідності і валентною зоною існує інверсія заселення, процес вимушеного рекомбінаційного випромінювання призведе до генерації світла при наявності відповідного резонатора.

Пояснимо тепер більш докладно, як саме можна створити інверсію, про яку йшлося вище.

Найбільш зручним методом накачування напівпровідникових лазерів є використання напівпровідників у вигляді діода, в якому збудження відбувається за рахунок струму, що проходить у прямому напрямі.

Відомо, що домішкові атоми у напівпровіднику викликають появу додаткових рівнів у забороненій зоні енергетичного спектра напівпровідника. При цьому атоми, які легко віддають електрони (донори), утворюють рівні у забороненій зоні поблизу дна зони провідності E_C , а атоми, які легко сприй-

мають додаткові електрони (акцептори), утворюють рівні поблизу верхнього краю (стелі) валентної зони E_V (рис. 4.17).

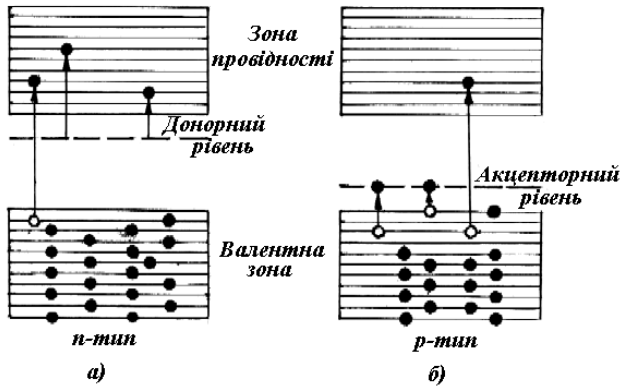


Рис. 4.17.

Якщо переважають донорні домішки, то напівпровідники називаються напівпровідниками n -типу, а у разі переважання акцепторних домішок – напівпровідниками p -типу.

Якщо домішок дуже багато, їх рівні розширюються у зони, які можуть зливатися з зоною провідності або валентною зоною. За великої кількості домішок у напівпровідниках n -типу заповнені як донорні рівні, так і частково зона провідності. У випадку сильного легування (додавання домішок) напівпровідників p -типу акцепторні рівні виявляються незаповненими і з'являються дірки у валентній зоні (рис. 4.18).

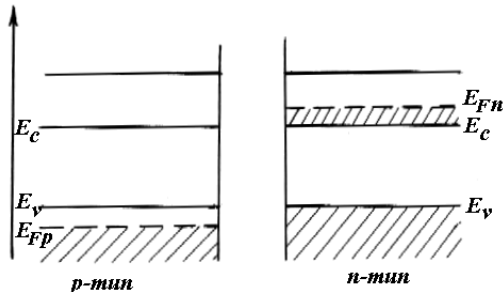


Рис. 4.18.

На рис. 4.18 E_{Fn} — рівень Фермі для електронів — найвищий рівень електронів, до якого електрони щільно заповнюють зону провідності. Він лежить усередині зони провідності. Відповідно E_{Fp} — рівень Фермі для дірок, розташований тепер у валентній зоні. Чим більше електронів потра-

пило до зони провідності, тим вище розташований рівень Фермі. Аналогічну картину спостерігаємо для дірок, тільки у цьому разі рівень Фермі для дірок розташований у валентній зоні та зі збільшенням кількості дірок опускається донизу.

Візьмемо два таких сильно легованих напівпровідника p - і n -типів, у яких більшість рівнів у верхній частині валентної зони зайнято дірками, а у нижній частині зони провідності зайнято електронами (рис. 4.18) та з'єднаємо їх.

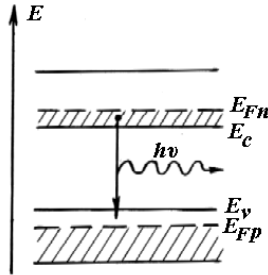


Рис. 4.19.

На рис. 4.19 показано енергетичну схему місця з'єднання, яке називається електронно-дірковим переходом або $p-n$ -переходом, у момент з'єднання напівпровідників p - і n -типу. З рисунка видно, що електрони з зони провідності можуть “впасти” у валентну зону тільки на вільні рівні, які знаходяться в інтервалі від E_V до E_{Fp} .

Якщо пропустити через $p-n$ -перехід світло, енергія квантів якого лежить в інтервалі від

$$h\nu_{\max} = E_{Fn} - E_{Fp}$$

до

$$h\nu_{\min} = E_C - E_V = \Delta E,$$

то такі фотони не можуть поглинатися, через те, що не викликають електронних переходів з валентної зони в зону провідності.

У той же час ці фотони можуть викликати вимушену рекомбінацію. Отже умова

$$E_{Fn} - E_{Fp} > \Delta E, \quad (4.9)$$

означає, що відстань між рівнями Фермі для електронів E_{Fn} і дірок E_{Fp} є більшою, ніж ширина забороненої зони ΔE . Вона називається умовою *інверсії* заселення.

Однак, ця умова виконуватиметься в області переходу тільки у перший момент з'єднання напівпровідників. За короткий час внаслідок рекомбінації

електронів і дірок настане рівновага і рівні Фермі у p - і n -областях сумістяться (рис. 4.20), а в області p - n переходу зникне інверсія заселення.

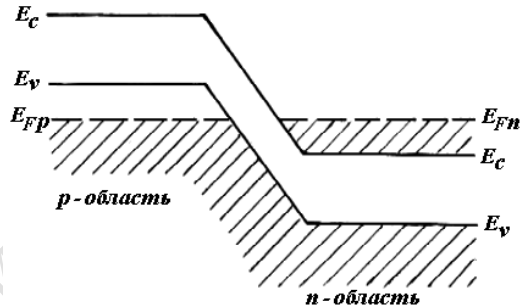


Рис. 4.20.

Для того, щоб знову створити інверсію заселення у p - n -переході, тобто добитися, щоб рівні Фермі у p - і n -областях знову розійшлися на відстань, яка перевищує ширину забороненої зони, потрібно прикласти до переходу електричну напругу, як вказано на рис. 4.21, тобто у прямому напрямі (пряме зміщення). Тепер рівень Фермі для електронів у p - n області лежить вище “дна” зони провідності, а рівень Фермі для дірок у тій самій точці напівпровідника лежить нижче “стелі” валентної зони. Виконується умова інверсії (4.9).

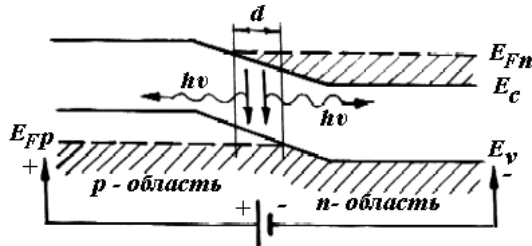


Рис. 4.21.

На рис. 4.21 показано енергетичну діаграму p - n -переходу, який зміщено у прямому напрямі. Як відомо, при цьому висота потенціального бар'єра зменшується і через p - n -перехід потече електричний струм, який складається з електронів і дірок, що рухаються назустріч одне одному. Вертикальними лініями показана зона інверсного заселення, d — тонкий шар переходу.

Явище збагачення n - і p -областей електронно-діркового переходу носіями заряду називається **інжекцією** (упорскуванням) носіїв. Відбувається інжекція у електронно-дірковий перехід електронів із зони провідності n -

кристала та дірок із валентної зони p -кристала. Інжектвані електрони і дірки рекомбінують між собою з випромінюванням фотонів (рекомбінаційне світіння).

У разі малих значень струму, який проходить через перехід, рекомбінаційне випромінювання є спонтанним. Такий пристрій називається **світлодіодом**.

Для багатьох напівпровідників різниця енергій $E_{Fn} - E_{Fp}$ відповідає енергії кванта видимого або ближнього інфрачервоного діапазону.

Приклад 4.2. Знайти напругу, яку необхідно прикласти у прямому напрямі до p - n -переходу, щоб отримати рекомбінаційне світіння з довжиною хвилі $\lambda_{\text{рек}} = 700$ нм.

Розв'язання. Дорівняємо енергію фотона $h\nu$, що випромінюється при рекомбінації, енергії eU , яку необхідно надати електрону, щоб “перекинути” його через заборонену зону з верхнього рівня валентної зони на нижній рівень зони провідності

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = eU.$$

Тоді можна знайти напругу U , яку прикладено до p - n -переходу

$$U = \frac{hc}{e\lambda_{\text{рек}}} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 7 \cdot 10^{-7}} \approx 1,8 \text{ В.}$$

З наведеного прикладу випливає, що світлодіоди розраховані на низьку напругу, вони є дуже економічними. Для їх виготовлення найчастіше застосовують GaAs, GaP, SiC. Колір, в залежності від домішок, – червоний або зелений.

Якщо тепер виконати умови, необхідні для отримання генерації, світлодіод почне генерувати лазерне випромінювання.

Із збільшенням струму через p - n -перехід зустрічні потоки частинок будуть підтримувати у перехідному шарі концентрацію, яка є достатньою для виконання умови інверсії.

Умова інверсії виконується з тим більшим запасом, чим більший струм проходить через перехід. Мінімальний струм, який відповідає початку генерації, називається пороговим. P - n -перехід буде являти собою підсилююче середовище для світла, якщо струм через нього буде більшим, ніж пороговий.

Для отримання генерації необхідно помістити p - n -перехід у оптичний резонатор, тобто між дзеркалами. У напівпровідниках можна обійтися без зовнішніх дзеркал. Роль дзеркал можуть виконувати дві гладкі грані самого напівпровідникового кристала, які є перпендикулярними до площини p - n -переходу і вздовж яких кристал природно сколюється. Подальшої обробки ці поверхні не потребують.

Якщо p - і n -області зроблені з того самого напівпровідникового матеріалу (наприклад, арсеніду галію GaAs), то такий лазер зветься лазером на *гомопереході*. Його суттєвим недоліком є неможливість діяти у неперервному режимі при кімнатній температурі (лазер потребує значного охолодження), висока порогова густина струму, яка сягає 1 кА/см^2 .

Цих недоліків позбавлені розроблені останнім часом напівпровідникові лазери на так званому *гетеропереході*.

Гетероперехід формується між двома різнорідними за хімічним складом або фазовим станом напівпровідниками. Приклади контактів, що використовують для утворення гетеропереходу: Ge-Si, GaAlAs – GaAs, GaAs – Ge, In-GaAs – InP.

Головна особливість гетеропереходу порівняно до гомопереходу – стрибкоподібна зміна ширини забороненої зони та інших властивостей на межі поділу напівпровідників. Внаслідок таких стрибків енергії можна змінювати потоки носіїв заряду крізь потенціальні бар'єри, наприклад, створювати односторонню інжекцію носіїв заряду.

У лазерах на подвійному гетеропереході реалізовані два переходи між різними матеріалами, наприклад, AlGaAs(p) – GaAs і GaAs – AlGaAs(n). На рис. 4.22 показано одну з можливих конструкцій діодного лазера на подвійному гетеропереході.

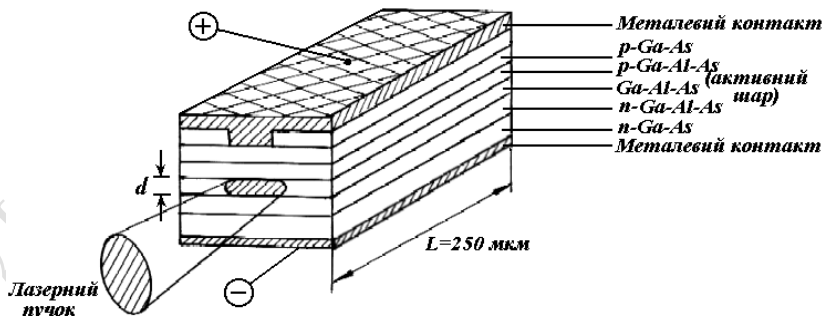


Рис. 4.22.

Діод має невеликі розміри, вони не перевищують 1 – 2 мм. Перехід, з якого виходить випромінювання, є тонким шаром розміром у декілька мікрометрів. Лазерний пучок має еліптичний переріз ($\sim 1 \text{ мкм} \times 5 \text{ мкм}$). Дзеркала для забезпечення зворотного зв'язку та виходу випромінювання слугують сколоті грані без покриття.

У так званих смугових лазерах активна зона у вигляді вузької смуги шириною 1 – 20 мкм простягається вздовж осі резонатора від одного дзеркала

до іншого. Завдяки малим розмірам активної області пороговий струм є достатньо малим (5 – 150 мА) для отримання неперервної генерації.

Випромінювання напівпровідникового лазера легко може бути промодульовано з високою частотою шляхом модулювання струму, який проходить через перехід.

Окрім компактності, особливостями напівпровідникових лазерів є мала інерційність ($\sim 10^{-9}$ с), високий ККД (до 50 %) і великий вибір речовин для генерації у широкому спектральному діапазоні від $\lambda = 0,3$ мкм до 30 мкм.

Крім лазерів на арсеніді галію розроблено багато інших напівпровідникових лазерів: GaInP, ZnCdS, CdSeS, InGaPAs та ін.

Напівпровідникові лазери мають сьогодні низку важливих застосувань у різних областях. Малі розміри, простота способу збудження, висока надійність зробили інжекційні напівпровідникові лазери масовими приладами. Вони широко використовуються як оптичні головки у компакт-дискових системах. Крім того, ці лазери застосовуються у волоконно-оптичному зв'язку, у лазерних геодезичних приладах та ін.

§ 4.11. ПРИЙМАЧІ ВИПРОМІНЮВАННЯ ОПТИЧНОГО ДІАПАЗОНУ

Принцип дії всіх фотоприймачів заснований на взаємодії електромагнітної хвилі з речовиною чутливого елемента. Внаслідок цього енергія випромінювання перетворюється на інші види енергії (теплову, електричну, механічну і т.п.), які є більш зручними для безпосереднього вимірювання.

Основні **параметри**, які характеризують властивості різних типів приймачів оптичного випромінювання:

а) порогова чутливість – мінімальний потік випромінювання, що може бути виявлений, віднесений до одиниці смуги робочих частот (вимірюється у Вт/Гц^{1/2});

б) коефіцієнт перетворення (інтегральна чутливість) – пов'язує потік випромінювання, що падає, з величиною сигналу на виході приймача;

в) постійна часу – характеризує інерційність приймача, тобто час, за який сигнал на виході приймача зростає до певного рівня;

г) спектральна характеристика – залежність чутливості приймача від довжини хвилі випромінювання.

Розрізняють приймачі **неселективні**, в яких чутливість слабо залежить від довжини хвилі у широкому діапазоні, і **селективні**, що мають чітко виражені максимуми і мінімуми спектральної чутливості.

За принципом дії приймачі поділяють на дві групи: **теплові і фотонні**.

4.11.1. Теплові приймачі випромінювання. Під час поглинання енергії електромагнітної хвилі змінюється стан речовини. Фотони, які поглинають-

ся, передають свою енергію кристалічній ґратці, що у найпростіших випадках призводить до підвищення температури. Це впливає на інші параметри речовини – тиск газу, електропровідність твердих тіл, електричну поляризацію діелектриків і т.п. – які реєструються вимірювальною схемою.

Фотоприймачі, які працюють за таким принципом, називаються тепловими. До них відносяться болометри, термоелементи, пневматичні і піроелектричні приймачі.

У **болометрах** використано температурну залежність опору металевої (Ni, Bi, Au, Pt) або напівпровідникової півки. Напівпровідникові (термісторні) болометри мають температурний коефіцієнт опору на порядок вищий, ніж у металів.

Радіаційні термоелементи або термопари складаються з двох різних провідників, на кінцях яких у разі опромінювання спаю утворюється термоЕРС. Відомі біметалічні і напівпровідникові термоелементи.

У **пневматичних** приймачах переривчастий потік випромінювання створює пульсації тиску газу в камері.

Піроелектричні приймачі засновані на зміні електричної поляризації деяких керамічних матеріалів при зміні температури.

Теплові приймачі оптичного випромінювання неселективні, тобто однаково чутливі у всьому оптичному діапазоні і придатні для вимірювання у широкій області спектра (звичайно 0.2 – 50 мкм). Порогова чутливість теплових приймачів $10^{-11} - 10^{-10}$ Вт/Гц^{1/2} при постійній часу $10^{-3} - 10^{-1}$ с.

4.11.2. Фотоемісійні приймачі оптичного випромінювання. Більш складні процеси мають місце у фотонних приймачах, заснованих на безпосередньому впливі поглинутих квантів поля електромагнітної хвилі на електронну підсистему твердого тіла. Наприклад, при опромінюванні напівпровідника виникають нерівноважні носії заряду, які можуть або вийти за межі кристала в вакуум, або змінити його електропровідність.

У першому випадку йдеться про *зовнішній фотоефект* або фотоелектронну емісію, і відповідні фотоприймачі відносять до емісійного типу.

У другому випадку має місце *внутрішній фотоефект*.

До фотоприймачів емісійного типу відносяться фотоелементи, фотоелектронні помножувачі і електронно-оптичні перетворювачі.

Для реєстрації оптичного випромінювання шляхом його перетворення в електричний сигнал використовуються **фотоелементи з фотокатодами**. Фотокатод (електрод) електровакуумного приладу емітує електрони під дією випромінювання. Прикладене поле розганяє їх до анода (рис. 4.23).

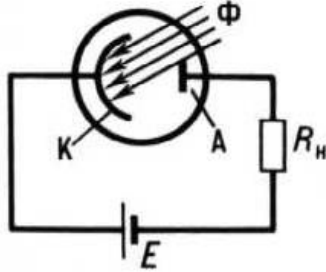


Рис. 4.23.

Поширені сурм'яно-цезієві, вісмут-цезієві фотокатоди. Порогова чутливість їх сягає $10^{-12} - 10^{-15}$ Вт/Гц^{1/2} при постійній часу 10^{-9} с і менше.

Фотоелектронні помножувачі (ФЕП) – найбільш поширений тип високочутливих вакуумних перетворювачів потоку оптичного випромінювання у електричний струм. Найчастіше застосовують ФЕП з напівпрозорим фотокатодом, нанесеним на внутрішню торцеву поверхню скляного балона (рис. 4.24).

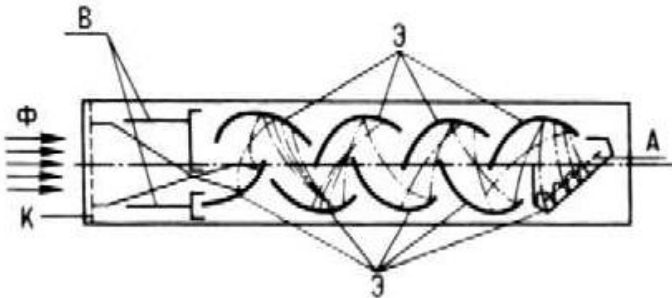


Рис. 4.24.

Окрім фотокатода і анода ФЕП мають систему, яка помножує електронний потік за рахунок використання вторинної електронної емісії – емісії електронів з допоміжних електродів, так званих діодів. Електрони, що емітуються фотокатодом, фокусуються електронно-оптичною системою на перший діод і викликають вторинну електронну емісію. Вторинні електрони спрямовуються на другий діод і т.д. (рис. 4.24). Багаторазово підсилений (від 10 до 10^8) фотострум отримується внаслідок помноження електронів послідовно на кожному з окремих діодів. ФЕП широко використовують для реєстрації слабких випромінювань.

4.11.3. Електронно-оптичні перетворювачі (ЕОП) – це прилади, призначені для перетворення спектрального складу зображення, тобто оптичного

зображення, невидимого оком (у інфрачервоних або ультрафіолетових променях), на видиме.

Найпростіший ЕОП складається з фотокатода, системи формування електронного зображення і люмінесцентного екрана, який відтворює зображення (рис. 4.25).

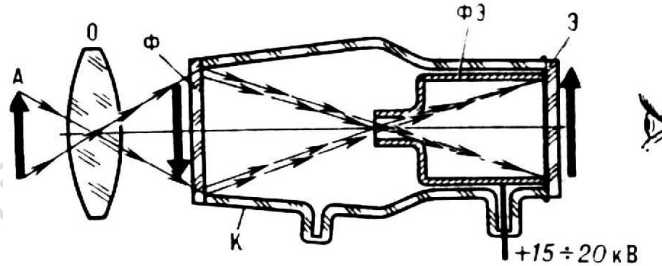


Рис. 4.25.

Зображення об'єкта А за допомогою об'єктива О проєктується на фотокатод Ф. Під дією випромінювання від об'єкта з поверхні фотокатода емітують електрони. У такому разі величина фотоструму з різних ділянок фотокатода змінюється відповідно до розподілу освітленості зображення, спроектованого на нього. Фотоелектрони прискорюються електричним полем, прикладеним між фотокатодом і екраном, фокусуються електронною лінзою (ФЕ – фокусуєчий електрод) і бомбардують екран Е, спричиняючи його люмінесценцію. Інтенсивність світіння окремих точок екрана залежить від густини потоку фотоелектронів. За рахунок люмінесценції на екрані виникає зображення об'єкта.

4.11.4. Фотоелектричні напівпровідникові приймачі випромінювання. До фотоприймачів на основі внутрішнього фотоefекту відносяться фоторезистори, фотодіоди, різні фоточутливі мікросхеми.

Дія **фоторезисторів** заснована на явищі фотопровідності у напівпровідниках, тобто зміні електричного опору під дією світла. Фотони “виривають” електрони з валентної зони і “закидають” їх до зони провідності (див. § 4.10). Якщо поглинання фотонів у напівпровіднику відбувається при переходах електронів між енергетичними зонами, фотопровідність називається власною, а при переходах з домішкових рівнів до однієї з зон – домішковою. Типовими прикладами власних фотопровідників є халькогеніди свинцю, домішкових – германій Ge і силіцій Si, які леговані різними домішками.

У **фотодіодах** відбувається поглинання випромінювання в області *p-n*-переходу, внаслідок чого генеруються нові носії заряду – електронно-діркові пари. Розрізняють два режими роботи фотодіодів – фотодіодний і вентильний.

Розглянемо фотодіодний режим. Нехай у зовнішньому колі є джерело живлення, яке створює на p - n -переході зворотне зміщення (рис. 4.26), тобто позитивний полюс джерела з'єднується з напівпровідником n -типу.

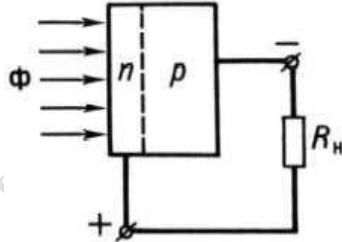


Рис. 4.26.

Фотодіод підключають до зовнішнього опору навантаження послідовно. Якщо світло не падає на фотодіод, то перехід знаходиться у рівновазі і струм відсутній. Коли перехід освітлюють, надмірні носії заряду, що виникають під дією світла, призводять до зростання зворотного струму фотодіода на величину фотоструму. У колі виникає струм, який показує, що світло зареєстроване. Величина фотоструму залежить від інтенсивності випромінювання.

Найбільш поширеним типом фотодіода є p - i - n -діод, у якому між p - і n -областями розташована високоомна i -область. Її товщина обирається такою, аби забезпечити оптимальну чутливість і швидкодію приладу.

У вентильному режимі фотодіод використовується для одержання фото-ЕРС.

Короткі висновки

- В атомах і молекулах внутрішня енергія може приймати лише визначені значення. Під час стрібноподібного переходу атома з одного стану в інший випускається або поглинається *квант випромінювання* — *фотон*. Енергія кванта $\varepsilon = \hbar\omega$.

- Атом, що знаходиться в збудженому нестійкому стані через деякий час самочинно (спонтанно) переходить у стан з меншою енергією, випускаючи фотон (*спонтанне випромінювання*).

- Якщо на вже збуджений атом падає випромінювання, частота якого співпадає з однією з частот можливих квантових переходів цього атома (резонансний фотон), то атом випускає квант випромінювання (фотон) такий самий, як і той, що налетів на нього (*вимушене випромінювання*). Частота, поляризація і напрям поширення обох фотонів тотожні.

- Якщо створити *інверсне населення* рівнів енергії, коли в одному з збуджених станів знаходиться більше атомів, ніж в стані з меншою енергією, то

у разі попадання до такого активного середовища резонансного фотона кількість фотонів, що випромінюються, зростає лавиноподібно.

- У *напівпровідникових лазерах* в якості активного середовища використовуються напівпровідникові матеріали. На відміну від лазерів інших типів, у напівпровідниковому лазері використовують квантові переходи між енергетичними зонами, а не дискретними рівнями енергії. Генерація вимушеного випромінювання обумовлена квантовими переходами електронів, як між енергетичними рівнями зони провідності і енергетичними рівнями валентної зони, так і за участі домішкових рівнів. Завдяки цьому в активному середовищі досягається дуже великий показник підсилення, а розміри активного елемента відповідно є дуже малими.

- Одним з засобів накачування у напівпровідникових лазерах є *інжекція* крізь $p-n$ -перехід, яка дозволяє здійснити безпосереднє перетворення електричної енергії у когерентне випромінювання. В інжекційних лазерах лазерне випромінювання виникає внаслідок рекомбінації електронів і дірок у $p-n$ -або гетеропереході при пропусканні крізь нього струму у прямому напрямі.

Малі розміри, простота засобу збудження, висока надійність зробили інжекційні лазери найбільш поширеними приладами квантової електроніки.

- Збільшення електропровідності напівпровідників під дією світла називається *фотопровідністю*. Вона виникає внаслідок виривання фотонами електронів з валентної зони і закидання їх до зони провідності або на вільні домішкові рівні, переходу електронів з домішкових рівнів до зони провідності.

Фотодіод і фоторезистор використовують як приймачі оптичного випромінювання. Фоторезистор змінює свій електричний опір під дією світла, його дію засновано на внутрішньому фото ефекті у напівпровідниках. У фотодіоді зовнішнє джерело струму створює на $p-n$ -переході зворотну напругу. Під дією випромінювання виникають носії струму — електрони і дірки, які проходять крізь $p-n$ -перехід і зменшують його електричне поле. У відповідності зі зміною інтенсивності падаючого випромінювання змінюється електричний струм крізь фотоприймач.

Контрольні запитання

- В якому випадку перехід квантової системи з одного стану в інший супроводжується випромінюванням фотона? Поглинанням фотона?
- Як розподіляються атоми речовини за енергетичними станами в умовах термодинамічної рівноваги? Що відбувається зі світлом, яке проходить крізь таку речовину?
- В якому випадку сукупність атомів має інверсне заселення рівнів?

- Які методи збудження (створення інверсії заселення) використовують у газових лазерах? напівпровідникових лазерах?
- Чи можливо створити інверсне населення у дворівневій системі атомів?
- У чому полягає призначення активного середовища? Оптичного резонатора?
- За яких умов проходження світла крізь речовину супроводжується його підсиленням?
- Які властивості лазерного випромінювання обумовлюють використання лазерів як джерел світла у світлодалекомірах?
- Яка особливість напівпровідникових лазерів обумовлює їх компактність?
- У чому полягає різниця між напівпровідниковими лазерами і лазерами інших типів? Що є активними частинками у напівпровідникових лазерах?
- Які пристрої застосовують як приймачі оптичного випромінювання?
- У чому полягає різниця між приймачами оптичного випромінювання з зовнішнім і внутрішнім фотоефектом?
- У чому полягає власна фотопровідність? Домішкова фотопровідність?
- У чому проявляється внутрішній фотоефект у напівпровідниках?
- Чим обумовлена розбіжність випромінювання лазерів і звичайних джерел світла?
- Які лазери — імпульсні чи неперервні — застосовують у світлодалекомірах?
- Чим визначається частота, на якій відбувається лазерна генерація?
- У чому полягає зміст поняття “дірка” як носія струму в напівпровіднику? Чи існують дірки поза напівпровідником? Чи збігаються зони провідності для електронів та дірок у напівпровідників?
- За допомогою напівпровідникового приймача випромінювання виявляють нагріті тіла, які розміщуються на значній відстані від спостерігача. У чому полягає принцип дії такого приймача?

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

- Аббе
– нульовий інваріант 106
– умова синусів 112
– число 47
- Аберация 131
- Акомодація 144
- Амплітуда світлової хвилі 16
- Анізотропія 34
- Апертурний кут 128
- Апланати 133
- Ахромати 136
- Астигматизм 133
- Больцмана розподіл 182
- Бугера закон 50
- Вектор Пойнтінга 9
- Видності функція 55
- Випромінювання
– вимушене 178
– лазерне 188
– спонтанне 178
– теплове 180
- Відносний отвір 155
- Відстань фокусна 89
- Вікна системи 130
- Віньєтування 130
- Вісь оптична 85
- Вузлова площа 90
– точка 90
- Гауссів пучок 191
- Генератори оптичні квантові 182
- Генерація випромінювання 186
- Гетеро перехід 201
- Головна площа 88
– точка 88
- Граничний кут 79
- Дзеркало плоске 70
– сферичне 70, 109
- Джерело світла 179
- Дисперсія
– світла 44
– скла 47
- Дисторсія 135
- Дифракція 26
- Дифракційна розбіжність 30, 67
- Діапазон видимого світла 10
- Діафрагма апертурна 127
– поля зору 129
- Діафрагмування 127
- Діелектрична проникність 34
- Довжина когерентності 20
– хвилі 8
- Закон відбивання світла 68
– заломлення світла 69
- Заселення рівнів 182
- Збільшення
– зорової труби 160, 162
– кутове 90, 97
– лінійне 88, 95
– лупи 148
– мікроскопа 170
– поздовжнє 98
- Зіниця вхідна 128
– вихідна 128
- Зображення дійсне 86
– оптичне 91
– побудова 91
– стигматичне 85
– уявне 86
- Інваріант Лагранжа — Гельмгольца 112
- Інверсія 182
- Інжекція 199
- Інтенсивність 9
- Інтерференція хвиль 15
– – умова максимумів 17
– – мінімумів 18
- Інтерферометр Юнга 21
– Майкельсона 22
– шахтний 25
- Кардинальні точки 8, 6
- Картина дифракційна 29
– інтерференційна 15
- Квант 11
- Квантовий перехід 176
- Керра ефект 39
– комірка 39
- Клин оптичний 76
- Когерентність просторова 18, 20
– часова 19
- Коефіцієнт поглинання 50
- Колектив 131, 157

- Коліматор 168
- Кома 132
- Компенсатор 74
- Кристали одновісні 36
- Критерій Релея 31
- Лазер 183
 - гелій-неоновий 193
 - напівпровідниковий 195
 - принцип дії 186
 - типи 187
- Лінза
 - збиральна 121
 - тонка 119
 - товста 116
 - фокусна відстань 120
- Лупа 146
- Люкс 58
- Люмен 57
- Люмінесценція 180
- Мікроскоп 169
- Модуляція світла 39
- Накачування оптичне 183
- Око 143
- Окуляр Гюйгенса 126
- Окуляри телескопічних систем 157
- Оптична сила 89
- Освітленість 58
- Площини вузлові 90
 - головні 87
 - кардинальні 86
 - поляризації 8, 33
 - спряжені 85
 - фокальні 86, 122
 - падіння 69
 - сагітальні 134
- Повне відбивання 78
- Поглинання селективне 50
- Показник заломлення 9, 43
 - повітря 48
- Поккельса ефект 41
- Поле зору 130
- Поляризація 33
- Поляризатор 36
- Поляроїд 37
- Потік енергії 9, 54
 - світловий 56
- Правила знаків 83
- Призма 79
- Промінь
 - звичайний 36
 - незвичайний 36
 - світловий 68
 - спряжений 85
- Променезаломлення подвійне 36
- Просвітлення оптики 22
- Пучок гауссів 191
 - гомоцентричний 85
 - параксильний 85
- Пляма дифракційна 29
- Резонатор оптичний 185
- Рівняння Максвелла 7
- Різнити фаз 17
 - ходу променів 17
- Роздільна здатність 31
- Розсіяння світла 50
- Світло природне 33, 34
 - лінійно поляризоване 8, 34
- Світлодіод 200
- Світловод 82
- Світлодалекомір 41
- Світлосила 154
- Світлофільтр 24, 53
- Світність 59
- Середовище активне 182
- Сила світла 56
- Система оптична ідеальна 85
 - телескопічна 149
 - складена 101
 - центрована оптична 85
- Спектральний склад випромінювання 10
- Сферична заломлююча поверхня 104
- Труба зорова 150, 160
- Фаза хвилі 8
- Ферма принцип 68
- Фокус 86
- Фокусування внутрішнє 166
- Формули оптичної системи 97
 - Гауса 96
 - Ньютона 96
- Фотоефект внутрішній 203
 - зовнішній 11, 203
- Фотон 11
- Фотопровідність 205

Хвиля когерентна 18
– електромагнітна 7
– монохроматична 189
– поляризована 8
Хвильовий вектор 12
– пакет 44
– фронт 19

Частота колова 11
– лінійна 9
Число хвильове 8
Швидкість світла 9, 43
– групова 44
– фазова 44

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Основна

1. Горбачук І.Т., Кучерук І.М. Загальний курс фізики. Т. 3. Оптика. Квантова фізика. К. Техніка. 1999, 520 с.
2. Геометрична оптика. Оптичні системи та прилади: навч. посіб. / Г. В. Понеділок, А. Б. Данилов ; М-во освіти і науки, молоді та спорту України, Нац. ун-т «Львів. політехніка». — Л. : Вид-во Львів. політехніки, 2012. — 228 с.
3. Романюк М. О., Крочук А. С., Пашук І. П. Оптика. — Л. : ЛНУ ім. Івана Франка, 2012. — 564 с.
4. Яцура М. М., Остафійчук Б. К., Гамарник А. М. Оптика: запитання і відповіді. — Івано-Франківськ : ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника», 2017. — 571 с.

«Дніпровська політехніка»
Кафедра фізики
<http://physics.nmtu.org.ua>

Навчальне видання

Гаркуша Ігор Павлович

ВСТУП ДО ІНСТРУМЕНТАЛЬНОЇ ОПТИКИ

(Навчальний посібник)

Редакційно-видавничий комплекс

Підписано до друку 14.11.02. Формат 30x42/4. Папір Certain. Ризографія. Умовн. друк. арк. 11,8.
Обліково-видавн. арк. 11,8. Тираж 50 прим. Зам. №

Підготовлено до друку та видруковано у Національному гірничому університеті
49027, м. Дніпропетровськ, 27, просп. К. Маркса, 19.